

Időben változó kapcsolatú rendszerek strukturális gráfvizsgálata

Pokorádi László

Óbudai Egyetem, Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet, 1081 Budapest, Népszínház utca 8.
pokoradi.laszlo@bgtk.uni-obuda.hu

Kivonat: Napjaink különböző tudományterületeiben a változó kapcsolatú rendszerek, hálózatok, azok modellvizsgálata, szakmai szempontú elemzése egyre nagyobb szerepet játszanak. Ilyen típusú kapcsolatok fordulnak elő a társadalmi hálózatokban, a korszerű ipari termelő szervezeteknél, valamint közlekedésterületén is. A tanulmány célja az időben változó szerkezetű hálózatok és rendszerek elemei közti kapcsolatok Monte-Carlo szimulációs strukturális elemzési módszerének bemutatása.

1. BEVEZETÉS

Az időben változó kapcsolatú rendszerek (Temporal Systems) kapcsolati gráfjai speciális hálózati reprezentációk (Lents et al., 2013). Strukturájuk az idő függvényében véletlenszerűen változik. Könnyen alkalmazhatóak annak elemzésére, hogy egy összekapcsolt rendszer vagy hálózat hogyan fejlődik, változik vagy alakul át az idő múlásával.

A gráfelméletnek és mérnöki alkalmazásának kiterjedt matematikai és műszaki szakirodalmi találatok. A technikai folyamatok leírásához szükséges gráfelméleti ismeretek olvashatók a két Korn (2000), Broinstejn (2006), Andrásfalvi (1997) könyvében, valamint Fazekas (1979) egyetemi jegyzetében.

Az elmúlt években számos tanulmány mutatott rá az időbeli hálózatok alkalmazására a társadalmi kapcsolatok vizsgálatában. Funel (2021) különböző társadalmi kontextusokban, szemtől szemben zajló emberi interakciók időbeli hálózataiban vizsgálta az ok-okozati utak szerkezetét.

Az intelligens közlekedési rendszerek (Intelligent Transportation Systems – ITS) leggyakrabban használt technológiája az Ad-hoc járműhálózat (Vehicular Ad-hoc Network – VANET), amely a mobil ad-hoc hálózatok (Mobile Ad-hoc Networks – MANET) egyik alosztálya. Ezek a hálózatok lehetővé teszik a vezeték nélküli kommunikációt a járművek és az útementi egységek (Road-Side Units - RSU) között. Boucetta és Johanyák (2021) mutatta be a VANET-ekben már létező különböző adatterjesztési protokollok osztályozását, majd a két különböző osztályba tartozó adatterjesztési protokollok összehasonlítását és elemzését.

Péter et al. (2020) tetszőleges méretű nemlineáris közúti közlekedési hálózatok modellezési lehetőségét vizsgálta speciális hálózati gráffal, amelyben a gráf csúcsai általánosított szakaszok, a gráf élei pedig a csúcsok közötti kooperációt leíró dinamikus relációk. Péter kutatómunkái közvetlenül a hálózaton való áthaladás vizsgálatához kapcsolódtak, és a járműdinamika tervezésénél is alkalmazhatóak. Ehhez a nagyméretű úthálózati modell kapcsolati mátrixát használták.

Másik kutatási céljuk egy olyan laboratóriumi modell alapú diagnosztikai eljárás kidolgozása volt, amely egy adott városban, közlekedési hálózaton vagy pályán végzett autonóm elektromos járművek mozgásfolyamatainak vizsgálatát végezte el.

Nagy (2021) áttekintette a járműtechnikában használt elektronikus hálózatokat, különös tekintettel a teljesen elektromos járműre. A vizsgált jármű elektronikai hálózatának blokkdiagramját egy elektromos járművön végzett mérések alapján állította össze.

A karbantartás fontos műszaki tevékenység, amely hozzájárul a termelékenység növeléséhez, a minőség javításához, valamint a kockázat és a termelési költségek minimalizálásához. A Karbantartás 4.0 (Maintenance 4.0) koncepcióját a negyedik ipari forradalom részeként említik, amely a termelési folyamatok optimalizálását célzó automatizálás, felügyelet és adat-bányászat jelenlegi trendje. Az Ipar 4.0 (Industry 4.0 – I4.0), az Ipari Dolgok Internetjét (Industrial Internet of Things – IIoT) a gyártási automatizálás hatékonyságának növelése érdekében valósítja meg, ahol a szenzorhálózatok (Wireless Sensor Networks – WSNs) az IIoT kommunikációs rétegének kulcsfontosságú technológiái (Pokorádi, 2022).

A valószínűségi modellbizonytalanságot adott esetekben meghatározható közvetlen módszerekkel, vagy a Monte-Carlo szimuláció alkalmazásával tudjuk elemezni (Pokorádi, 2016). Az első olyan publikáció, melynek szerzői a módszert Monte-Carlo-nak nevezték, Metropolis és Ulam (1947) nevéhez köthető. Bár, őket megelőzően is már alkalmaztak statisztikai mintavételezési elemző módszereket a természettudományokban. Talán a legkorábbi dokumentált véletlenszerű mintavétel egy integrál megoldásának megtalálására Comte de Buffon nevéhez fűződik.

A Monte-Carlo szimuláció alapötlete az, hogy egy rendszer kimenő jellemzőinek valószínűségi eloszlásait azok analitikus megoldása helyett valamilyen mintavételezési eljárással közelítjük.

A technikai rendszerek szimulációs elemzése esetén a következő lépéseket kell alkalmaznunk:

- 1) kellő számú független, adott eloszlású mintahalmazt generálunk;
- 2) a generált minta alapján – a rendszer matematikai modelljének felhasználásával – meghatározzuk a rendszer lehetséges válaszait;
- 3) a kapott válaszértékek statisztikai elemzésével meghatározzuk a rendszer kimenő jellemzőinek várható valószínűségi eloszlását.

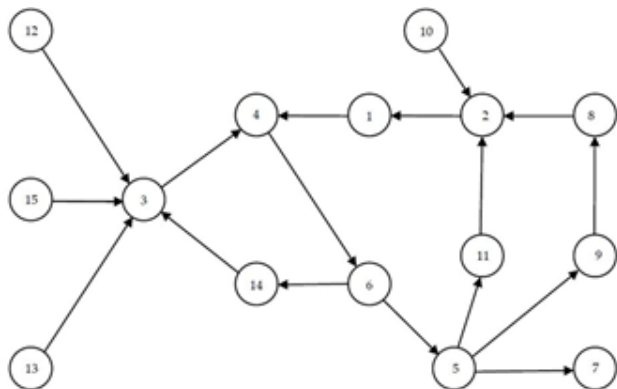
A műszaki gyakorlatban alkalmazott Monte-Carlo módszer előnye, hogy nincs szükség a sokszor igen bonyolult analitikus, esetleg numerikus módszerekkel történő modellmegoldásra, hanem „csupán” véletlen számok generálásával válaszolhatók meg a feltett kérdések. A mintavételezést kellő számban elvégezve a kapott eredményeket elemezve megbecsülhetjük – és adott szakmai szempontból értékelhetjük – a várható rendszerválaszok valószínűségi eloszlásait

A Szerző kutatási célja az időben változó szerkezetű véges hálózatok, rendszerek Monte-Carlo szimulációs strukturális elemzési módszertanának kidolgozása.

A tanulmány az alábbi fejezetekből áll: A 2. fejezetben az időben állandó szerkezetű rendszerek és hálózatok gráfelméleti elemzésének módszerét ismertetjük. A 3. fejezetben az időben változó szerkezetű rendszerek és hálózatok Monte-Carlo szimulációra épülő elemzésének Szerző által kidolgozott mátrixaritmetikai eljárását mutatjuk be. A 4. fejezet az elemzésekből levont szakmai következtetések ismerhetők meg. Végezetül, az 5. fejezetben összegezi jelen munkáját a Szerző, majd jövőbeni kutatási terveit ismerteti.

2. IDŐBEN ÁLLANDÓ SZERKEZETŰ RENDSZER VIZSGÁLATA

Első lépésként az adott rendszer elérhetőségi elemzés elvégzéséhez feltételezzük, hogy annak gráfja egy úgynevezett időben állandó gráf, azaz minden él folyamatosan működik. Ezzel a feltételezéssel a kidolgozandó szimulációs elemzés úgynevezett mag-modelljét állítjuk fel.



1. ábra A vizsgált irányított gráf

A rendszer szerkezetét (elemek közötti kapcsolatokat) ábrázoló gráf elérhetőségének vizsgálatakor fontos szomszédsági mátrixának meghatározása. Egy irányított gráf A szomszédsági mátrixa a p_i szögpontot a p_j szögpontra közvetlenül összekötő kapcsolatot mutatja (Pokorádi, 2018a):

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ha van } p_i\text{-ből induló és } p_j\text{-be vezető él} \\ 0, & \text{minden más esetben} \end{cases} \quad (1)$$

Ha a gráfban nincs hurok, akkor a főátló elemeinek nullának kell lenniük. Az 1. ábrán látható irányított gráf szomszédsági mátrixa:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Az A^n mátrix elemei a szögpontokat összekötő n hosszúságú utak számait adják meg. Funel (2021) bevezetett egy λ bináris operátort, amely az általános $\eta \in \mathbb{Q}$ paraméterre a következő módon hat:

$$\lambda(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \eta \neq 0 \\ 0 & \text{ha } \eta = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

mely alkalmazásával az elérhetőségi, vagy, más néven hozzáférhetőségi mátrix a következő egyenlet alapján határozható meg

$$Z = \lambda \left(\sum_{i=1}^m A^i \right), \quad (4)$$

ahol:

$m \in \mathbb{N}$ – a szögpontok száma.

Az elérhetőségi mátrix a szögpontok közötti összeköttetést mutatja. Az elérhetőségi mátrix vizsgálatával azonban a szögpontok (rendszer elemek) hatásai, illetve kitétségei is jellemezhetők. A gráfok ilyen szempontú jellemzésére az alábbi fogalmak, vektorok kerültek bevezetésre:

A **hatásvektor**

$$\mathbf{i} = [i_k] \quad i_k = \sum_{j=1}^m z_{kj} \quad (5)$$

azt jelzi, hogy melyik szögpont(ok) lehet/lehetnek a legnagyobb hatással a többi szögpontra.

Mérnöki szempontból a rendszerelemek különböző fontosságúak lehetnek, amit a $w_i \in [0, 1]$ súlyértékükkel, illetve az adott rendszer (gráf)

$$\mathbf{w}^T = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_m] \quad (6)$$

súlyvektorával jellemezhetünk.

A **súlyozott hatásvektor** a következő egyenlet segítségével határozható meg

$$\mathbf{i}_W = \mathbf{i} \square \mathbf{w} \quad i_{wk} = i_k w_k \quad (7)$$

ahol a \square operátor a vektorok Hadamard szorzását jelöli.

Az 1. ábrán megadott irányított gráf normalizált (a súlyok összege: 1) súlyvektora:

$$\mathbf{w}^T = [0.04 \quad 0.07 \quad 0.10 \quad 0.06 \quad 0.06 \quad 0.06 \quad 0.05 \quad 0.05 \quad 0.21 \quad 0.05 \quad 0.07 \quad 0.07 \quad 0.04 \quad 0.076] \quad (8)$$

A **kitettségi vektor** a szögpontok kitettségét mutatja, azaz azt, hogy melyik szögpont (rendszerelem) függ leginkább a többi-től

$$\mathbf{e} = [e_k] \quad e_k = \sum_{j=1}^m z_{jk} \quad (9)$$

Az elérhetőségi mátrix:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

a hatásvektor:

$$\mathbf{i}^T = [11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 0 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11] \quad (11)$$

a súlyozott hatásvektor:

$$\mathbf{i}_w^T = [0.38 \quad 0.76 \quad 1.14 \quad 0.62 \quad 0.70 \quad 0.62 \quad 0 \quad 0.57 \quad 0.54 \quad 2.29 \quad 0.57 \quad 0.76 \quad 0.76 \quad 0.46 \quad 0.84] \quad (12)$$

és a kitettségi vektor:

$$\mathbf{e}^T = [14 \quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 14 \quad 0 \quad 14 \quad 0 \quad 0 \quad 14 \quad 0] \quad (13)$$

A fenti eredmények csak a lehetséges hozzáférhetőségek tényeit jellemzik.

3. IDŐBEN VÁLTOZÓ SZERKEZETŰ RENDSZER STRUKTURÁLIS VIZSGÁLATA

Időben változó rendszer esetén az elemek közötti kapcsolatok bizonytalanok, időben véletlenszerűen változnak. Az ad-hoc járműrendszerek esetében ezek a bizonytalanságok, időbeni véletlen változások a járművek mozgása miatt lépnek fel, amikor megváltoztatják az RSU-kkal és rajtuk keresztül a földi információs hálózat más elemeivel való kapcsolataikat. Modern karbantartási rendszerekben például az IIoT-ben a 12; 13 és 15 számú szögpontok lehetnek azonos típusú szerzőgépek, amelyek használata a pillanatnyi termelési követelményektől függően változhat, így kapcsolódnak a 3 számú szögponthoz. Ezek a bizonytalanságok, időbeni véletlen változások, illetve hatásaik Monte-Carlo szimulációval elemezhetők. Az időben változó rendszerek elemei közötti kapcsolatokat súlyozott irányított gráfokkal lehet leképezni, amelyekben az élek súlyai annak a valószínűségét jelentik, hogy az irányított él működik.

A Monte-Carlo szimuláción alapuló strukturális elemzése során véletlen számokat generálunk a $[0; 1]$ zárt intervallumban, amelyek – jelen vizsgálat során – egyenletes eloszlást követnek. Ezután a rendszert leíró gráf elemei közötti ideiglenes kapcsolatokat a lehetséges irányított élekhez rendelt súlyok, a létezés valószínűsége és az adott véletlen szám függvényében határozzuk meg:

$$a_{ijs} = \begin{cases} 1 & \text{ha } w_k < r_{se} \\ 0 & \text{minden más esetben} \end{cases} \quad (14)$$

ahol:

$w_k \in [0; 1]$ – a k -edik él súlya;

$r_{se} \in [0; 1]$ – a p -edig az e -edik (p_i -től p_j -ig) élhez generált véletlen szám az s -edik gerjesztés esetén.

A pillanatnyi szomszédosági mátrixokból, a pillanatnyi elérhetőségi mátrixok valamint a hatás- és kitettségi vektorok meghatározhatók. Az összes gerjesztés után az átlagos elérhetőségi mátrix:

$$\mathbf{Z}_Q = \frac{\sum_{k=1}^Q \mathbf{Z}_k}{Q} \quad ; \quad (15)$$

az átlagos hatásvektor:

$$\mathbf{i}_Q = \frac{\sum_{k=1}^Q \mathbf{i}_k}{Q}; \quad (16)$$

$$\mathbf{e}_Q = \frac{\sum_{k=1}^Q \mathbf{e}_k}{Q}; \quad (17)$$

és a súlyozott átlagos hatásvektor

$$\mathbf{i}_{wQ} = \mathbf{i}_Q \square \mathbf{w} \quad (18)$$

számítható, ahol:

$Q \in \mathbb{N}$ – a modellgerjesztések száma.

Az 1. ábrán látható, időbeli gráf hozzáférhetőségének strukturális szempontból történő vizsgálatához feltételeztük, hogy az összes él súlya 0,8. Ekkor az 1 000 000 (1M) számú gerjesztés esetén az átlagos hozzáférhetőségi mátrix a következő:

$$\mathbf{Z}_{1M} = \begin{bmatrix} 0.34 & 0.42 & 0.41 & 0.80 & 0.51 & 0.64 & 0.41 & 0.33 & 0.41 & 0 & 0.41 & 0 & 0 & 0.51 & 0 \\ 0.80 & 0.34 & 0.33 & 0.64 & 0.41 & 0.51 & 0.33 & 0.26 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0.41 & 0 \\ 0.34 & 0.42 & 0.41 & 0.80 & 0.51 & 0.64 & 0.41 & 0.33 & 0.41 & 0 & 0.41 & 0 & 0 & 0.51 & 0 \\ 0.42 & 0.53 & 0.51 & 0.57 & 0.64 & 0.80 & 0.51 & 0.41 & 0.51 & 0 & 0.51 & 0 & 0 & 0.64 & 0 \\ 0.66 & 0.82 & 0.27 & 0.53 & 0.34 & 0.42 & 0.80 & 0.64 & 0.80 & 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0.34 & 0 \\ 0.53 & 0.66 & 0.64 & 0.72 & 0.8 & 0.57 & 0.64 & 0.51 & 0.64 & 0 & 0.64 & 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.64 & 0.8 & 0.26 & 0.51 & 0.33 & 0.41 & 0.26 & 0.21 & 0.26 & 0 & 0.26 & 0 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0.51 & 0.64 & 0.21 & 0.41 & 0.26 & 0.33 & 0.21 & 0.80 & 0.21 & 0 & 0.21 & 0 & 0 & 0.26 & 0 \\ 0.64 & 0.80 & 0.26 & 0.51 & 0.33 & 0.41 & 0.26 & 0.21 & 0.26 & 0 & 0.26 & 0 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0.64 & 0.80 & 0.26 & 0.51 & 0.33 & 0.41 & 0.26 & 0.21 & 0.26 & 0 & 0.26 & 0 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0.27 & 0.34 & 0.80 & 0.64 & 0.41 & 0.51 & 0.33 & 0.26 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0.41 & 0 \\ 0.27 & 0.34 & 0.80 & 0.64 & 0.41 & 0.51 & 0.33 & 0.26 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0.41 & 0 \\ 0.27 & 0.34 & 0.80 & 0.64 & 0.41 & 0.51 & 0.33 & 0.26 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0.41 & 0 \\ 0.27 & 0.34 & 0.80 & 0.64 & 0.41 & 0.51 & 0.33 & 0.26 & 0.33 & 0 & 0.327 & 0 & 0 & 0.41 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

átlagos hatásvektor:

$$\mathbf{i}_{1M}^T = [5.19 \ 4.68 \ 5.18 \ 6.06 \ 6.41 \ 7.15 \ 0 \ 4.27 \ 4.05 \ 4.27 \ 4.28 \ 4.62 \ 4.63 \ 4.62 \ 4.64] \quad (20)$$

súlyozott átlagos hatásvektor:

$$\mathbf{i}_{w1M}^T = [0.18 \ 0.33 \ 0.54 \ 0.34 \ 0.4 \ 0.4 \ 0 \ 0.22 \ 0.2 \ 0.89 \ 0.22 \ 0.32 \ 0.32 \ 0.19 \ 0.35] \quad (21)$$

átlagos expozíciós vektor:

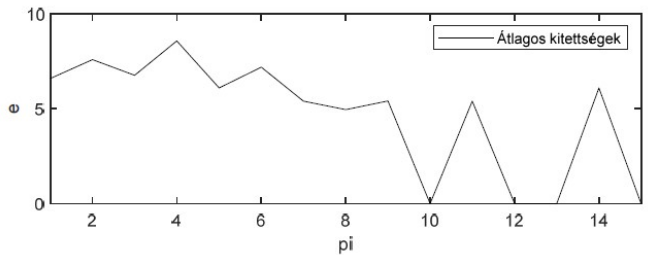
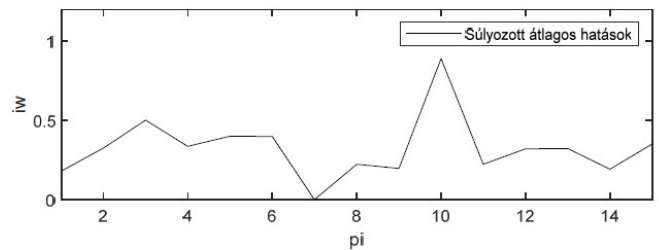
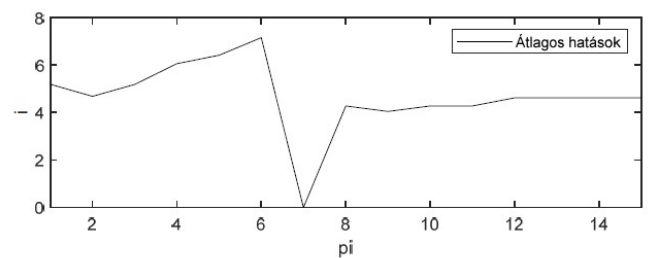
$$\mathbf{e}_{1M}^T = [6.59 \ 7.58 \ 6.76 \ 8.56 \ 6.09 \ 7.18 \ 5.40 \ 4.95 \ 5.40 \ 0 \ 5.40 \ 0 \ 0 \ 6.09 \ 0] \quad (22)$$

Az (20) – (22) egyenletek vektorainak összehasonlítása (amelyeket a 2. ábra grafikonjai szemléltetnek) rávilágít arra, hogy a szögpontok (elemek) súlyának (rendszeren belüli fontosságának) figyelembevétele a strukturális hatások miatt jelentősen eltérő eredményt ad az időben állandó szerkezetű rendszerhez képest.

Az elvégzett elemzések eredményei alapján levonható következtetések az alábbiakban foglaljuk össze:

4.1 Az időben állandó szerkezetű vizsgált rendszerrel kapcsolatos következtetések:

- az \mathbf{e} kitétségi vektor azt mutatja, hogy a rendszer 10; 12; 13 és 15 számú elemei működését nem befolyásolja a rendszer valamely más elemének működési zavara;
- az \mathbf{i} hatásvektor azt mutatja, hogy a 7 számú komponens meghibásodása, üzemzavara nincs hatással a többi rendszer elem működésére;
- az \mathbf{i}_w súlyozott hatásvektor alkalmazása azt mutatja, hogy a 15 számú rendszer elemnek van a legnagyobb súlyozott hatása a többi rendszer elem munkájára.



2. ábra. A szögpontok átlagos strukturális hatása, súlyozott átlagos strukturális hatása és átlagos strukturális kitétsége

4.2 Az időben változó szerkezetű vizsgált rendszer strukturális vizsgálatából származó következtetések:

- a maximális átlagos elérhetőség az 5 számú elemtől a 2 számú elemig tart ($z_{52} = 0,82$);
- a minimális, de nem nulla (0,21) átlagos elérhetőség a 9 számú elemtől a 3, 7, 9 és 11 számú elemekhez;
- az \mathbf{i}_{1M} átlagos hatásvektor azt mutatja, hogy a 6 számú elem meghibásodása gyakorolja a legnagyobb hatást a rendszer többi elemének munkájára ($i_{61M} = 7,15$);

- g) a 9 számú elemnek minimális, de nem nulla, hatása van a többi szögpontra;
- h) a 10 számú elemnek van a legnagyobb súlyozott átlagos hatása;
- i) a 11 számú elemnek van a legkisebb, de nem zérus, súlyozott átlagos hatása;
- j) a 10; 12; 13 és 15 számú elemeket nem érinti a rendszer egy másik elemének működési zavara – lásd az a) következtetés;
- k) a 8 számú elemnek a legkisebb, de nem nulla, a kitétsége.

A fenti következtetések alapján kijelenthető, hogy az időben változó struktúrájú gráf csomópontjai – azaz a rendszer elemei – közti időben véletlenszerűen változó kapcsolódások miatt a hozzáférhetőségek, hatások és kitétségek jelentősen eltérnek az időben állandó struktúrájú rendszerhez képest.

5. ÖSSZEGZÉS

A tanulmány az időben változó szerkezetű rendszerek, hálózatok elemei közti kapcsolatok Monte-Carlo szimulációs strukturális elemzési módszerét írja le.

Az elemzési módszer kidolgozása során szerzett tapasztalatok alapján a kutatómunka folytatása szükséges. Fontos kérdés az ilyen rendszerek úgynevezett funkcionális elérhetőségi elemzése. Ekkor az élek súlyai, azaz a létezés valószínűségei, – figyelembe véve az adott rendszer működésének sajátosságait – egymástól eltérőek.

Az elért eredményekből és kitzűzött további célokból adódóan általánosítható eredmények szülehetnek az időben változó szerkezetű rendszerek és hálózatok modellezései feltételeinek, valamint a felállított modellek, algoritmusok gyakorlati alkalmazási módjainak leírására.

- Andrásfalvi, B. (1997). *Gráfelmélet*, Polygon, Szeged.
- Boucetta, S.I. and Johanyák, Zs.C. (2021). Review of Mobility Scenarios Generators for Vehicular Ad-Hoc Networks Simulators, *J. Phys. Conf. Ser.*, **Vol 1935**, 012006.
- Broinstejn, I. N., Szemengyajev, K. A., Musiol, G. and Mühlig, H. (2006). *Matematikai kézikönyv*, Typotex, Budapest.
- Fazekas, F. (1979) *Alkalmazott matematika II.*, egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest.
- Funel, A. (2021). Causal Paths in Temporal Networks of Face-to-Face Human Interactions, *Complex Systems*, **Vol. 30**, pp. 33–46.
- Korn, T. A. and Korn T. M. (2000), *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers* (Dover Publication)
- Lentz, H.; Selhorst, T. and Sokolov, M. (2013), Unfolding Accessibility Provides a Macroscopic Approach to Temporal Networks, *Phys. Rev. Letters*, **Vol. 25**, pp. 788–95.
- Metropolis, N. and Ulam, S. (1949), The Monte Carlo Method, *Journal of the American Statistical Association*, **Vol. 44** pp. 335–341.
- Nagy, I. (2021). Hierarchical Mapping of an Electric Vehicle Sensor and Control Network, *Acta Polytechnica Hungarica* **Vol. 18, No. 9** pp.161–180.
- Péter, T., Szauter, F., Rózsás, Z. and Lakatos, I. (2020), Integrated application of network traffic and intelligent driver models in the test laboratory analysis of autonomous vehicles and electric vehicles. *Int. J. Heavy Vehicle Systems*, **Vol. 27, Nos. 1/2**, pp. 227–245.
- Pokorádi, L. (2016), Availability assessment with Monte-Carlo simulation of maintenance process model. *Polytechnical University of Bucharest. Scientific Bulletin. Series D: Mechanical Engineering* **Vol. 78. No. 3.** pp. 43–54
- Pokorádi, L. (2018a), Graph model-based analysis of technical systems, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **Vol. 393: 1 Paper: 012007**, p. 8.
- Pokorádi, L. (2018b), Methodology of Advanced Graph Model-based Vehicle Systems' Analysis. In: *Proceedings of the IEEE 18th International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2018)* Budapest, Hungary. pp.
- Pokorádi, L. (2022). Monte-Carlo Simulation-Based Accessibility Analysis of Temporal Systems, *Symmetry* **Vol. 14, No. 5**, paper: 983 p. 12.