

Az Univerzális IDM modell matematikai felírása és alkalmazási területe

Péter Tamás*, Lakatos István** Hány András***, Szauter Ferenc ****

* Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (e-mail: peter.tamas@mail.bme.hu)

** Győri Széchenyi István Egyetem (e-mail: drlakatosi@gmail.com)

*** Autóipari Próbapálya Zala Kft. (e-mail: andras.hany@apnb.hu)

**** Győri Széchenyi István Egyetem (e-mail: szauter@sze.hu)

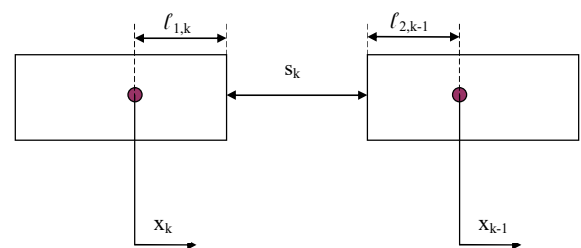
Abstract: A vizsgálat célja az Univerzális IDM modell meghatározása és matematikai felírása. Ennek a kutatásnak az a fontos eredménye, hogy a komplex modell, egyetlen differenciálegyenlet-rendszert alkalmaz, amely egyszerre képes leírni az összes különböző (n!) sorrend szerint kialakuló IDM modell dinamikus működését. Ennek megfelelően, ez a modell azokat az átmeneti állapotokat is figyelembe veszi, amelyek két különböző tetszőleges sorrend esetén (egy P_r kiindulási és P_q célsorrend között) alakulhatnak ki. Ez a vizsgálat az autonóm járművek vezetés-támogatására szolgál, állandóan figyelembe véve a forgalmi folyamatok állapotjellemzőinek dinamikus változását. Az alkalmazott megközelítést a jelenlegi modellezési technikában fontos kérdések motiválják és ezek a nagyméretű ITS hálózati modellek alkalmazásánál jelentős gazdasági problémákat érintenek. Az alkalmazás, a járművek hálózati tartományon történő optimális átvezetését szolgálja. Ez új szempontokat határoz meg a járműforgalom irányítás kulcsfontosságú területén, a kapcsolódó célzott alap kutatásoknál elsősorban a nagyméretű dinamikus hálózatok forgalmi folyamatainak elemzésénél. A modell, a pozitív nemlineáris rendszerek osztályába tartozik, amely ugyancsak modern megközelítés a közlekedéskutatások területén.

1. BEVEZETŐ

A klasszikus IDM modell egy láncmodell szerű mikroszkopikus modell, amely n db. jármű előrehaladása során a hosszirányú dinamikát írja le. Minden vezető csak előre figyel és igyekszik egy megfelelő követési távolságot betartani. Nincs előzés, a járművek megtartják sorrendjüket. Meghatározó szerepe van az első járműnek és a csoportban haladó lassú járműveknek is. A gépjárműforgalmi rendszer hosszidőskáláját a rendszerparaméterek és a kapcsolati függvényeik határozzák meg és ez lehetővé teszi a jármű számára, hogy a sebességet a környezethez igazítsa. Az Intelligens Driver Model (IDM) az Adaptive Cruise Control (ACC) családba tartozik. Treiber, Hennecke és a Helbing 2000-ben, a Drezdai Műszaki Egyetem közlekedési laboratóriuma dolgozta ki az (1) Intelligens Vezető Modellt (IDM), amelyet a BMW autógyár használ. A Multi-modell nyílt forráskódú közúti közlekedési szimulátor esetében Treiber és Helbing (2002) az IDM-et használja a hosszirányú jármű mozgások szimulálására és ez a szimulátor sávváltási stratégiát is bemutat. Modell-alapuló egysávos közlekedési inhomogenitását tanulmányoz Treiber et al. (2004). A járműközlekedés stabilitását és az IDM paraméter érzékenységét vizsgálja Treiber és mtsai. (2006). Kesting et al. (2008) javaslatot tesznek az IDM modell vezetői paramétereinek kiterjesztésére. Vizsgálják az IDM-el felszerelt járművek hatását a forgalmi áramlásra és az utazási időkre, mint szűk keresztmetszet. Jerath (2010) szintén az IDM modellt használja és az Adaptive Cruise Control

forgalmi folyamatokra gyakorolt hatását tanulmányozza. Fenti munkák eredményei azt mutatják, hogy az ACC járművek arányának növelése a forgalom hatékonyságának növekedését idézi elő az utazási idők csökkentésével. Treiber és Kesting (2011) az IDM segítségével tanulmányozta az instabilitást a torlódó forgalomban.

$$\dot{v}_k = a_k \left[1 - \left(\frac{v_k}{v_k^0} \right)^4 - \left(\frac{s^*(v_k, \Delta v_k)}{s_k} \right)^2 \right] \quad (1)$$



$$s_k = (x_{k-1} - l_{2,k-1}) - (x_k + l_{1,k}) = (x_{k-1} - x_k) - (l_{2,k-1} + l_{1,k}) = (x_{k-1} - x_k) - l_k$$

1. ábra: az egymást követő járművek s_k távolsága

Az egyes járműveknél a pozícióik szerinti mozgásokat az alábbi differenciálegyenlet-rendszer határozza meg a járműcsoport 1., 2., ..., n. tagja esetében. Derbel, O.; Peter, T.;

Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2012), Derbel, O.; Peter, T.; Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2013) munkáikban javasoltak szerint:

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\mathbf{x}}_1}{\mathbf{a}_1} + \left(\frac{\dot{\mathbf{x}}_1}{\mathbf{v}_1^0} \right)^4 + \left(\frac{\mathbf{s}_1^0}{(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_1) - \mathbf{l}_1} \right)^2 &= 1 \\ \frac{\ddot{\mathbf{x}}_2}{\mathbf{a}_2} + \left(\frac{\dot{\mathbf{x}}_2}{\mathbf{v}_2^0} \right)^4 + \left(\frac{\mathbf{s}_2^0}{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) - \mathbf{l}_2} \right)^2 &= 1 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\ddot{\mathbf{x}}_n}{\mathbf{a}_n} + \left(\frac{\dot{\mathbf{x}}_n}{\mathbf{v}_n^0} \right)^4 + \left(\frac{\mathbf{s}_n^0}{(\mathbf{x}_{n-1} - \mathbf{x}_n) - \mathbf{l}_n} \right)^2 &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

a_k a k -ik jármű legnagyobb gyorsulása

 x_k k-ik jármű pozíciója $\dot{x}_k = v_k$ k-ik jármű sebessége $\ddot{x}_k$ k-ik jármű gyorsulása v_k^0 a k-ik jármű kívánt sebessége

$x_{k-1} - x_k$ k-1-ik és k-ik jármű tömegközéppontjának távolsága

 s_k^0 a k-ik jármű, torlódási távolsága

$\Delta v_k = v_{k-1} - v_k$ k-1-ik és a k-ik jármű sebességének különbsége

Munkáiban javaslatot dolgoztak ki az IDM modell pontosabb működésére és az IDM módosításaival foglalkoznak a gépjárművezető biztonsága és a jármű valós képességének figyelembe vételével. Ez alapján, az IDM modell már nagyobb teljesítményt nyújt a vezető biztonsága érdekében, a valós reakciókat követve az ütközés közeli kritikus helyzetekben. Az intelligens járművezető modell módosítását és korszerű működését mutatja be, a jármű valós képességével kapcsolatban. A modellezés és kutatási munka komplex területet ölel fel, és egyaránt tartalmazza a mikroszkopikus és makroszkopikus modellezés megközelítéseit is, Derbel, O., Péter, T., Mourllion B., & Basset M. (2017). A bonyolult makroszkopikus forgalmi környezetet a nagyméretű hálózati modell generálja, Péter T, and Bokor J (2010), Péter and Bokor J (2011), Péter, T (2012), amelyen a meghatározott trajektóriák szakaszain a mikroszkopikus forgalmi modell szimuláció biztosítja az egyedi járműmozgást a forgalomban. Ennek a mikroszkopikus modellnek azonban ugyancsak megfelelően kell reprodukálnia a dinamikus közlekedési folyamatokat és szintén validáltnak kell lennie. Ennek megfelelően, Munkánk ebben a szakaszában támaszkodunk a Treiber et al. 2000a. 2000b. Derbel, O., Péter, T., Mourllion B.,& Basset M. (2017) Intelligens Driver Model kutatásokra és fejlesztésekre, amelynél v_i az i -ik jármű kívánt sebessége ($k=1,2,\dots,n$).

$$\begin{aligned} \langle \underline{\underline{A}} \rangle^{-1} \ddot{x}(t) + \langle \underline{\underline{V}} \rangle^{-1} \underline{f}_1(\dot{x}(t)) + \langle \underline{\underline{S}} \rangle \underline{f}_2(x(t)) &= \underline{1} \quad (3) \\ \langle \underline{\underline{A}} \rangle^{-1} &= \left\langle \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n} \right\rangle; \langle \underline{\underline{V}} \rangle^{-1} = \left\langle \frac{1}{v_1^4}, \frac{1}{v_2^4}, \dots, \frac{1}{v_n^4} \right\rangle; \\ \langle \underline{\underline{S}} \rangle &= \langle s_1^2, s_2^2, \dots, s_n^2 \rangle \end{aligned}$$

$$s_i = s_{0i} = \text{const.}, \text{ vagy: } s_i = s_i(\dot{x}_{i-1}, \dot{x}_i) \text{ (i=1,2,...,n).}$$

$$\underline{f_1}(\dot{x}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1^4 \\ \dot{x}_2^4 \\ \dots \\ \dot{x}_n^4 \end{bmatrix}, \quad \underline{f_2}(x(t)) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(x_0 - x_1 - l_1)^2} \\ \frac{1}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \\ \dots \\ \frac{1}{(x_{n-1} - x_n - l_n)^2} \end{bmatrix}, \quad \underline{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. AZ UNIVERZÁLIS IDM MODELL ÁLTALÁNOS FORGALMI KÖRNYEZETÉRE

Az Univerzális IDM modellt az alábbi módon definiáljuk:
Tekintsük a klasszikus IDM modellt olyan általánosítást, amelynél egy hálózati szektorokon az $i=1,2,...,n$ járműelemek szabad előzési stratégiákat valósítanak meg $c_i(t)$ irányító jelek alkalmazásával.

Ennek megfelelően a modell figyelembe veszi egy-egy szektoron a valóságos közlekedésnek megfelelően, azokat az előzési manőverezéseket is amelyek akkor lépnek fel, amikor az adott IDM csoportban lassúbb haladású, vagy kevésbé dinamikus paraméterekkel rendelkező járművek haladnak előttük.

A modell további fontos alkalmazása a járműelemek hálózati tartományon történő átvezetéséhez kapcsolódik. Ezzel kapcsolatos fontos feladat, a minden járműre vonatkozó dinamikusak útvonal kód megadása. Ezt alkalmazva, a matematikai modellünkben az egyes szektorokról más szektorokra történő átmeneteknél, a szektorok végein, minden egyedi jármű, a dinamikusak útvonal kódja alapján a számára meghatározott kapcsolati mátrixból a megfelelő átmeneti kódot kapja meg, a következő szektorra lépést kijelölve. **Ennek megfelelően a folyamat optimalítása, két szinten történik párhuzamosan. Első szint a tartományon működik,** a minden jármű igényét figyelembe vevő folyamat-optimaló makroszkopikus, modell-prediktív módszer. Ennél a fő intézkedések körébe tartoznak a forgalomirányító lámpák forgalomfüggő programjainak folyamatos optimális beállításai, a változtatható jelzésképű táblák állapotfüggő optimális beállításai a sebességhatároknál, és a későbbi fejlesztéseknél a változtatható forgalmi irányok beállításai is megtörténhetnek!

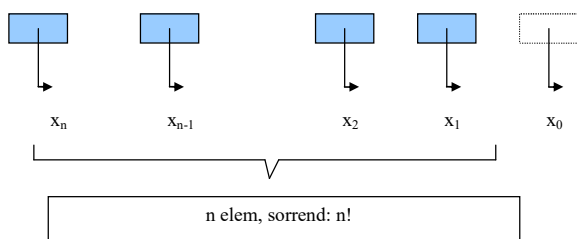
A második szintet jelenti a mikroszkopikus modell irányítása az IDM modellek járműelemeinél. Ezeknél folyamatosan

irányíthatók a dinamikusak útvonalakódok az optimális célba érési időket figyelembe véve.

3. AZ IDM MODELL ÉS A HÁLÓZATI TARTOMÁNY KAPCSOLATA

Egy adott jármű esetében, a sebességet és a követési távolságot a vezető határozza meg. A döntése egyaránt függ a saját észleléseitől és a járműve által, a fizikai környezetből küldött jelzésektől. Mindezeknek meghatározó hatása van a hálózati forgalomra. Ennek megfelelően, az út minősége, a meteorológiai, látási viszonyokból eredő fizikai hatások az adott járműsűrűségnél meghatároznak egy választható sebességtartományt. Az adott szakaszon egy irányban haladó jármű – jármű hatásokból eredő dinamikus kapcsolatok forgalmi leírására alkalmazható az IDM modell.

Ugyanakkor, az IDM modellcsoport mozgásának dinamikája sem öntörvényű, ezt a nagyméretű hálózaton, illetve hálózati szektorokon kialakuló vezérlő sebességek determinálják. Lelassulnak, ha torlódás lép fel, megállnak, ha a forgalomirányító lámpa pirosra vált, de a reakciókésedelmi időket követően felgyorsulnak a megengedett legnagyobb sebességhatárig, ha előttük az útszakasz szabad. **Ezt jelöli a 2. ábrán az $x_0(t)$ vezérlő függvény, amelyet az egyes trajektóriáknál a nagyméretű makroszkopikus hálózati folyamatok határoznak meg.**



2. ábra az $x_0(t)$ vezérlő függvény

Ehhez kapcsolódik a bevezetőben tárgyalt $c_i(t)$ mikro irányítás, amely figyelembe veszi az egyes járművek tulajdonságait, de általa figyelembe lehet venni a megkülönböztetett járművek igényeit is, szintén az irányítások alkalmazásával. A fentiek alapján, minden szektoron folytonosan újra szerveződnek az IDM csoportok is. Ennek alapján fontos kiemelni, hogy minden szektoron a valóságnak megfelelően:

1. Dinamikusán változik a járműszám
2. Dinamikusán változik a járművek sorrendje
3. Dinamikusán változik a járművek összetétele
4. A rendszerben lévő járművek paramétereinek megfelelően, a valóságos feltételeknek megfelelő előzési manőverezések történnek
5. Irányíthatók ezek a folyamatok a megkülönböztetett járművek és a forgalmi helyzet igényeinek megfelelően

A modell alkalmazásával:

1. Minden szektor önállóan kezeli a folyamatosan a rá - és kiáramló járművek felvételét, ill., törlését a rajta működő IDM - modellből.
2. Minden szektor önállóan kezeli és irányítja a rajta működő aktuális IDM rendszerénél az előzéseket az input - output áramlást és figyelembe veszi a hálózati forgalomirányításból következő szabályozásokat és tiltásokat is.

4. A MODELLEZÉS SORÁN KÖVETETT MATEMATIKAI MEGKÖZELÍTÉS ES ELJÁRAS

A modellben egy-egy fix pozicionálást, sorrendiséget ír le a p vektor, amelynél p_i , $n=3$ esetén a következő a kiindulási alappozíció: $p[1]=1$, $p[2]=2$, $p[3]=3$. A haladás során természetesen a pozíciók változhatnak és a vektor p_i koordinátájának k értéke, az: $p_i = k$ azt jelenti, hogy az i -ik pozíción a sorban a k -ik jármű van az adott időpontban, ($i=1,2,\dots,n$; $k=1,2,\dots,n$). A modellben, egy adott időpontban, ill., időszakban az összes jármű pozícióját az $u[i,k]$ mátrix írja le. Minden i -ik sorban csak egy, k -ik helyen van 1-es, a sorban a többi érték 0. Ez mutatja azt, hogy ekkor az i -ik pozíción a k -ik jármű van. Tehát az $u[i,k]$ mátrix minden i -ik sorában csak az $u[i,p[i]] = 1$, az-az $u[i,k] = 1$, az i -ik sor többi eleme pedig zérus.

A differenciálegyenlet-rendszer modellben, az $u[i,k]$ mátrix elemét az A és B mátrixokban használjuk fel. Az A mátrix veszi figyelembe az i -ik jármű legnagyobb a_i gyorsulását, a B mátrix pedig az i -ik jármű kívánt v_i sebességét veszi figyelembe.

A differenciálegyenlet-rendszer modellben az f vektorban használjuk fel a $k[j,p,i]$ 3 dimenziós mátrixot, amely két jármű között, a távolságok négyzeteinek hányadosainál fennálló kapcsolatokat, vagy a kapcsolatok mentességét határozza meg

A differenciálegyenlet-rendszer első egyenletnél a $k[j,p,i]$ mátrix esetében, csak a (4) esetben 1 az érték:

$$k[0,p[1],1]=1 \quad (4)$$

$p[1]$ határozza meg ugyanis, hogy melyik k -ik jármű halad legelől és követi az $x_0(t)$ vezérjelet. Ennek megfelelően a szummában szereplő többi elem értéke zérus.

Vizsgálva tovább a $k[j,p,i]$ mátrix elemeinek értékeit, a differenciálegyenlet-rendszer második egyenleténél, csak a p_1 és p_2 pozíciókon elhelyezkedő sorszámú járműveknél lehet 1 az érték, mégpedig, az alábbi feltételek szerint:

$$\begin{aligned} \text{if } ((p[1]<p[2])) \text{ then } k[p[1],p[2],2]&=1; \\ \text{if } ((p[1]>p[2])) \text{ then } k[p[2],p[1],2]&=1; \end{aligned} \quad (5)$$

a szummában szereplő többi elem zérus, és így tovább, ..., A differenciálegyenlet-rendszer utolsó sorában csak a p_{n-1} és p_n pozíciókon elhelyezkedő sorszámú járműveknél lehet 1 az érték, mégpedig:

$$\begin{aligned} \text{if } ((p[n-1] < p[n])) \text{ then } k[p[n-1], p[n], n] := 1; \\ \text{if } ((p[n-1] > p[n])) \text{ then } k[p[n], p[n-1], n] := 1 \end{aligned} \quad (6)$$

a szummában szereplő többi elem zérus.

Ennek a módszernek az egyik eredménye az, hogy egyetlen modellben összefoglalható az n elemű járműcsoport összes permutációjához tartozó IDM modell. Ez alapján az $u[i, k]$ és $k[j, p, i]$ mátrixok elemeinek megfelelő beállításával felírható bármely járműsorrendhez tartozó IDM modell. Ez a modell-definíció tehát, a véglegesen kialakult sorrendek komplex modellezését teszi lehetővé egyetlen modell alapján.

A módszer másik fontos és tovább kutatható eredménye az, hogy egyetlen modellben foglalható össze az n elemű járműcsoportban fellépő előzési folyamatok modellezése is. Ha tehát, akár egy tetszőlegesen megtervezett, vagy optimális $c_i(t)$ előzési stratégiát valósítanak meg a járművek, akkor az előzési folyamatban már több kapcsolat is fellép. Ekkor, egyes kapcsolatok nem változnak meg és az $u[i, k]$, $k[j, p, i]$ mátrixok ezekre vonatkozó elemei konstans 0, vagy 1 értékeken maradnak. Más kapcsolatok viszont, folyamatosan erősödnek meg, illetve szűnnek meg az előzés során. Az $u[i, k]$ és $k[j, p, i]$ mátrixok ezekre vonatkozó elemei viszont már nem konstansok! Erősödő kapcsolatoknál 0-ról folyamatosan 1-re változnak, a gyengülő kapcsolatok viszont folyamatosan 1-ről, 0-ra változnak az adott előzési folyamat megkezdése és befejezése során.

Összefoglalva: a két különböző járműsorrendre vonatkozó P_j és P_k permutációk esetében a kiindulási állapotban az $u[i, k]$ - nál és $k[j, p, i]$ - nál felvett konstansok nem változnak meg azoknál a járműveknél, amelyeknek egymáshoz viszonyított pozíciói nem változik meg a P_k permutáció bekövetkeztekor. Azokat a kapcsolatokat tekintve, amelyek a P_j permutációról a P_k -ra történő átmenet során megszűnnek, a hozzájuk tartozó $u[i, k]$ és $k[j, p, i]$ kapcsolati értékek folytonos függvények mentén, aszimptotikusan 1-ről 0-ra változnak a P_k permutációra történő átmenet során

Ezzel párhuzamosan, az új P_k pozíciókhoz tartozó kapcsolatok folyamatosan épülnek fel és a hozzájuk tartozó $u[i, k]$ és $k[j, p, i]$ kapcsolati értékek folytonos függvények mentén, aszimptotikusan 0-ról 1-re változnak.

5. AZ UNIVERZÁLIS IDM MODELL DIFFERENCIÁLEGYENLET-RENDSZERE n JÁRMŰ ESETÉN

A követelményeket az alábbi mátrix- differenciálegyenlet-rendszer írja le:

$$A \cdot \ddot{x} + B \cdot \dot{x}^4 + f(x) = e(t) \quad (7)$$

Ahol, a fenti mátrix differenciálegyenlet-rendszer bal oldalán, a szorzatok oszlopvektorok. Az A és B mátrixok elemei tartalmazzák a fentiekben tárgyalt u_{ij} mátrixelemeket, az alábbi módon: $A = [u_{ij} 1/a_j]$; $B = [u_{ij} 1/v_j^4]$

A matematikában ez a **Hadamard-szorzat**, v. más néven **Schur-szorzat** amely a két mátrix azonos helyén álló

elemeinek szorzata, amelynek eredménye a két mátrixal azonos dimenziójú mátrix. Nevét a francia Jacques Hadamard és a német Issai Schur után kapta. Az f vektor pedig a $k_{j,p,i}$ mátrixelemeket tartalmazza.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{u_{11}}{a_1} & \frac{u_{12}}{a_2} & \dots & \frac{u_{1n}}{a_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{u_{ij}}{a_j} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{u_{n1}}{a_1} & \frac{u_{n2}}{a_2} & \dots & \frac{u_{nn}}{a_n} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{u_{11}}{v_1^4} & \frac{u_{12}}{v_2^4} & \dots & \frac{u_{1n}}{v_n^4} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{u_{ij}}{v_j^4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{u_{n1}}{v_1^4} & \frac{u_{n2}}{v_2^4} & \dots & \frac{u_{nn}}{v_n^4} \end{bmatrix};$$

$$f = \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^n \frac{k_{0,p,1} \cdot s_{0,p}^2}{(x_0 - x_p - l_p)^2} \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{p=j+1}^n \frac{k_{j,p,i} \cdot s_{j,p}^2}{(x_j - x_p - l_p)^2} \\ \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{p=j+1}^n \frac{k_{j,p,n} \cdot s_{j,p}^2}{(x_j - x_p - l_p)^2} \end{bmatrix}$$

$x \in \mathbb{R}^n$ a jármű pozíciók állapotjellemző vektora, n , a járműszám

$\dot{x} \in \mathbb{R}^n$, $\ddot{x} \in \mathbb{R}^n$ a jármű sebességek és gyorsulások vektora

$A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $f, e \in \mathbb{R}^n$

Tömörebb felírásmódban, az alábbiak szerint foglalhatók össze az egyenletrendszerben szereplő mátrixok és vektor:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{u_{ij}}{a_j} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{u_{ij}}{v_j^4} \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_i \end{bmatrix}$$

$$(i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n)$$

$$i=l\text{-re:}$$

$$f_i = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{p=j+1}^n \frac{k_{j,p,i} \cdot s_{j,p}^2}{(x_j - x_p - l_p)^2} \quad i > l-re:$$

Az összes IDM modell száma $n!$ Végül, tekintsük példaként, az összes sorrendet tartalmazó (8) közös differenciálegyenlet-rendszert az $n=3$ esetén:

$$\begin{bmatrix} \frac{u_{1,1}}{a_1} & \frac{u_{1,2}}{a_2} & \frac{u_{1,3}}{a_3} \\ \frac{u_{2,1}}{a_1} & \frac{u_{2,2}}{a_2} & \frac{u_{2,3}}{a_3} \\ \frac{u_{3,1}}{a_1} & \frac{u_{3,2}}{a_2} & \frac{u_{3,3}}{a_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x1(t) \\ \frac{d^2}{dt^2} x2(t) \\ \frac{d^2}{dt^2} x3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{1,1}}{v_1^4} & \frac{u_{1,2}}{v_2^4} & \frac{u_{1,3}}{v_3^4} \\ \frac{u_{2,1}}{v_1^4} & \frac{u_{2,2}}{v_2^4} & \frac{u_{2,3}}{v_3^4} \\ \frac{u_{3,1}}{v_1^4} & \frac{u_{3,2}}{v_2^4} & \frac{u_{3,3}}{v_3^4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x1(t)\right)^4 \\ \left(\frac{d}{dt} x2(t)\right)^4 \\ \left(\frac{d}{dt} x3(t)\right)^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_{0,1,1} s_{0,1}^2}{(x_0 - x_1 - l_1)^2} + \frac{k_{1,2,2} s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} + \frac{k_{1,3,3} s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{k_{0,2,1} s_{0,2}^2}{(x_0 - x_2 - l_2)^2} + \frac{k_{2,3,3} s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{k_{0,3,1} s_{0,3}^2}{(x_0 - x_3 - l_3)^2} + \frac{k_{2,3,2} s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Az egyes kiindulási eseteket tekintve összesen hat sorrend alakulhat ki. Az alábbiakban írtuk fel az összes esetet, amelyet computer-algebrai módszerrel automatikusan lehet elő állítani.

1. eset: amelynél az egyes járművek sorrendje: 1, 2, 3, ezt tartalmazza a p_1 vektor:

$$p_1=1, p_2=2, p_3=3$$

Ekkor, a számított u_{ij} értékek: $u[i,p[i]]:=1$; ($i=1,2,3$) esetekben az alábbi:

$$u_{1,1}=1, u_{2,2}=1, u_{3,3}=1$$

Az alábbi algoritmus alapján számítjuk a $k[j,p,i]$ értékek $k[0,p[1],1]:=1$; esetekben:

```
if ((p[1]<p[2])) then k[p[1],p[2],2]:=1; end; if
((p[1]>p[2])) then k[p[2],p[1],2]:=1; end; if
if ((p[2]<p[3])) then k[p[2],p[3],3]:=1; end; if
((p[2]>p[3])) then k[p[3],p[2],3]:=1; end; if
```

Az algoritmus alkalmazásával számított $k_{ij,l}$ értékek az alábbiak:

$$k_{0,1,1}=1, k_{1,2,2}=1, k_{2,3,3}=1$$

A fentiek alapján, az 1. esetben (10) szerint meghatároztuk az alábbi végleges differenciálegyenlet-rendszert:

$$\begin{bmatrix} \frac{\frac{d^2}{dt^2} x1(t)}{a_1} \\ \frac{\frac{d^2}{dt^2} x2(t)}{a_2} \\ \frac{\frac{d^2}{dt^2} x3(t)}{a_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\left(\frac{d}{dt} x1(t)\right)^4}{v_1^4} \\ \frac{\left(\frac{d}{dt} x2(t)\right)^4}{v_2^4} \\ \frac{\left(\frac{d}{dt} x3(t)\right)^4}{v_3^4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{0,1}^2}{(x_0 - x_1 - l_1)^2} \\ \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t) \quad (10)$$

A fenti algoritmust követve, a computer-algebrai módszer automatikusan szolgáltatja a további eredményeket is.

2. eset: az egyes járművek sorrendje sorrend: 1, 3, 2

A számított u_{ij} és $k_{ij,l}$ értékek:

$$p_1=1, p_2=3, p_3=2$$

$$u_{1,1}=1, u_{2,3}=1, u_{3,2}=1$$

$$k_{0,1,1}=1, k_{1,3,2}=1, k_{2,3,3}=1$$

A 2. végleges esetben az alábbi a differenciálegyenlet-rendszer:

$$\begin{bmatrix} \frac{\frac{d^2}{dt^2} x1(t)}{a_1} \\ \frac{\frac{d^2}{dt^2} x3(t)}{a_3} \\ \frac{\frac{d^2}{dt^2} x2(t)}{a_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\left(\frac{d}{dt} x1(t)\right)^4}{v_1^4} \\ \frac{\left(\frac{d}{dt} x3(t)\right)^4}{v_3^4} \\ \frac{\left(\frac{d}{dt} x2(t)\right)^4}{v_2^4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{0,1}^2}{(x_0 - x_1 - l_1)^2} \\ \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t) \quad (11)$$

3. eset: az egyes járművek sorrendje sorrend: 2, 1, 3

A számított u_{ij} és $k_{ij,l}$ értékek:

$$p_1=2, p_2=1, p_3=3$$

$$u_{1,2}=1, u_{2,1}=1, u_{3,3}=1$$

$$k_{0,2,1}=1, k_{1,2,2}=1, k_{1,3,3}=1$$

A 3. végleges esetben az alábbi a differenciálegyenlet-rendszer:

$$\begin{bmatrix} \frac{\frac{d^2}{dt^2} x2(t)}{a_2} \\ \frac{\frac{d^2}{dt^2} x1(t)}{a_1} \\ \frac{\frac{d^2}{dt^2} x3(t)}{a_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\left(\frac{d}{dt} x2(t)\right)^4}{v_2^4} \\ \frac{\left(\frac{d}{dt} x1(t)\right)^4}{v_1^4} \\ \frac{\left(\frac{d}{dt} x3(t)\right)^4}{v_3^4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{0,2}^2}{(x_0 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t) \quad (12)$$

4. eset: az egyes járművek sorrendje sorrend: 2, 3, 1

A számított u_{ij} és $k_{ij,l}$ értékek:

$$p_1=2, p_2=3, p_3=1$$

$$u_{1,2}=1, u_{2,3}=1, u_{3,1}=1$$

$$k_{0,2,1}=1, k_{2,3,2}=1, k_{1,3,3}=1$$

A 4. végleges esetben az alábbi a differenciálegyenlet-rendszer:

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_2(t) \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_2(t)\right)^4 \\ v_2^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{0,2}^2}{(x_0 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t) \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_3(t) \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_3(t)\right)^4 \\ v_3^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \end{bmatrix} = e(t)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_1(t) \\ a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_1(t)\right)^4 \\ v_1^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t)$$

5. eset: az egyes járművek sorrendje sorrend: 3, 1, 2

A számított $u_{i,j}$ és $k_{i,j,l}$ értékek:

$$p_1=3, p_2=1, p_3=2$$

$$u_{1,3}=1, u_{2,1}=1, u_{3,2}=1$$

$$k_{0,3,1}=1, k_{1,3,2}=1, k_{1,2,3}=1$$

Az 5. végleges esetben az alábbi a differenciálegyenlet-rendszer:

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_3(t) \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_3(t)\right)^4 \\ v_3^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{0,3}^2}{(x_0 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t) \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_1(t) \\ a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_1(t)\right)^4 \\ v_1^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \end{bmatrix} = e(t)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_2(t) \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_2(t)\right)^4 \\ v_2^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t)$$

6. eset: az egyes járművek sorrendje sorrend: 3, 2, 1

A számított $u_{i,j}$ és $k_{i,j,l}$ értékek:

$$p_1=3, p_2=2, p_3=1$$

$$u_{1,3}=1, u_{2,2}=1, u_{3,1}=1$$

$$k_{0,3,1}=1, k_{2,3,2}=1, k_{1,2,3}=1$$

A 6. végleges esetben az alábbi a differenciálegyenlet-rendszer:

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_3(t) \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_3(t)\right)^4 \\ v_3^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{0,3}^2}{(x_0 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t) \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_2(t) \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_2(t)\right)^4 \\ v_2^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{2,3}^2}{(x_2 - x_3 - l_3)^2} \\ \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \end{bmatrix} = e(t)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} x_1(t) \\ a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} x_1(t)\right)^4 \\ v_1^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{s_{1,2}^2}{(x_1 - x_2 - l_2)^2} \\ \frac{s_{1,3}^2}{(x_1 - x_3 - l_3)^2} \end{bmatrix} = e(t)$$

A fentiek tehát, a már kialakult és egy időtartamban állandó sorrendet írtak le. Ha viszont a P_r és P_q permutációk között, valamely $t \in [0, T]$ időintervallumban változó átmeneti

állapotok lépnek fel, akkor ennek során a korábbi jármű-jármű kapcsolatok folyamatosan gyengülnek, az új P_q kapcsolatok pedig megerősödnek. Ez a hatás vehető figyelembe az alábbiak szerint az u és k vektoroknál a T ideig tartó új alakzat kialakulásánál, ahol megszűnnek a kapcsolatok:

$$u_{i,k} = 1 - t/T \text{ és } k[j,p,i] = 1 - t/T$$

$$u_{i,k} = t/T \text{ és } k[j,p,i] = t/T \quad (16)$$

Ahol, megszűnnek a kapcsolatok.

Ennek szükségességét az indokolja, hogy az egy sávon haladó járművek sorrendje a valóságban megváltozik.

8. ÖSSZEFOGLALÁS

A bemutatott Univerzális IDM model az EFOP-3.6.2-16-2017-00016 projekt témában, egyetlen matematikai modellbe integrálja a járművek által végrehajtható összes lehetséges előzési manővereket. Ez írja le a valóságos folyamatot és fontos az optimális előrehaladás biztosításánál a csoportban haladó lassú járművek megelőzésekor. A modell ennek megfelelően $n!$ sorrendet vesz figyelembe és a probléma leírásánál elvben, bármely P_r járműcsoport permutációt követhet bármely P_q permutáció, figyelembe véve a két permutáció közötti valóságos és dinamikus átmeneti állapotokat. Az Univerzális IDM – modell matematikai modelljében fontos szerepet játszanak az átmeneteket irányító $c_i(t)$ függvények. Ezek biztosítják azt, hogy egyetlen differenciálegyenlet-rendszer modellezze a folyamatosan átalakuló rendszereket! Az optimális előzési stratégiákat is a $c_i(t)$ időfüggvényekkel határozzuk meg. Ez tovább fejleszthető irányítási terület. Az elvek megfogalmazása alapján ugyanis fontos, hogy milyen célokat alkalmazzunk, az adott forgalmi körülmények közepette Ezek lehetnek: optimális átjutás a kereszteződésekben, optimális energiafogyasztás a forgalmi folyamatoknál, ezzel kapcsolatos optimális CO2 kibocsátás, optimális környezetterhelés, konvojok tartományon történő gyors átvezetése. A matematikai vizsgálat során, egy sávon folyó forgalmat írtunk le és ez továbbfejleszthető a két, vagy több párhuzamos rendszer együttes vizsgálatára is, amely lehetővé teszi, a párhuzamos sávok közötti többirányú dinamikus járműátadási kapcsolatok optimalizálását is.

Az IDM rendszer paraméterei általánosabb megközelítésben közlekedési rendszerparaméterek. Pontosabban megfogalmazva járműdinamikai paraméterek, vezetői képességek és környezeti tényezők határozzák meg őket. Az IDM rendszer paramétereinek pontos ismerete, a közlekedési folyamatok sajátosságai, és hektikussága miatt bizonytalanságokat hordozhatnak magukban.

Az IDM modell járműdinamikai paramétereit vizsgálhatjuk a matematikai modell alkalmasan megválasztott átírásával. A megválasztott

modellszerkezet alkalmas a többtömegű lengéstani dinamikai modell analízisére, tisztán lengéstani fogalmak alkalmazásával is. A dinamikai tulajdonságok így módon történő további elemzésére hasznos újabb összefüggések feltárásához vezetett ezen a területen is. Ez alapján fontos információkhoz juthatunk az összetettebb IDM rendszer paraméter-struktúrájával és forgalomban történő optimalizálásával kapcsolatban is. T., Péter; I., Lakatos (2019). A vizsgálat az egyes megadott gyorsítási képességek esetében, figyelembe veszi a követendő jármű sebességét és meghatározza az optimális sebességmaximumot és az optimális távolságot is. Ez, egyaránt kihat a sebesség túllendülés mértékére és a stabil sebességállapotról történő beállítás időpontjára, továbbá a mozgási energia optimalizálására is. Mindezek az optimális tulajdonságok kihatnak a forgalomban jelenlévő többi szereplőre is, valamint a kibocsájtásra és a forgalmi zajra is. Ez elősegíti a simább, zökkenőmentes forgalmi folyamatokat a járműcsoportoknál és az önvezető járműveknél a forgalomfüggő optimális döntések automatizálását az optimális paraméterek automatikus beállításával.

Köszönetnyilvánítás

A konferencia cikk kutatásaihoz az Új Széchenyi Terv keretein belül az „Autonóm járművek dinamikája és irányítása az automatizált közlekedési rendszerek követelményeinek szinergiájában (EFOP-3.6.2-16-2017-00016)” projekt és a Széchenyi István Egyetem biztosított forrást. A kutatás az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg

IRODALOMJEGYZÉK

Derbel, O.; Peter, T.; Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2012). Modified intelligent driver model, *Periodica Polytechnica Transportation Engineering* 40(2): 53–60. <https://doi.org/10.3311/pp.tr.2012-2.02>

Derbel, O.; Peter, T.; Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2013). Modified intelligent driver model for driver safety and traffic stability improvement, *IFAC Proceedings Volumes* 46(21): 744–749. <https://doi.org/10.3182/20130904-4-JP-2042.00132>

Derbel, O., Péter, T., Mourllion B., & Basset M. (2017), Generalized Velocity–Density Model based on microscopic traffic simulation, *Transport*, DOI: 10.3846/16484142.2017.1292950 To link to this article: <http://dx.doi.org/10.3846/16484142.2017.1292950> ISSN: 1648-4142 (Print) 1648-3480 (Online) Journal homepage: <http://www.tandfonline.com/loi/tran20>

EFOP-3.6.2-16-2017-00016 Autonóm járművek dinamikája és irányítása az automatizált közlekedési rendszerek követelményeinek szinergiájában

Jerath, K., (2010). Impact of adaptive cruise control on the formation of self-organized traffic jams on highway. Master's thesis, The Pennsylvania State University The Graduate School. Department of Mechanical and Nuclear Engineering.

Kesting, A., Treiber, M., Helbing, D., (2008). Agents for traffic simulation. *Physics and Society* 11, 325–356.

T., Péter; I., Lakatos (2019). Vehicle dynamic-based approach for the optimization of traffic parameters of the Intelligent Driver Model (IDM) and for the support of autonomous vehicles' driving ability *ACTA POLYTECHNICA HUNGARICA* 16 : 3 pp. 121-142. , 22 p. (2019)

Péter T, and Bokor J (2010) Research for the modelling and control of traffic, In: Scientific Society for Mechanical Engineering „33rd Fisita-World Automotive Congress: Proceedings, Budapest, Magyarország, 2010.05.30-2010.06.04. Budapest: GTE, 2010. pp. 66-73. (ISBN:978-963-9058-28-6)

Péter and Bokor J (2011) New road traffic networks models for control, *GSTF International Journal on Computing*, vol. 1, Number 2. pp. 227 -232. DOI: 10.5176_2010-2283_1.2.65 February 2011

Péter, T (2012) Modeling nonlinear road traffic networks for junction control, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS)*, 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 723-732. DOI: 10.2478/v1006-012-0054-1

Treiber, M., Helbing, D., (2002). Realistische mikrosimulation von straßenverkehr mit einem einfachen modell. In: Symposium "Simulationstechnik ASIM.

Treiber, M.; Hennecke, A.; Helbing, D. (2000a). Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations, *Physical Review E* 62(2): 1805–1824. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.62.1805>

Treiber, M.; Hennecke, A.; Helbing, D. (2000b). Microscopic simulation of congested traffic, in D. Helbing, H. J. Herrmann, M. Schreckenberg, D. E. Wolf (Eds.). *Traffic and Granular Flow'99: Social, Traffic, and Granular Dynamics*, 365–376. https://doi.org/10.1007/978-3-642-59751-0_36

Treiber, M., Hennecke, A., Helbing, D., (2004). Microscopic simulation of congested traffic. *Physical Review E* 62, 1805–1824

Treiber, M., Hennecke, A., Helbing, D., (2006). Delays, inaccuracies and anticipation in microscopic traffic models. *Physica A* 360, 71–88.

Treiber, M., Kesting, A., (2011). Evidence of convective instability in congested traffic flow: A systematic empirical and theoretical investigation. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 17, 698–716.