

## Járműrendszerek megbízhatóságának érzékenység-, és bizonytalanságelemzése

Pokorádi László

Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, 1081 Budapest, Népszínház utca 8.  
pokoradi.laszlo@bgtk.uni-obuda.hu

Kivonat: Korszerű járműrendszerekkel szemben egyre nagyobb mértékben jelennek meg a különböző biztonsági, megbízhatósági követelmények. Ezen követelmények kielégítését nagyban segíti a matematikai modellekre épülő megbízhatósági modellek alkalmazása. A megbízhatósági modellek felhasználhatók annak határozására, hogy az adott rendszer mely elemei, berendezései megbízhatóságának – műszaki megoldásokkal történő – növelésével javítható leghatékonyabban a teljes rendszer megbízhatósága. Mint minden matematikai modell, a megbízhatósági modellek is bizonyos mértékű parametrikus bizonytalansággal bírnak, melyek pontos ismerete a gyakorlati döntések során felhasználhatók a műszaki menedzsment döntéshozatalában. A tanulmány a műszaki megbízhatóságot és modellbizonytalanságot, illetve elemzésükre alkalmazható két módszert mutatja be, röviden. Végezetül a Szerző a témakörrel kapcsolatos főbb gondolatait ismerteti.

### 1. BEVEZETÉS

Az általános rendszerelmélet először a biológia területén jelent meg, VON BERTALANFFY (1968) munkájának köszönhetően. Megfogalmazása szerint: „A rendszer egymással kölcsönhatásban álló elemek olyan együttese, amelyre bizonyos rendszertörvények alkalmazhatók. Az elem a rendszer olyan része, összetevője, amelyet az egész vizsgálata érdekében célszerű megkülönböztetni.” Véleménye szerint a rendszer tulajdonságait nem kizárólag az elemek, hanem sokkal inkább a közöttük lévő kapcsolatok határozzák meg.

A (műszaki) rendszerelmélet – ZADEH és POLAK (1972) szerint – nem más, mint különféle matematikai módszerek gyűjteménye, melyek segítségével a rendszerek elemezhetők. Ezt a gyűjteményt főleg a differencia- és differenciálegyenletek, a vezérlélmélet, a kapcsolóáramkörök elmélete, az automaták elmélete, az információelmélet, a matematikai programozás, a dinamikus programozás, a variációszámítás, az alkalmazott mechanika, a dinamikus rendszerek elmélete, a funkcionálanalízis, a valószínűségelmélet, a játékelmélet területéről állították össze, de természetesen más matematikai ágak is helyet kapnak benne.

BOKOR és GÁSPÁR (2008) megfogalmazásában a rendszerelmélet formálisan írja le és jellemzi adott (mesterségesen létrehozott vagy természetileg adott) rendszer tulajdonságait egységes, a saját fogalomrendszerre építve. A lineáris rendszerek elméletét tekintve a nyolcvanas években fejlődött ki az úgynevezett algebrai és a geometriai rendszerelmélet.

NAGY (2001) megfogalmazásában a rendszer fogalma olyan jelenségek vagy objektumok összessége, melyeket kölcsönhatások és kölcsönös összefüggések kapcsolnak össze. A folyamat a rendszeren belül lejátszódó jelenségek térbeli és/vagy időbeli sorozata.

FODOR (2006) könyvében úgy fogalmaz, hogy egy rendszer az adott fizikai objektum egy modellje, amely az úgynevezett fizikai változók segítségével írható le. A „fizikai” azt jelenti, hogy „valóságos”; a konkrét tartalma lehet fizikai, kémiai, gazdasági, stb., vagy ezek keveréke. A rendszer egy transzformáció, amely adottnak tekintett gerjesztésekhez meghatározott válaszokat rendel.

A megbízhatóság minden modern technikai rendszer biztonságos működésének alapvető követelménye. A fogalom jelenlegi értelmezése az MSZ IEC 50(191) szabvány szerint:

„191-02-03 megbízhatóság (általános értelemben)

Gyűjtőfogalom, amelyet a használhatóság és az azt befolyásoló tényezők, azaz a hibamentesség, a karbantarthatóság és karbantartásellátás leírására használnak.

Megjegyzés:

A megbízhatóság fogalmát csak általános leírásokra használjuk, nem-mennyiségi fogalmak esetében.” (IEC, 1993).

A műszaki megbízhatóságon kezdetben a rendszerek vagy berendezések hibamentes működésének valószínűségét értették, vagyis egy 0 és 1 közötti számértékkel megadható tulajdonságot. Ezt fejezik ki a fenti szabványban olvasható következő fogalom:

„191-02-06 hibamentesség/megbízhatóság (szűkített értelemben)

A terméknek az a képessége, hogy előírt funkcióját adott feltételek között, adott időszakban ellátja.

Megjegyzés:

1. Általában azt tételezik fel, hogy az időszakasz kezdőpontjában a termék olyan állapotban van, hogy előírt funkcióját ellátni képes.

2. A „hibamentesség” fogalmát a hibamentesség mérőszámaként is használják (lásd: 191-12-01)

191-12-01 hibamentesség/hibamentesség valószínűsége (jelölése:  $R(\tau_1, \tau_2)$ )

Annak valószínűsége, hogy a termék előírt funkcióját adott feltételek között, adott  $(\tau_1, \tau_2)$  időszakaszban ellátja.” (IEC, 1993)

A megbízhatósági elemzések legfőbb célja a rendszer meghibásodási valószínűségének és védőgátjainak kvantitatív meghatározása (Zio, 2009).

A technikai rendszerek kvantitatív megbízhatósági módszerekkel történő elemzésének alapjául szolgáló, általánosan elfogadott feltételezés az, hogy a rendszerek bináris komponensekből állnak (azaz olyan eszközök kétféle állapotban lehetnek: működőképesek vagy hibásak). De, számos olyan rendszer is létezik, amelyek összeteljesítménye különböző szintű lehet, a több (adott esetben folyamatos) állapotú alkotóelemek működési feltételeitől függően. A szakirodalomban az ilyen rendszert, többállapotú rendszernek (Multi-State System – MSS) nevezik (Zio, 2009).

Nem-komplex kapcsolatúnak nevezzük azokat a rendszereket, melyek elemzése során azokat úgynevezett soros, illetve párhuzamos megbízhatóságú részekre tudjuk bontani.

Soros megbízhatóságúnak nevezzük azt a rendszert, amelyikben bármelyik elem meghibásodása a rendszer üzemképességét okozza.

Párhuzamos megbízhatóságúnak nevezzük azt a rendszert, amelyik mindaddig üzemképes, amíg egyetlen eleme is még működőképes. Egy párhuzamos rendszer redundáns, vagyis funkció szempontjából egyik elem vagy részrendszer helyettesítheti a másikat, azaz a párhuzamos felépítésű rendszerek mindig tartalmaznak tartalékot.

Fontos hangsúlyozni, hogy a megbízhatóság szempontjából vizsgált modellekben a soros és párhuzamos kapcsolat nem azonos az elemek valóságban (időben és/vagy térben) elfoglalt helyzetével. A megbízhatósági modell készítésekor fontos tisztában lennünk a szerkezet működésével, és ez alapján kell meghatározni az elemek közti megbízhatósági kapcsolatot.

A komplex kapcsolatú rendszereket a többcsatornás, redundáns részeket is tartalmazó hálózatok, melyek nem bonthatók egyértelműen soros, illetve párhuzamos megbízhatóságú rétegekre.

Komplex technikai rendszerek elmélete és azok megbízhatóságának vizsgálati módszerei KOŁOWROCKI és SOSZYŃSKA-BUDNY (2011), LIU (2010) és USHAKOV (1994) munkából ismerhetők meg. Jelentős támpontot adott MYERS (2010) könyve is.

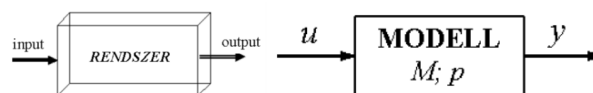
A tanulmány az alábbi fejezetekből áll: A 2. fejezetben rendszer- és modellbizonytalanság főbb kérdéseit ismertetjük. A 3. fejezetben az érzékenység vizsgálatok Szerző által kidolgozott mátrixaritmetikai eljárását mutatjuk be. A 4. fejezetben a hibafa-elemzés lineáris érzékenységi modellje ismerhető meg. Az 5. fejezet a Monte-Carlo szimuláció alappondolatát mutatja be. A 6. fejezet egy üzemelési folyamat Mon-

te-Carlo szimulációra épülő elemzését írja le. Végezetül, az 7. fejezetben összegezi jelen munkáját a Szerző, majd kutatási terveit ismerteti.

## 2. RENDSZER- ÉS MODELLBIZONYTALANSÁG

A modell a valóságos rendszer egyszerűsített, a vizsgálat szempontjából lényegi tulajdonságait kiemelő mása. A modell mindazon másodlagos jellemzőket elhanyagolja, amelyek a kitűzött vizsgálat szempontjából nem tekintünk meghatározónak. Ezért elég, ha a modell a valódi rendszert csak a meghatározott szempontból vagy szempontokból helyettesíti. Sőt, a vizsgálat szempontjából lényegtelen szempontok figyelembevétele kifejezetten káros. Összességében: „Az a jó modell, amely a lehető legegyszerűbb, de a célnak megfelelő pontossággal közelíti a valóságot” (M. Csizmadia & Nándori 2003).

A matematikai modell a matematika szimbólumrendszerén keresztül teremt kapcsolatot a vizsgált rendszer be- és kimenő jellemzői között (Pokorádi, 2008). A matematikai modellalkotás lényegében az adott rendszert, illetve a benne lejátszódó folyamatot leíró egyenletek, a kezdeti- és peremfeltételeket, valamint a kapcsolódó adatrendszer felállítását, illetve a megoldó algoritmust jelenti. Azért kell ide sorolnunk a megoldó algoritmust is, mert az meghatározza a megoldás pontosságát, így a modell alkalmazhatóságát is.



1. ábra Technikai rendszer és matematikai modelljének egyszerűsített sémája (Pokorádi, 2008)

Az 1. ábra alapján kijelenthető, hogy a matematikai modellek két fő jellemzője

- a modell  $M$  szerkezete;
- a modell  $p$  belső paramétere(i).

A matematikai modell felállításakor, illetve a kapott eredmények elemzésekor mindig számolnunk kell valamilyen fajtájú, illetve mértékű bizonytalansággal. Ennek oka részben az, hogy ismereteink sosem teljesek a modellezett rendszerrel kapcsolatban, illetve a rendelkezésre álló adataink is némi pontatlansággal bírnak. A bizonytalanság elválaszthatatlan a modelltől, a gerjesztésektől és a modellparaméterektől. A bizonytalanság elemzés információt ad a kapott válaszok hibahatáraitól, a modell eredményeinek elfogadási szintjéről.

A bizonytalanság elemzési módszerek értelmezéséhez először írjunk fel egy

$$y = f(x) \quad (1)$$

általános modellt, ahol  $y$  függő változók vektora;  $x$  független változók vektora, mely magába foglalja a  $p$  belső paramétereket és az  $u$  a bemenő (input) jeleket.

A bizonytalanság – annak forrása alapján történő – osztályozása megkülönböztet parametrikus, illetve ismereti bizonytalanságot.

Az ismereti bizonytalanság gyakorlati („mérnöki”) főbb forrásai lehetnek a nem megfelelő ismeret a vizsgált rendszerről és környezetéről, a fizikai törvények helytelen alkalmazása, vagy az inkorrekt modellel egyszerűsítések, mint például a linearizálás. Ismereti bizonytalanságot okozhat a modellt működtető program során elkövetett hiba (változó téves jelölése) is.

A parametrikus bizonytalanság oka vagy a külső, input vagy a modell (rendszer) belső paramétereinek ingadozásai. Következésképpen, a parametrikus bizonytalanság megfelelő módszerekkel modellezhető és elemezhető.

Az (1) egyenletre hivatkozva ez a bizonytalansági forma az  $\mathbf{x}$  vektor elemei értékeinek ingadozását, illetve azok következményeit jelenti.

A parametrikus bizonytalanság gyakorlati („mérnöki”) főbb forrásait az alábbiakban foglalhatjuk össze: gyártási, üzemeltetési paraméter eltérések; előregedés; „elhangolódás”; helytelen kvantálás; pontatlan mérés; mérési zaj; helytelen (statistikai) adatfeldolgozás; nyelvi változók alkalmazása.

A független változók értékeinek bizonytalanságát, ingadozását jellemezhetjük a

$$\mathbf{d}_x^T = [d_{x1}; d_{x2} \dots d_{xn}] \quad (2)$$

eloszlásvektorral, melynek elemei a függő változók eloszlás függvényei, illetve a

$$\mathbf{i}_x^T = [i_{x1}; i_{x2} \dots i_{xn}] \quad (3)$$

intervallumvektorral, melynek elemei a függő változók érték-intervallumai (Pokorádi, 2008).

FERSON és TROY TUCKER (2006), valamint OBERKAMPF szerzőtársaival (Oberkampf, et.al., 2004) írja le a modellbizonytalanság elemzési módszereit. A parametrikus bizonytalanság tudományos szintű elemzése alapvetően két eltérő módon oldható meg (Ferson & Troy Tucker, 2006).

Az első mód a gerjesztések bizonytalansága következtében fellépő lehetséges rendszerválaszok meghatározása intervallum értékekkel. Az intervallumokhoz nem kapcsolunk valószínűségi eloszlásokat, csak a lényegi eredmények – rendszer kimenő jelei értékeinek – lehetséges jövőbeli értékeit határozzuk meg a

$$\mathbf{i}_y = f_i(\mathbf{i}_x) \quad (4)$$

függvény meghatározásával. Ahol az  $f_i$  függvény az (1) egyenlet  $f$  függvénye alapján határozható meg.

A másik alapvető módszer a független változók minden lehetséges eleméhez való valamilyen valószínűségi eloszlás rendelése és ez alapján a rendszer kimenő jellemzői

$$\mathbf{d}_y = f_d(\mathbf{d}_x) \quad (5)$$

valószínűségi eloszlásainak meghatározása. Ekkor az  $f_d$  függvényt az (1) egyenlet  $f$  függvénye alapján határozzuk meg. Ha az adatok valószínűségi eloszlásai ismertek, elméletileg mindegyik alternatíva következményeinek eloszlását is meghatározhatjuk. Ez egy egyszerű kritérium esetén a vizsgált rendszer

vagy folyamat kvalitatív tulajdonságának valószínűségi eloszlását jelenti.

BOKOR és GÁSPÁR (2008) megfogalmazása szerint a modell és a rendszer közötti eltérés, bizonytalanság meghatározására általános megoldás nincs.

### 3. MÁTRIXALGEBRAI ÉRZÉKENYSÉGVIZSGÁLAT

A szűkített értelmezésű rendszer megbízhatóság lineáris érzékenységi modelljének felállításához az eredeti megbízhatósági modellt, azaz egyenletet, vagy egyenletrendszert, valamilyen módon linearizálni szükséges. Egy általános,

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R} \quad (6)$$

alakú egyenlettel felírt modell esetén egy olyan egyenletet kapunk, mely a paraméterek

$$\frac{d\eta}{\eta} \approx \frac{\Delta\eta}{\eta} = \delta\eta \quad (7)$$

relatív változásai közti

$$K_{x_i} = K_i = \frac{\partial f(x_1; x_2; \dots; x_n)}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(x_1; x_2; \dots; x_n)} = \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{x_i}{y} \quad (8)$$

kapcsolatot írja le (Rohács & Simon, 1989). Ha a vizsgált rendszert vagy folyamatot egy egyenletrendszerrel tudjuk matematikailag leírni a független és a függő változókat  $\delta\mathbf{x}$ , illetve  $\delta\mathbf{y}$  vektorokba rendezve a relatív változásaik közti kapcsolatot az

$$\mathbf{A} \delta\mathbf{y} = \mathbf{B} \delta\mathbf{x} \quad (9)$$

mátrixegyenlettel írható le, ahol  $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  a függő változók együttható mátrixa;  $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  a független változók együttható mátrixa;  $n \in \mathfrak{N}$  a függő változók száma;  $m \in \mathfrak{N}$  független változók száma.

Bevezetve a

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \quad (10)$$

relatív érzékenységi mátrixot, a (9) egyenlet a

$$\delta\mathbf{y} = \mathbf{D} \delta\mathbf{x} \quad (11)$$

alakúra módosul (Rác, 1978).

A fentiekben általános formában kidolgozott lineáris érzékenységvizsgálati eljárás eredményei alapján meg tudjuk határozni, hogy a vizsgált rendszer mely részegysége megbízhatóságának növelése, javítása okozza a teljes rendszer megbízhatóságának legnagyobb mérvű javulását. Előnyei a következőkben fogalmazhatók meg:

☞ jól algoritmizálhatók;

- ↪ a rész-érzékenységi együtthatók – az egyszerű függvények következtében – viszonylag könnyen meghatározhatók;
- ↪ a tipikus, vagy tipizálható részegységek érzékenységi együtthatói struktúrája azonos, így csak a paramétereik behelyettesítésével egyszerűen kiszámíthatók;
- ↪ az érzékenységi együttható mátrix megadja a részrendszerek, elemcsoportok érzékenységi együtthatóit is, nem csak a teljes rendszer megbízhatóságának, meghibásodási valószínűségének érzékenységét.

A következő fejezetben egy esettanulmányon keresztül kerül bemutatásra az általánosan ismertetett mátrixalgebrai eljárás alkalmazhatósága.

#### 4. A HIBAFÁ LINEÁRIS ÉRZÉKENYSÉGI MODELLJE LINEAR FAULT TREE SENSITIVITY MODEL – LFTSM

A hibafa-elemzés során egy valós vagy feltételezett rendszerhibából, az úgynevezett fő eseményből (Top Event – TE) indulunk ki, és fokozatosan derítjük fel azokat az alkotóelem és részrendszer meghibásodási lehetőségeket, melyek az adott, nem kívánt esemény bekövetkezéséhez vezetnek vagy vezethetnek. Az elemző munkát fastruktúrájú gráf megjelenítés segíti, ahol a csomópontokban logikai kapuk segítségével határozzuk meg a kimenő esemény bekövetkezésének feltételeit. Az elemzést különböző, például megbízhatósági számításokkal is ki lehet egészíteni. Módszertanát az (IEC, 1990) és (MSZ, 1999) szabványokból tudjuk megismerni.

Egy nem elemi esemény bekövetkezési valószínűsége és annak érzékenységi együtthatója meghatározható az azt kiváltó események bekövetkezési valószínűségeinek, illetve a kapcsolatot leíró logikai kapu ismeretében, azaz:

ÉS kapu esetén:

$$P = \prod_{i=1}^k P_i \rightarrow K_i = 1, \quad (12)$$

ahol  $P_i \in [0,1] \subset \mathbb{R} \forall i \in \{1,2,\dots,k\}$  az  $i$ -edik kiváltó esemény bekövetkezési valószínűsége;  $k \in \mathbb{N}$  a kiváltó események száma.

VAGY kapu esetén:

$$P = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_i) \rightarrow K_j = \frac{P_j}{P} \prod_{i=1, i \neq j}^k (1 - P_i). \quad (13)$$

A fenti módon megkapott érzékenységi együtthatók ismeretében a fentebb leírt lineáris érzékenységi modell alkalmazható a hibafa elemzés érzékenységvizsgálatára.

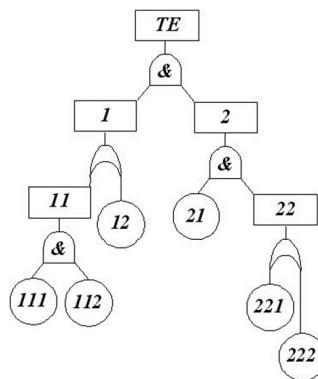
Az alábbi következtetések vonhatók le a vizsgált rendszerrel kapcsolatban:

- a) a fő esemény bekövetkezési valószínűségére legkisebb hatást a 222 elemi esemény bekövetkezési valószínűsége gyakorolja;

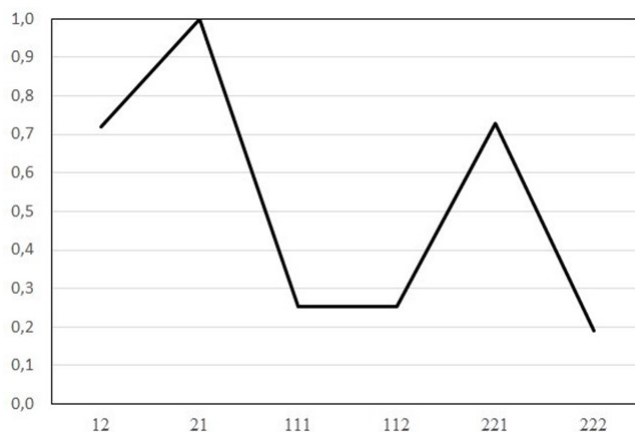
- b) a fő esemény bekövetkezési valószínűségére legnagyobb hatást a 21 elemi esemény bekövetkezési valószínűsége gyakorolja;

#### 1. Táblázat Hibafa névleges valószínűségi értékei

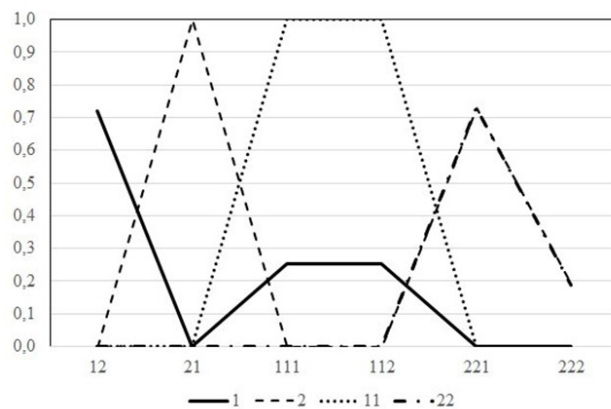
$P_{12} = 0,10$	$P_{21} = 0,20$	$P_{111} = 0,15$
$P_{112} = 0,25$	$P_{221} = 0,3$	$P_{222} = 0,10$
$P_{22} = 0,370$		$P_{11} = 0,03750$
$P_2 = 0,074$		$P_1 = 0,11375$
$P_{TE} = 0,0098975$		



2. ábra Hibafa mintapélda (Pokorádi, 2011)



3. ábra A fő esemény relatív érzékenységei



4. ábra A közbülső események relatív érzékenységei



- c) az 1 közbülső esemény bekövetkezési valószínűségére legnagyobb hatást a 12 elemi esemény bekövetkezési valószínűsége gyakorolja.
- d) a 2 közbülső esemény bekövetkezési valószínűségére legnagyobb hatást szintén a 21 elemi esemény bekövetkezési valószínűsége gyakorolja.

Ez a moduláris érzékenységi együttítható meghatározási elv jól használható komplex kapcsolatú rendszerek (SwCI) megbízhatóságának (Pokorádi, 2014), illetve megbízhatósági blokkdiagramelemzés (Pokorádi, 2022) érzékenységi elemzésére is.

## 5. A MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓ

A valószínűségi modellbizonytalanságot leíró (5) függvényben szereplő  $f_d$  általános alakú függvény adott esetekben meghatározható közvetlen módszerekkel, vagy a Monte-Carlo szimuláció alkalmazásával.

Az első olyan publikáció, melyben a szerzők a módszert Monte-Carlo-nak nevezték, METROPOLIS és ULAM (1949) nevéhez köthető. Bár, őket megelőzően is már alkalmaztak statisztikai mintavételezési elemző módszereket a természettudományokban. (Talán a legkorábbi dokumentált véletlenszerű mintavétel az integrál megoldásának megtalálására COMTE DE BUFFON nevéhez fűződik).

A Monte-Carlo szimuláció matematikai alapjai – többek között – KALOS és WHITLOCK (2008) könyvéből ismerhetők meg. Az eljárások alapötlete, hogy egy rendszer kimenő jellemzőinek valószínűségi eloszlásait azok analitikus megoldása helyett valamilyen mintavételezési eljárással közelítjük

A technikai rendszerek Monte-Carlo szimulációs elemzése esetén a következő lépéseket alkalmazzuk:

- kellő számú független, adott eloszlású mintahalmazt generálunk;
- a generált mintahalmaz alapján – a rendszer matematikai modelljének felhasználásával – határozzuk meg a rendszer lehetséges válaszait;
- a kapott válaszértékek statisztikai elemzésével meghatározzuk a rendszer kimenő jellemzőinek várható valószínűségi eloszlását.

A vizsgált rendszer bemenő jellemzőinek értékeit a mérési eredmények statisztikai kiértékeléseinek vagy szakértői tapasztalatok generáljuk. Ehhez a leginkább ismert eljárások:

- inverz eloszlásfüggvény módszer;
- direkt transzformációs módszer;
- dob-elvet módszer.

A műszaki gyakorlatban alkalmazott Monte-Carlo módszer előnye, hogy nincs szükség a sokszor igen bonyolult analitikus, esetleg numerikus módszerekkel történő modellmegoldásra, hanem „csupán” véletlen számok generálásával válaszolhatók meg a feltett kérdések. A mintavételezést kellő számban elvégezve a kapott eredményeket elemezve megbecsülhetjük – és adott szakmai szempontból értékelhetjük – a várható rendszerválaszok valószínűségi eloszlását. Végül az

így kapott eredményeket szakmai szempontból kell értékelnünk.

A következő fejezetben s Monte-Carlo szimuláció, valamint a szimulációs eredmények alkalmazási lehetőségét ismertetjük javítható műszaki rendszerek üzemeltetési megbízhatóságának elemzésére.

## 6. ÜZEMELTETÉSI FOLYAMAT MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓS ELEMZÉSE

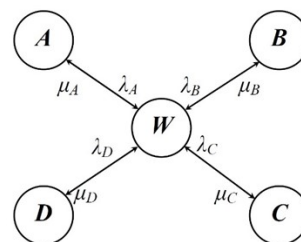
A mérnöki gyakorlat egyik fő része a különböző technikai berendezések és rendszerek üzemeltetése, karbantartása. Az üzemeltetés tágabb értelemben a technikai eszköz, azaz az üzemeltetés tárgya, használatának, különböző szintű kiszolgálásának és javításának összetett folyamata. Az üzemeltetés során az üzemeltetők (az alkalmazó szervezeti egységek) használják (üzemben tartják), tárolják, az üzemfenntartás keretében kiszolgálják, karbantartják, javítják a technikai eszközöket. Egy technikai eszköz üzemeltetése az eszközzel, vagy annak valamely rendszerével, berendezésével a gyártás és a kiselejtezés között történik összességében. Ez a valós, fizikai folyamat matematikai szempontból utóhatásmentes sztochasztikus, azaz Markov folyamatnak tekinthető. Egy üzemeltetési folyamat sztochasztikus matematikai modellje felhasználható a vizsgált üzemeltetési rendszer szimulációs elemzésére (Pokorádi, 2008).

Matematikai modellezéssel az üzemeltetési folyamatok és rendszerek általános értelemben vett megbízhatóság szempontú elemzése végezhető el.

Az úgynevezett beállt üzemeltetési folyamatot tapasztalhatunk a bejáratási és a kiöregedési szakaszok között, ha nem lép fel jelentős változás az üzemeltetési körülményekben. Az ilyen folyamatokat stacioner Markov-folyamattal tudjuk matematikailag modellezni (Pokorádi, 1996).

Egy nagyméretű hálózati rendszeren belül tömegesen alkalmazott berendezések üzemeltetése során négy (A; B; C; D) eltérő típusú – egy-egy részegységéhez kötődő – meghibásodást tapasztaltunk.

A meghibásodások és a javításaik főbb statisztikai adatait a 2. Táblázat tartalmazza. A folyamatot a 4. ábra súlyozott élű, irányított gráffal szemlélteti, ahol az élek súlyát az állapotváltási valószínűség sűrűségek (meghibásodási, illetve javítási ráták) adják meg.



4. ábra Az üzemeltetési folyamat gráf modellje

$W$  – rendelkezésre állás;  $A$  –  $A$  típusú meghibásodás javítása;  $B$  –  $B$  típusú meghibásodás javítása;  $C$  –  $C$  típusú meghibásodás javítása;  $D$  –  $D$  típusú meghibásodás javítása

A folyamatot leíró differenciál-egyenletrendszer – mely az állapotokban való tartózkodások valószínűségeinek időbeni változását írja le – az alábbi módon adható meg:

$$\begin{aligned} \frac{dP_W}{d\tau} &= -(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D)P_W + \mu_A P_A + \mu_B P_B + \mu_C P_C + \mu_D P_D \\ \frac{dP_A}{d\tau} &= \lambda_A P_W - \mu_A P_A \\ \frac{dP_B}{d\tau} &= \lambda_B P_W - \mu_B P_B \\ \frac{dP_C}{d\tau} &= \lambda_C P_1 - \mu_C P_C \\ \frac{dP_D}{d\tau} &= \lambda_C P_1 - \mu_D P_D \end{aligned} \quad (14)$$

Mivel a vizsgált folyamatot beálltnak – azaz időben változatlanak – tekinthetjük, így az állapotokban való tartózkodási valószínűségek időszerinti deriváltjainak zérusnak kell lenniük, azaz:

$$\frac{dP_W}{d\tau} = \frac{dP_A}{d\tau} = \frac{dP_B}{d\tau} = \frac{dP_C}{d\tau} = \frac{dP_D}{d\tau} = 0 \quad (15)$$

A megoldás további feltétele az is, hogy

$$\sum_{i=W}^D P_i(\tau) = 1 \quad (16)$$

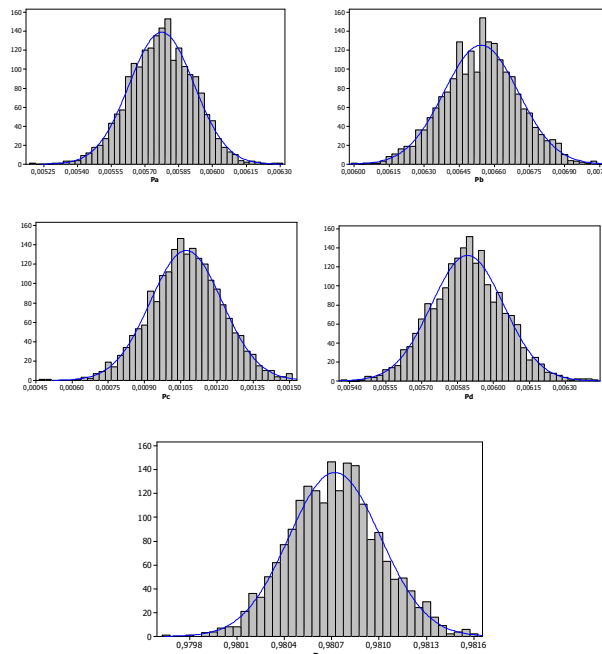
amely azt fejezi ki, hogy az üzemeltetés tárgya csak a fenti öt állapot (melyek esetünkben a teljes eseményteret alkotják) valamelyikében tartózkodhat.

## 2. Táblázat Szimulációs adatok statisztikai eredményei

Meghibásodás	A	B	C	D
Meghibásodások közti átlagidő MTTF [óra]	183663	162129	152848	179820
Min. meghibásodási idő [óra]	179709	159714	149470	173679
Max. meghibásodási idő [óra]	187468	167897	155381	183656
Meghibásodási idők szórása [óra]	2035	1873	1618	2247
Javítási átlagidő MTTR [óra]	1092,20	1081,80	161,86	1084,30
Min. javítási idő [óra]	1062	1036,7	117,16	1043
Max. javítási idő [óra]	1136,50	1142,90	196,94	1126,90
Javítási idők szórása [óra]	19,40	25,10	22,43	25,50

A szimulációs vizsgálat során statisztikai adatokat alkalmazva a fentiekben leírt sztochasztikus modellt futtattuk le. A kiinduló adatok, valamint szimulációs eredmények statisztikai eredményeit a 2. Táblázat tartalmazza. Az 5. ábra az

állapotokban való tartózkodási valószínűségek hisztogramjait szemlélteti.

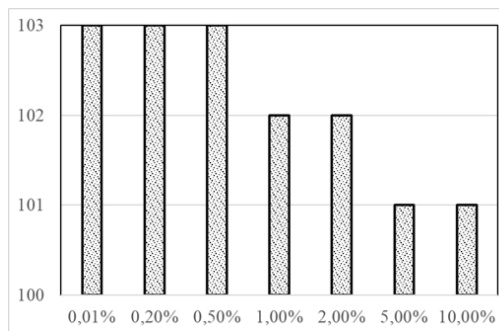


5. ábra Az állapotokban való tartózkodási valószínűségek hisztogramjai

A szimulációs eljárás eredményei alkalmasak a karbantartási rendszerek hatékonyságának biztosításához, növeléséhez szükséges döntések támogatására. A szimulációs eredmények felhasználhatók:

- ☞ egy technikai rendszer üzemeltetéséhez szükséges tartalékberendezések;
- ☞ a vizsgálati, tervezési időszak alatt fellépő javítások

számának – megfelelő becslési kockázattal, azaz üzemeltetési biztonsággal történő – meghatározására.



6. ábra A szükséges tartalékberendezés számok 5000 működő berendezésszám és különböző becslési valószínűségek esetén

Üzemeltető szempontjából a legfontosabb kérdés a tartalékberendezések szükséges számának (Required Number of Spare Part) ismerete. Az  $N_{RNS}$  szükséges tartalékberendezések számának meghatározását az adott berendezés  $P_W$  rendelkezésre-állási valószínűségének ismeretében tudjuk elvégezni az alábbi felső egészrész függvény (Ceiling Function) segítségével:

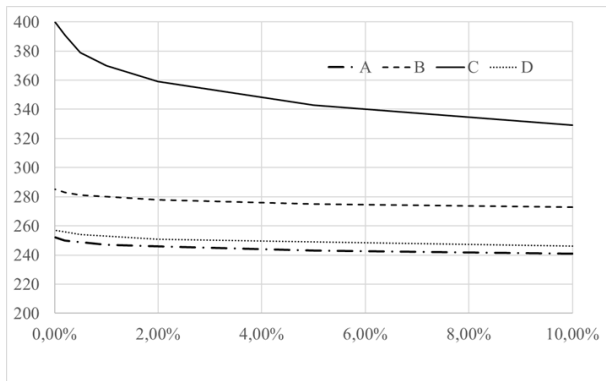
$$N_{RNS} = \left[ \left( \frac{1}{P_W} - 1 \right) N \right], \quad (17)$$

ahol  $N$  a rendszerben működő berendezések száma.

Az üzemeltetők számára a másik fontos tervezési információ a bekövetkező meghibásodások  $N_{Fi}$  száma, ami az

$$N_{Fi} = \left[ \frac{T \cdot P_i}{MRTT_i} N \right], \quad (18)$$

felső egészrész függvényel (Ceiling Function) határozható meg, ahol  $T$  a vizsgálati idő hossza (a vizsgálat során: 1 nap-tári év, azaz 8760 óra). A különböző becslési kockázati értékekhez tartozó javítási kapacitáshoz szükséges javítási szám szimulációs becslésének eredményeket szemlélteti a 7. ábra.



7. ábra Az 1 évre tervezhető meghibásodások száma a becslési kockázat függvényében

## 7. ZÁRÓ GONDOLATOK

Az előző fejezetekben röviden bemutatott szakirodalmak, illetve azok szintézisével kapott, a Szerző által elért eredmények alapján jelen sorok írója gondolatait az alábbiakban fogalmazza meg:

Napjaink fontos mérnöki feladata – mint az általános, mint a szűkített értelemben vett – műszaki megbízhatóság matematikai modellekre épülő elemzése. Az általános értelmezésű megbízhatóság – valamilyen formában – tartalmazza a szűkített értelmezésű fogalmat is. Ezért a rendszerek szűkített értelmezésű megbízhatóságát fontos vizsgálnunk a hozzá kapcsolódó általános értelmezésű megbízhatóságának elemzésekor.

Fontos kérdés a megbízhatósági modellek érzékenység elemzése. Alkalmazásával meghatározhatók az adott rendszer azon elemei, berendezései, melyek megbízhatóságának – műszaki megoldásokkal történő – növelésével leghatékonyabban javítható a teljes rendszer megbízhatósága. A bemutatott mátrixalgebrai megoldás viszonylag gyors, adott esetben kellő pontosságú eredményeket ad a teljes rendszer, valamint részrendszerei megbízhatóságainak érzékenységről. Eredményei könnyen felhasználható a rendszer megbízhatósági modell parametrikus bizonytalanságának intervallum elemzéséhez. A Monte-Carlo szimulációra épülő vizsgálat jobban tükrözi az adott rendszerben fellépő komplexitás, illetve nem-linearitás hatásait. Alkalmazható még a rendszer megbízhatósági modell valószínűségi bizonytalanságának

elemzéséhez. Viszont ez a módszer jelentősen nagyobb számítási kapacitást és időt igényel(het).

Szükséges mérnöki kérdés a megbízhatósági modellek bizonytalanságai. Az ismereti bizonytalanság alapvetően szubjektív, helytelen összefüggések, illetve modellegyszerűsítések következménye. Ez alapvetően modellezés módszertani kérdés. De, az alkalmazott modell kiválasztását befolyásolják a rendelkezésre álló számítástechnikai lehetőségek.

A parametrikus rendszer-, és modellbizonytalanságok elemzése fontos információkat biztosít a különböző megbízhatósági modellek eredményeinek kiértékelésére. Ha, csak a felalított „alapmodell” eredményeit nézzük, „csak” a „névleges” eredményeket kapjuk meg. Viszont, a valós életben a megbízhatósági paraméterek – adott intervallumon belül, adott valószínűségi eloszlással – véletlenszerűen változnak. A parametrikus bizonytalanságelemzés alapján az elvárt pontosság (azaz gazdasági, biztonsági, erkölcsi, vagy politikai következmények) függvényében tudjuk meghozni.

Az előző gondolatok és eredmények szintéziseként, fogalmazódott meg a Szerző tudományos tevékenységének vezető gondolata. Ez olyan, a korábbi tudományos eredményekre épülő, egységes szemléletű, könnyen alkalmazható matematikai modellek és modellvizsgálati eljárások kidolgozása, alkalmazási lehetőségeinek tanulmányozása, amelyek segítik a technikai eszközök üzemeltetési folyamatainak irányításával kapcsolatos döntések előkészítését és meghozatalát, így a megfelelő üzemeltetési megbízhatóság, illetve az elfogadható szintű kockázat, a megfelelő mértékű műszaki biztonság elérését.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- Bokor, J., & Gáspár, P. (2008). Irányítástechnika járműdinamikai alkalmazásokkal. Budapest: Typotex Kiadó. ISBN: 978-963-2790-01-5
- Ferson, S., & Troy Tucker, W. (2006). Sensitivity analysis using probability bounding. *Reliability Engineering and System Safety*, 91(10-11), 1435-1442. doi:10.1016/j.res.2005.11.052
- Fodor, Gy. (2006). *Jelek és rendszerek*. Műegyetemi Könyvkiadó.
- IEC (1990), Standard IEC 1025 Fault tree analysis (FTA), IEC (1993), MSZ IEC 50(191): Nemzetközi elektrotechnikai szótár. 191. kötet: Megbízhatóság és a szolgáltatás minősége.
- Kalos, M. H., & Whitlock, P. A. (2008). *Monte Carlo Methods*, 2nd Edition. John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-3-527-40760-6
- Kołowrocki, K. and Soszyńska-Budny, J. (2011). *Reliability and Safety of Complex Technical Systems and Processes*. Springer-Verlag. ISBN: 978-0-85729-694-8
- Liu, B. (2010). *Uncertainty Theory*, Springer-Verlag. ISBN: 978-3-642-13959-8
- Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The monte carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247), 335-341. doi:10.1080/01621459.1949.10483310
- Myers, A. (2010). *Complex System Reliability*. Springer Science & Business Media. ISBN 978-0-6152-1592-1

- Nagy (2001), „Gépészeti rendszertechnika”, kézirat, SzIF, Győr, 2001, p. 154.
- Oberkampff, W. L., Helton, J. C., Joslyn, C. A., Wojtkiewicz, S. F., & Ferson, S. (2004). Challenge problems: Uncertainty in system response given uncertain parameters. *Reliability Engineering and System Safety*, 85(1-3), 11-19. doi:10.1016/j.ress.2004.03.002
- Pokorádi, L. (1996). Repülőgépek üzemeltetési folyamatainak markovi modellje. kandidátusi értekezés, MTA DT Gépész- Kohász Szakbizottság.
- Pokorádi, L. (2008). Rendszerek és folyamatok modellezése. Debrecen: Campus Kiadó. ISBN: 9789639822061
- Pokorádi, L. (2011). Sensitivity investigation of fault tree analysis with matrix-algebraic method. *Theory and Applications of Mathematics & Computer Science*, 1(1), 34-44.
- Pokorádi, L. (2014). Sensitivity analysis of reliability of Systems with Complex Interconnections. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 32, 436–442.
- Pokorádi, L. (2016). Monte-Carlo Simulation of Maintenance Processes. In *Proceedings of the 15th Mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, VSDIA2016*, pp. 13–22.
- Pokorádi, L. (2014). Sensitivity analysis of reliability of Systems with Complex Interconnections. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 32, pp. 436–442.
- Rác, T (1978). LinkGázturbinás repülőgép hajtóművek üzemszerű elhasználódási törvényszerűségeinek vizsgálati módszerei, Kandidátusi értekezés, MTA.
- Rohács, J., & Simon, I. (1989). Repülőgépek és helikopterek üzemeltetési zsebkönyve. Műszaki Könyvkiadó. ISBN: 9631071847
- Ushakov, I.A. (1994). *Handbook of Reliability Engineering*, John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 9780470172414
- von Bertalanffy, L. (1968). *General System Theory*, Braziller.
- Zadeh, L.A., & Polak, E., (1972). *Rendszerelmélet*, Műszaki Könyvkiadó.
- Zio, E. (2009). Reliability engineering: Old problems and new challenges. *Reliability Engineering and System Safety*, 94(2), 125-141. doi:10.1016/j.ress.2008.06.002
- Zio, E. (2013). *The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis*, Springer, ISBN: 978-1-4471-4588-2.