

Tandemszivattyús hidraulikus erőátviteli rendszer modellalapú fordulatszám-szabályozása

Dreiszig Dániel*, Szabó Ádám*, **

*Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedés-és Járműirányítás Tanszék,

Műegyetem rkp. 3., H-1111-Budapest, Magyarország (e-mail: dreiszig.daniel@edu.bme.hu, szabo.adam@kjk.bme.hu).

**Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratórium, HUN-REN Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet (SZTAKI),
Kende utca 13-17., H-1111-Budapest, Hungary

Kivonat: Ez a cikk egy belsőégésű motorral és állítható lökettérfogatú tandemszivattyúval rendelkező, két független hidraulikus kört ellátó hidrosztatikus erőátviteli rendszer fordulatszám-szabályozását mutatja be. A rendszer matematikai modellje a hidraulikus motorok nyomáskülönbségére és szögsebességére felírt differenciálegyenleteken alapul, amelyeket linearizálás után állapotter-reprezentációban alkalmazunk. A szabályozást előkompenzációs erősítéssel kiegészített lineáris kvadratikus szabályozó végzi, miközben a szabályozási feladat másodlagos célja a motor fordulatszámának minimalizálása. A modell figyelembe veszi az aktuátorok dinamikáját és fizikai korlátait, így a szabályozás során a valós működési feltételekhez közelítő szimulációs eredmények érhetők el. Az eredmények igazolják, hogy a javasolt szabályozási módszer képes a referenciaértékek állandósult hiba nélküli követésére, miközben optimalizálja a belsőégésű motor működését.

1. BEVEZETÉS

A hidrosztatikus hajtásrendszer egy széles körben alkalmazott energiaátviteli módszer, melynek célja a mechanikai teljesítmény átalakítása és továbbítása. Felépítésük és működésük alapján ezek a rendszerek többféleképpen csoportosíthatók, mobilgépekben a zárt hidraulikus körrel rendelkező, változtatható lökettérfogatú szivattyúval és fix lökettérfogatú hidraulikus motorral rendelkező rendszerek terjedtek el leginkább (Fan et al., 2025). A hidraulikus kör legfontosabb elemei a szivattyú, a hidraulikus motor és az őket összekötő csővezetékek. A rendszer előnyei közé tartozik a fokozatmentes fordulatszám-szabályozás, a kompakt felépítés, valamint a nagy teljesítménysűrűség, amely kis méret mellett is jelentős erőátvitelt tesz lehetővé. További fontos szempont a dinamikus viselkedés, amely gyors irányváltásokat és terhelésváltozásokat is lehetővé tesz (Mishra et al., 2025).

A nagy erőátviteli képesség és a finom szabályozhatóság miatt gyakran használnak hidrosztatikus hajtásrendszereket mobil munkagépek (Xiang et al., 2022), mezőgazdasági járművek (Liu et al., 2021) és akár robotok (Wang et al., 2024) vagy energetikai rendszerek, pl. szélerőművek esetén is (Kersten & Aschemann, 2016).

Hidrosztatikus erőátviteli rendszerek sebesség szabályozására széles körben alkalmaznak modell-alapú algoritmusokat, ahol azonban a rendszerben található nemlinearitásokat kezelni szükséges, például (Lennevi & Palmberg, 1995) a szabályozási célú modell linearizálását követően egy Lineáris Kvadratikus Gauss-féle (LQG) szabályozót alkalmaz, míg (Aschemann et al., 2014) két kiterjesztett linearizációs módszert alkalmazó szabályozót hasonlít össze mind szimulált, mind valós környezetben.

Modell-alapú megoldások esetén a szabályozó performanciája nagy mértékben függ az alkalmazott matematikai modell pontosságától, így számos esetben állapotmegfigyelőket alkalmaznak a paraméter bizonytalanságok és zavarások becslésére, például csúszómód (Sun et al., 2016) és Takagi-Sugeno (Schulte & Gerland, 2009) állapotmegfigyelő algoritmusokat.

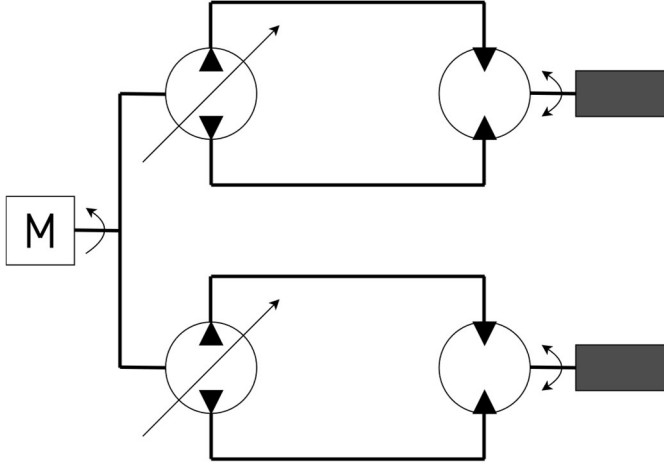
A modell alapú megoldásokon kívül gyakran javasolnak csúszómód szabályozókat, például (Sun & Aschemann, 2013) és (Danh & Aschemann, 2021b). Ezen felül a szakirodalomban megtalálhatók decentralizált flatness-alapú algoritmusok (Sun et al., 2016), robusztus szabályozók (Mishra et al., 2025), valamint adaptív kompenzációs megoldások (Danh & Aschemann, 2021a).

Jelen cikk egy belsőégésű motorral és egy állítható lökettérfogatú tandemszivattyúval rendelkező hidrosztatikus hajtásrendszer fordulatszám szabályozását mutatja be. A szabályozási feladat célja a hidraulikus motorok fordulatszám szabályozása a belsőégésű motor és a tandemszivattyú egyidejű szabályozásával, miközben másodlagos cél a belsőégésű motor fordulatszámának minimalizálása.

A cikk hátralévő részének a felépítése a következő: a második fejezetben a matematikai modell felépítése található, amely kellő pontossággal képes leírni a rendszer viselkedését. A harmadik fejezetben a differenciálegyenletekből adódó állapotter-reprezentáció felírása, és az előkompenzációs erősítést alkalmazó LQR szabályozás megvalósítása olvasható. A negyedik fejezet a második fejezetben bemutatott modell és a harmadik fejezetben bemutatott szabályzó alkalmazásával készített szimuláció eredményeit taglalja. Az ötödik fejezetben a levont következtetések, jövőbeni fejlesztési célok és bővítési lehetőségek vannak összefoglalva.

2. RENDSZER LEÍRÁSA

A vizsgált hidrosztatikus hajtáslánc egy belsőégésű motorból, egy ahhoz csatlakozó hidraulikus tandemszivattyúból, valamint a tandemszivattyú két részéhez külön hidraulikus körökön keresztül csatlakozó hidraulikus motorokból áll. A rendszer elvi felépítése az 1. ábrán látható.



1. ábra Hidraulikus hajtásrendszer elvi felépítése

A rendszert egy belsőégésű motor hajtja meg, aminek a főtengelyéhez csatlakoztatva egy közös tengelyen egy állítható lökettérfogató ferdetárcsás tandemszivattyú található.

A modellalkotás szempontjából a tandemszivattyú felbontható két különálló szivattyúra, melyek külön-külön hidraulikus körrel rendelkezik, ugyanakkor közös szögsebességgel forognak (ω_p).

A szivattyúk lökettérfogata a következőképp adható meg:

$$V_p(\alpha_p) = \frac{N_p A_p D_p}{2\pi} \tan(\alpha_p), \quad (1)$$

ahol α_p a ferde tárcsa dőlésszöge, N_p a dugattyúk száma, A_p az effektív dugattyúfelület, D_p pedig a dugattyúkör átmérője.

Az egyes szivattyúk térfogatárama függetlenül szabályozható α_p segítségével, ami lehetővé teszi a különböző térfogatáramok előállítását az azonos ω_p ellenére.

$$q_p = V_p(\alpha_p) \omega_p. \quad (2)$$

A szivattyúk által meghajtott hidraulikus motorok térfogatárama az alábbi módon adható meg:

$$q_m = V_m \omega_m, \quad (3)$$

ahol V_m a hidraulikus motor lökettérfogata, ω_m pedig a fordulatszáma.

A hidraulikus motor lökettérfogata nem állítható, így az alábbi konstans paraméterektől függ:

$$V_m = \frac{N_m A_m D_m}{2\pi}, \quad (4)$$

ahol N_m a dugattyúk száma, A_m az effektív dugattyúfelület, D_m a dugattyúkör átmérője.

A szivattyú által keltett nyomáskülönbség és térfogatáram meghatározza a hidraulikus motor kimeneti fordulatszámát.

A nyomáskülönbségre az alábbi differenciálegyenlet írható fel:

$$\Delta \dot{p} = \frac{2}{C_H} (q_p - q_m) - \frac{q_u}{C_H}, \quad (5)$$

ahol C_H a hidraulikus kapacitás, q_u pedig a modellezett egyenértékű zavarás.

A mozgásegyenlet az alábbi differenciálegyenlettel adható meg:

$$\dot{\omega}_m = \frac{V_m \Delta p - d_v \omega_m - \tau_U}{J_v} \quad (6)$$

ahol d_v a csillapítási tényező, J_v a tehetetlenségi nyomaték, τ_U pedig az egyenértékű zavaró nyomaték.

3. SZABÁLYZÓ TERVEZÉSE

3.1 Állapottér reprezentáció

A differenciálegyenletek segítségével felírható a lineáris állapotter reprezentáció mátrixos alakban:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (7a)$$

$$y = Cx + Du, \quad (7b)$$

ahol A B C és D a rendszert leíró konstans elemű mátrixok.

A két különálló hidraulikus kört két megegyező állapotter modellel írjuk fel, amiket aztán párhuzamosan használhatunk a szimuláció során.

A linearizált modell felírásához q_u -t és τ_U -t elhanyagoljuk, illetve mindkét differenciálegyenletben a bemeneti jelek (a szivattyútárcsa dőlésszögének és a belsőégésű motor szögsebességének) szorzatát egyetlen virtuális bemeneti jellel helyettesítjük.

$$u = \omega_p \tan(\alpha_p). \quad (8)$$

Így az állapotter reprezentációk a két hidraulikus körre külön-külön mátrixos formában a következőképp írhatóak fel:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{p} \\ \dot{\omega}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{N_m A_m D_m}{2\pi C_H} \\ \frac{N_m A_m D_m}{2\pi J_v} & -\frac{d_v}{J_v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{N_p A_p D_p}{\pi C_H} \\ 0 \end{bmatrix} [u]. \quad (9)$$

3.2 Lineáris Kvadratikus szabályozó

A Lineáris Kvadratikus szabályozóhoz (LQR) egy K visszacsatoló mátrixot szükséges meghatározni. Első lépésként definiálni kell Q és R súlyozó mátrixokat, melyek segítségével felírható a költségfüggvény, melynek minimalizálásával meghatározhatók K mátrix értékei:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad (10)$$

ahol Q a minőségi jellemzőket, R pedig a rendszerbe betáplált szabályozó energiát súlyozza. Q és R értékeit érdemes a Bryson szabálynak megfelelően úgy megválasztani, hogy a megengedett maximális állapot- és bemeneti értékek négyzetének reciprokaival legyenek arányosak.

Ahhoz, hogy a szabályozó kellően alacsony állandósult állapotbeli hibát érjen el a referenciaérték (r) követése esetén, előkompenzációs erősítést (N_{bar}) használunk, így állandósult állapotban a kimenet a referenciaértékkel egyenlő. Az előkompenzációs erősítő értékét az alábbi módon lehet kiszámítani:

$$N_{bar} = -(C(A - BK)^{-1}B)^{-1}. \quad (11)$$

Így a bemeneti jel a következőképp adható meg:

$$u = -Kx + N_{bar}r. \quad (12)$$

A párhuzamosan futó két hidraulikus kör állapotter modellszámításból így minden iterációban megkapjuk u_1 és u_2 bemeneti jeleket, amelyekkel követhető a megadott referencia érték.

Mivel az LQR szabályozó nem képes szigorú korlátokat alkalmazni, ezért u_1 és u_2 bármilyen nagy, akár fizikailag megvalósíthatatlan értékeket is felvehet. A szimuláció során éppen ezért szaturációt kell alkalmazni a bemeneti jeleknél, hogy modellezhetőek legyenek a valós rendszer korlátjai:

$$|u| \leq \omega_{pmax} \tan(\alpha_{pmax}). \quad (13)$$

3.3 Virtuális bemeneti jel felbontása

Ezek után u_1 és u_2 segítségével meghatározható a ferdetárcsás szivattyúk dőlésszöge ($\alpha_{p1control}$, $\alpha_{p2control}$) és a közös tengely szögsebessége ($\omega_{pcontrol}$):

$$u_1 = \omega_{pcontrol} \tan(\alpha_{p1control}), \quad (14a)$$

$$u_2 = \omega_{pcontrol} \tan(\alpha_{p2control}). \quad (14b)$$

A felbontás a következőképpen történik: a rendszer fizikai tulajdonságait figyelembe véve $\omega_{pcontrol}$ nem lehet kisebb, mint ω_{pmin} , mivel a belsőégésű motor fordulatszáma nem eshet egy bizonyos szint alá, illetve $\alpha_{p1control}$ és $\alpha_{p2control}$ abszolút értéke nem lehet nagyobb, mint α_{pmax} .

Ha u_1 és u_2 abszolút értéke kisebb, mint $\omega_{pmin} \tan(\alpha_{pmax})$ értéke, akkor a következőképpen számíthatóak ki $\omega_{pcontrol}$, $\alpha_{p1control}$ és $\alpha_{p2control}$ változók:

$$\omega_{pcontrol} = \omega_{pmin}, \quad (15a)$$

$$\tan(\alpha_{p1control}) = \frac{u_1}{\omega_{pcontrol}}, \quad (15b)$$

$$\tan(\alpha_{p2control}) = \frac{u_2}{\omega_{pcontrol}}. \quad (15c)$$

Ha viszont legalább az egyik bemeneti jel abszolút értéke nagyobb, mint $\omega_{pmin} \tan(\alpha_{pmax})$, akkor a következőket kell megvizsgálni.

Ha $|u_1| \geq |u_2|$, akkor az értékek az alábbi módon alakulnak:

$$\tan(\alpha_{p1control}) = \text{sgn}(u_1) \tan(\alpha_{pmax}), \quad (16a)$$

$$\omega_{pcontrol} = \frac{u_1}{\tan(\alpha_{p1control})}, \quad (16b)$$

$$\tan(\alpha_{p2control}) = \frac{u_2}{\omega_{pcontrol}}. \quad (16c)$$

Ha pedig $|u_1| < |u_2|$, akkor u_2 -ből kiindulva lehet elvégezni a felbontást:

$$\tan(\alpha_{p2control}) = \text{sgn}(u_2) \tan(\alpha_{pmax}), \quad (17a)$$

$$\omega_{pcontrol} = \frac{u_2}{\tan(\alpha_{p2control})}, \quad (17b)$$

$$\tan(\alpha_{p1control}) = \frac{u_1}{\omega_{pcontrol}}. \quad (17c)$$

Ezzel a módszerrel ω_p értéke minimalizálható bármely u_1 és u_2 értékek esetén.

3.4 Aktuátorok időállandói

A valóságban az aktuátorok nem tudják azonnal lekövetni a bemeneti jelek változását. Ez a szimuláció során a következőképpen modellezhető:

$$\alpha_{p1} = \alpha_{p1last} + \frac{\Delta t}{T_{u\alpha}} (\alpha_{p1control} - \alpha_{p1last}), \quad (18a)$$

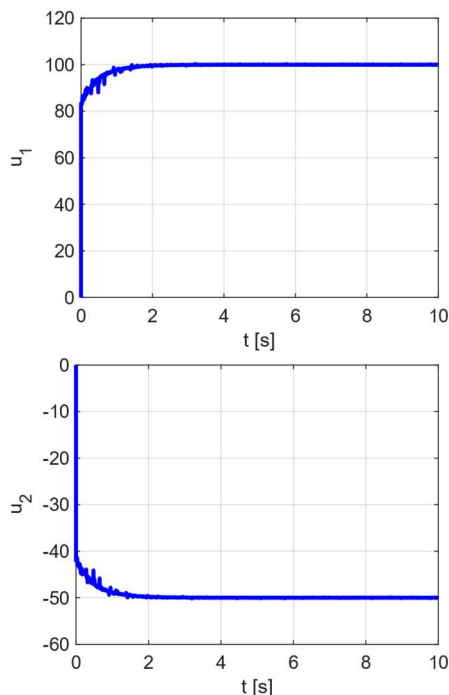
$$\alpha_{p2} = \alpha_{p2last} + \frac{\Delta t}{T_{u\alpha}} (\alpha_{p2control} - \alpha_{p2last}), \quad (18b)$$

$$\omega_p = \omega_{plast} + \frac{\Delta t}{T_{u\omega}} (\omega_{pcontrol} - \omega_{plast}), \quad (18c)$$

ahol α_{p1last} , α_{p2last} és ω_{plast} az előző időpillanatban vett α_{p1} , α_{p2} és ω_p értéke, Δt a mintavételezési idő, $T_{u\alpha}$ és $T_{u\omega}$ pedig az aktuátorok időállandói. Minél nagyobb az időállandó, annál lassabban fog reagálni az aktuátor.

4. EREDMÉNYEK

Az alábbi szimulációban $\omega_{m1} = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ és $\omega_{m2} = -50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ referencia értékeket állítottunk be. A szimuláció 10s ideig tart, a kezdeti értékek $\Delta p_1 = 1 \text{ bar}$, $\omega_{m1} = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\Delta p_2 = 1 \text{ bar}$, $\omega_{m2} = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.



2. ábra Virtuális bemeneti jelek

A 2. ábrán látható, hogy u_1 és u_2 értéke azonnal megugrik a szimuláció kezdetén, azonban a bevezetett aktuátor időállandóknak köszönhetően α_{p1} , α_{p2} és ω_p értékei csak fokozatosan érik el a kívánt nagyságot, ahogy azt a 3. és 4. ábra szemlélteti.

A bemeneti jelek hatására mindkét hidraulikus körben elkezd változni Δp nyomáskülönbség értéke. Mivel ω_{m2} referencia értéke negatív, ezért ebben a körben a nyomáskülönbség értéke is negatív lesz, azaz megfordul az áramlás, így fordított irányba fog forogni a hidraulikus motor.

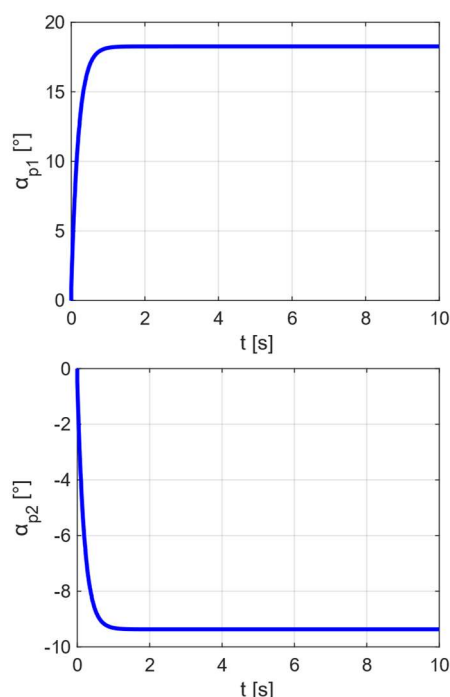
Az 5. ábrán a nyomáskülönbségeknél megfigyelhető, hogy oszcilláció lép fel. Ez a szimuláció lépésközének nagysága, valamint a szabályozási célú modell egyszerűsítése miatt alakul ki.

A 6. ábrán látható ω_{m1} és ω_{m2} értékeinek alakulása. Megfigyelhető, hogy az előkompenzációs erősítésnek köszönhetően a rendszer állandósult hiba nélkül tudja felvenni a referenciaértékeket.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Jelen kutatás bemutatta egy belsőégésű motorral hajtott tandemszivattyús hidrosztatikus erőátviteli rendszer szabályozási célú modelljét, valamint fordulatszám szabályozását. A matematikai modell a nyomáskülönbség és a

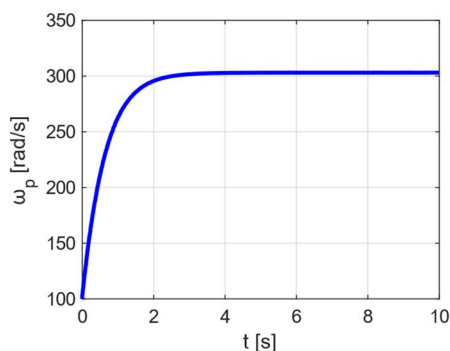
hidraulikus motor fordulatszámának differenciálegyenletein alapul, a szabályozás pedig egy LQR szabályozó segítségével történik.



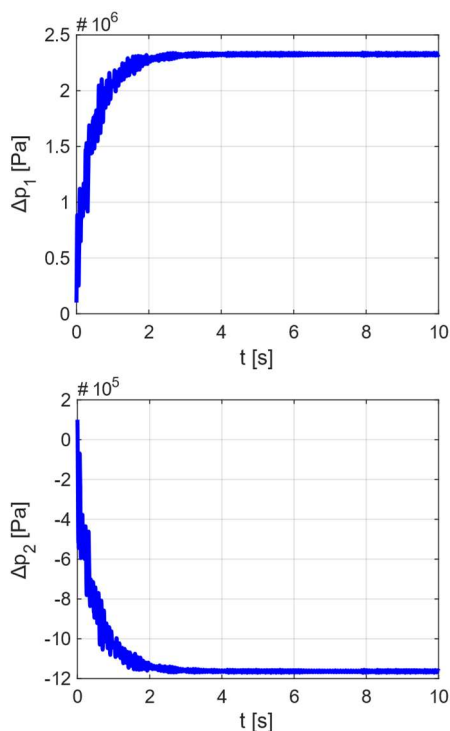
3. ábra Ferdetárcsás szivattyúk tárcsájának dőlésszöge

A rendszer linearizálása végett a bemeneti jelek szorzatát egyetlen virtuális bemeneti jelnek tekintjük, amely aztán a rendszer korlátait figyelembe véve felbontható, miközben a belsőégésű motor fordulatszáma minimalizálható. A szabályozás tartalmaz egy előkompenzációs erősítést, amely segítségével az állandósult hiba csökkenthető.

A szimuláció során a figyelembe vettük az aktuátorok viselkedését és a fizikai limitációkat is, így a szivattyúk dőlésszögének és fordulatszámának változása nem azonnali, illetve a rendszer nem érhet el a gyakorlatban megvalósíthatatlan állapotokat.

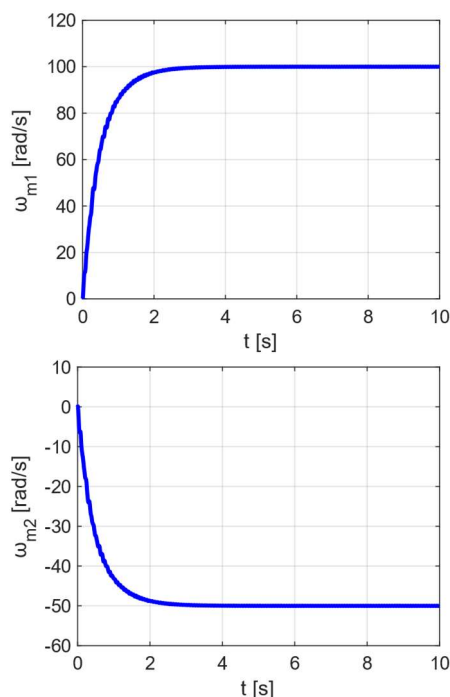


4. ábra Ferdetárcsás szivattyúk fordulatszáma



5. ábra Nyomáskülönbségek alakulása

A kutatás számos továbbfejlesztési lehetőséget tartalmaz, ideértve a nemlinearitások és a veszteségek pontosabb modellezését, valamint az LQR szabályozó kiegészítését a bizonytalanságok kezelésére alkalmas állapotmegfigyelővel, vagy robusztus szabályozók alkalmazását. A jövőbeni kutatási tervek tartalmazzák a belsőégésű motor működésének optimalizálását a terhelés függvényében, valamint a szabályozó tesztelését valós környezetben.



6. ábra Hidraulikus motorok szögsebessége

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A 2024-2.1.1-EKÖP-2024-00003 számú projekt a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, az EKÖP-24-4-II pályázati program finanszírozásában valósult meg.

IRODALOMJEGYZÉK

- Aschemann, H., Sun, H., & Meinschmidt, T. (2014). An experimental study of extended linearisation approaches for a hydrostatic transmission with unknown disturbances. *2014 European Control Conference (ECC)*, 2046–2051. <https://doi.org/10.1109/ECC.2014.6862442>
- Danh, D. N., & Aschemann, H. (2021a). Adaptive Feedforward Compensation Using a Neural Network for Velocity Control of Hydrostatic Transmissions. *2021 29th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, 354–359. <https://doi.org/10.1109/MED51440.2021.9480220>
- Danh, D. N., & Aschemann, H. (2021b). Tracking Differentiator-Based Sliding Mode Velocity Control of a Hydrostatic Transmission. *2021 25th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, 269–274. <https://doi.org/10.1109/MMAR49549.2021.9528444>
- Fan, Q., Zhang, J., Li, R., & Fan, T. (2025). Review of Research on Hydrostatic Transmission Systems and Control Strategies. *Processes*, 13(2). <https://doi.org/10.3390/pr13020317>
- Kersten, J., & Aschemann, H. (2016). LMI approaches for a robust control of a wind turbine with a hydrostatic transmission. *2016 European Control Conference (ECC)*, 1475–1480. <https://doi.org/10.1109/ECC.2016.7810498>
- Lennevi, J., & Palmberg, J.-O. (1995). Application and Implementation of LQ Design Method for the Velocity Control of Hydrostatic Transmissions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 209(4), 255–268. <https://doi.org/10.1243/PIME\PROC\1995\209\393\02>
- Liu, Z., Zhang, G., Chu, G., Niu, H., Zhang, Y., & Yang, F. (2021). Design Matching and Dynamic Performance Test for an HST-Based Drive System of a Hillside Crawler Tractor. *Agriculture*, 11(5). <https://doi.org/10.3390/agriculture11050466>
- Mishra, S. K., Wrat, G., Ranjan, P., Jose, J. T., & Das, J. (2025). Precision and Stability in Hydrostatic Transmissions with Robust H_∞ Control Under Parametric Uncertainties. *Journal of Experimental and Theoretical Analyses*, 3(2). <https://doi.org/10.3390/jeta3020014>
- Schulte, H., & Gerland, P. (2009). Observer Design Using T-S Fuzzy Systems for Pressure Estimation in Hydrostatic

- Transmissions. *2009 Ninth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, 779–784. <https://doi.org/10.1109/ISDA.2009.52>
- Sun, H., & Aschemann, H. (2013). Sliding-mode control of a hydrostatic drive train with uncertain actuator dynamics. *2013 European Control Conference (ECC)*, 3216–3221. <https://doi.org/10.23919/ECC.2013.6669571>
- Sun, H., Prabel, R., & Aschemann, H. (2016). Cascaded control design for the tracking control of a hydrostatic transmission based on a sliding mode state and disturbance observer. *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, 432–437. <https://doi.org/10.1109/MMAR.2016.7575174>
- Wang, J., Liu, Z., Chen, H., Zhang, Y., Zhang, D., & Peng, C. (2024). Trajectory Tracking Control of a Skid-Steer Mobile Robot Based on Nonlinear Model Predictive Control with a Hydraulic Motor Velocity Mapping. *Applied Sciences*, 14(1). <https://doi.org/10.3390/app14010122>
- Xiang, Y., Li, R., Brach, C., Liu, X., & Geimer, M. (2022). A Novel Algorithm for Hydrostatic-Mechanical Mobile Machines with a Dual-Clutch Transmission. *Energies*, 15(6). <https://doi.org/10.3390/en15062095>