A pálya és az automatikus irányítási kérdések komplexitása

Péter T.*, Háry A.**, Lakatos I.***, Rózsás Z.**

** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (e-mail: peter.tamas@mail.bme.hu)*
*** Autóipari Próbapálya Zala Kft. (e-mail: andras.hary@apnb.hu)*
**** Győri Széchényi István Egyetem (e-mail: drlakatosi@gmail.com)*
*** Autóipari Próbapálya Zala Kft. (e-mail: zoltan.rozsas@apz.hu)*

Abstract: A kutatás további új módszerek és új lehetőségek feltárására irányul, amelynél a szubtartományokra osztott nagy hálózaton belül, egy általános szubtartományt vizsgálunk és irányítunk. Ehhez kapcsolódik majd a továbbiakban a Tesztpálya és a Smart-City adta lehetőségek analízise is. Jelen esetben, a Makroszkopikus közúti hálózat és a Mikroszkopikus forgalom együttes analízisét hajtjuk végre, előkészítve ezzel, az önvezető járművek komplex irányítását. Ennek során, a vizsgálatok az alábbi területekre koncentrálódnak: (1) A teljes hálózati szektor-rendszer kapcsolatának analízise, az ezekre pontosan meghatározott kapcsolati hipermátrix alkalmazásával. (2) A komplex közlekedési folyamatoptimálásra, amely egyaránt figyelembe veszi a makroszkopikus modell alapú hálózati környezetet és a hálózaton fellépő mikroszkopikus folyamatokat is.

1. BEVEZETÉS

A kutatás során alkalmazott fontos megközelítés, hogy két forgalmi modellt veszünk figyelembe és ennek megfelelően, egyszerre két síkon történik a modellezés.

1. Makroszkopikus forgalmi környezet veszi figyelembe a **nagyméretű hálózati** folyamatokat, a komplex közlekedési környezetet és a szezonalitásokat!
Ehhez alkalmazzuk a MAKROSZINTŰ modellt és optimálását. A nagy hálózatot magába foglaló tartomány diszjunkt szubtartományokra van felosztva és az ezekben elhelyezkedő részhálózatok pedig szektorokra. Esetünkben az irányítás célja a legkisebb belső ellenállás, az-az a legkisebb a forgalom-akadályozás biztosításával, a részhálózatokon **a maximális átbocsájtás megvalósítása.** Ez a módszer, minden szektoron adott időpontban megadja a „vezér sebességet" és a „Virtuális lámpák" működtetésével biztosítja az optimális átbocsájtásokat, elosztásokat, ill., megállításokat, az ütközésmentes forgalom biztosítására.

2. A mikroszkopikus járműkörnyezetre - amely a trajektória menti mozgásokat és ennek kapcsolatrendszerét veszi figyelembe **- az IDM modellt használjuk.**
Ezt a MIKROSZINTŰ modellt alkalmazva, ütközésmentes IDM modellek működnek, az alábbi feladatokat megvalósítva:

- „Piros lámpánál" az-az a Stopjelzésnél felzárkóznak, „Zöld lámpánál" átmennek az engedélyezett irányokba.
- Szétosztást, kiválást valósítanak meg a csoportból, mivel minden járműhöz útvonal kód van hozzárendelve. Ennél a feladatnál, program osztja szét és képezi az új csoportokat
- A trajektória követési modell *esetében, a korábbi saját* munkáikban **javasoltak alapján kidolgoztuk a pontosabb működéséhez** a módosított IDM modellt, amely figyelembe veszi a gépjárművezető, ill., robotpilóta biztonságát és a jármű valós képességeit is. A módosítás alapján, **a vezetőnek – robotpilótának- már figyelembe kell vennie az őt követő járművek viselkedését is** és ez által, egy új módosított IDM modellt fejlesztettünk ki.

A makroszkopikus modell adja az általános forgalmi sebesség folyamatokat, amelyet ez a modell folyamatosan optimál modell prediktív irányítás alkalmazásával, amelynél figyelembe veszi a környezeti változásokat is,. (Az új optimális helyzetek alapján, újra képes definiálni az optimális útvonalakat is az előre számított forgalomhoz alkalmazkodva.)

Ez a megoldás, több mint egy méréseket alkalmazó eljárás, mivel a mérési módszer csak az adott időpontban fellépő helyzetet, sebességeket, ill., jármű sűrűségeket képes figyelembe venni. Mi több, a fenti eljárás helyettesíti a folyamatos mérést is, előre prognosztizál, továbbá az állapotjellemzők alapján az egyes esetek közül kiválasztja a forgalom szempontjából optimálisat.
A hálózati átvezetés több-test mozgás felügyelete, amelynél konfliktusmentes optimális irányítás a feladat. Ennek során, külön-külön szükséges a $P_i(t)$ i-ik járművek (i=1,2,...,n) t időpontokban felvett helyzeteinek és az $s_i(t)$ útvonal stratégiáknak a meghatározását.

2. AZ EGYES VIZSGÁLATOK ÉS ELÉRT EREDMÉNYEK

2.1 A komplex feladat specifikációja kiemelve, hogy az n-elemű szektor-rendszeren a konfliktus kezelése rendkívül fontos, azonban igen összetett feladat

Az önvezető járművek felügyelt hálózati tartományon történő átvezetésénél fontos a konfliktuskezelés elemzése, amely az egyes **szubtartományokon, a közúti hálózat és a forgalom együttes analízisét igényli.** A vizsgálatok az alábbi területekre koncentrálódtak: Ismerjük az i, j szakaszok, ill., görbedarabok hosszait és az ezekre jellemző $v_i(t)$, $v_j(t)$ sebességeket. Ez által, a trajektóriákon számíthatók a várható találkozási pontok, ill., a megközelítési távolságok, a potenciális konfliktus szakaszokon. Ha a szakaszponton várható egyidejűségi, az-az ütközési, v. közelségi probléma lép fel, ezeket a problémákat sebesség irányítással képesek vagyunk megszüntetni – amely, az egyéb szempontok miatt megválasztott útvonal-stratégiákat sem befolyásolja. A fenti konfliktuskezelés viszont, hatást gyakorolhat a többi járműre is, ezért ezt várhatóan több ciklusban kell vizsgálni. A probléma kezelhető, ha megfelelő méretű szubtartományokat választunk és ezeken végezzük a konfliktuskezeléseket, figyelembe véve, hogy a Makro modell, a közös optimum alapján irányítja ezen szubtartományon a járműfolyamatokat, amelyet minden járműnek be is kell tartania!

Input adatok: 1. Kell $\forall$ $\mathbf{P}_i$ gépjármű útvonalterv kódja. 2. Szükségesek $\forall$ szektorra, az ott érvényes v(t) sebesség függvény meghatározása.
Az összetett, bonyolult, komplex vizsgálatok az alábbi (1), (2) és (3) számítási lépésekből állnak és ezt igényelnék.
(1) $\Rightarrow$ Meghatározandók a konfliktus szektorok halmaza.
(2) $\Rightarrow$ Meghatározandók $\forall$ $\mathbf{P}_i$ gépjármű esetében az útvonal/trajektória menti $S_i(t)$ mozgások út- idő függvényei.
(3) $\Rightarrow$ Meghatározandók a konfliktusszakaszokon az egyidejűségek, v. kritikus megközelítések. Végrehajtandó a probléma kezelése, amely egy modell prediktív eljárás alapú irányítás. A konfliktushelyzetek sebesség-irányítása és a forgalmi folyamat újra validálása. **Ennél, lehetséges megoldás az IDM - modell beépítése is a folyamatok felügyeletére és ezzel eleve kiküszöbölhetők pl., az egymás után haladók gépjárművek esetén a konfliktushelyzetek fellépései!**

2.2 Az n-elemű szektor-rendszer konfliktuskezelése

Az önvezető járművel konfliktus-kezeléséhez javasolt módszer a közúti hálózati és forgalmi analízis, amely az alábbiakban foglalható össze. A szektor-rendszer kapcsolatára, pontosan megadott K mátrixot írunk fel.

$$K = \begin{bmatrix} & . & & \\ & . & & \\ \ldots\ldots & k_{ij} & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ & . & & \\ & . & & \end{bmatrix}$$

A folyamat optimálása, a makro modell alapú hálózat mikro modellre történő kiterjesztése. A makro modell előre számítja az általános forgalmi és sebesség folyamatokat. Ez által, meg lehet adni az optimális útvonalakat, az előre kalkulált forgalom alapján. Ez szintén több információt nyújt a mérésnél, mivel a valós idejű mérés csak a jelen időpontban fellépő helyzetet, sebességeket, v. járműsűrűségeket határozza meg. Az általunk követett modell prediktív eljárás és irányítás viszont, meghatározott időintervallumon helyettesíti a folyamatos mérést is.
A vizsgálatokat és az átvezetést egy általáno p-ik, Hp felügyelt szubtartományon végeztük. Ez esetben, több-test mozgás felügyelete, ill. irányítása a feladat, amelynél külön-külön megtörténik, az egyes $P_i(t)$ i-ik járművek t időpontokban felvett helyzetének és az $S_i(t)$ útvonal stratégiának a meghatározása is. A lehetséges útvonalakat és a szakaszok közötti átjárást és ennek speciális tulajdonságait, a K kapcsolati mátrix (i,j) elemei határozták meg. Tehát a H_p szubtartomány kapcsolatait helyzzük el a K mátrixban.
Ezt követően az útvonal kód halmazok alapján, meghatározhatók a potenciális konfliktus szakaszok is.

Ismerjük tehát az i, j, szakaszok, v. görbék hosszait, továbbá az ott jellemző $v_i(t)$, $v_j(t)$ sebességeket, a t időpontban, a járművek tartózkodási helyeit és az útvonal kódokat, ez által kiszámíthatók az útvonalakon a várható találkozási pontok, ill. a megközelítési távolságok is a potenciális konfliktus szakaszokon. Ha a szakaszponton egyidejűségi (ütközési) v. közelségi probléma lép fel, ezeket a problémákat IDM modellt alkalmazó sebesség irányítással javasoljuk megszüntetni az egyéb szempontok miatt megválasztott útvonal-stratégiákat nem befolyásolva. A fenti hatást gyakorolhat, a többi járműre is, ezért növeli a probléma megoldás komplexitását az, hogy lehetséges, hogy ezt több ciklusban kell vizsgálni. Az eljárás az alábbiakban foglalható össze.

1. Szükséges $\forall$ $\mathbf{P}_i$ gépjármű útvonalterve.
Ez alapján:
- Meghatározandók a konfliktus szektorok halmaza

2. Szükségesek $\forall$ szektorra, az ott érvényes v (t) sebesség függvények ismerete. Ezeket az optimális folyamatokat meghatározó Makró –modell szolgáltatja.
Ez alapján:
- Meghatározandók a $\mathbf{P}_i$ gépjárművek esetében, az útvonal trajektóriája mentién az $S_i(t)$ mozgások út- idő függvényei.
- Meghatározandók a konfliktus szakaszokon az egyidejűségek v. kritikus megközelítések

- Modell prediktív eljárás irányítás alapján, a konfliktus helyzetek sebesség-irányítása és a forgalmi folyamat újra számítása.
- Lehetséges továbbá, az IDM-modell beépítése is a folyamatok felügyeletére, ezzel eleve kiküszöbölhető pl. az egymás után haladó járművek konfliktus helyzetének fellépése.

2.3 Optimálás a Mikro-szintű folyamatoknál

A járművek ütközésmentes optimális mozgatását vizsgáljuk síkbeli pontok esetét. A járművek mozgását a szubtartományban, az x,y síkban vizsgáljuk a $t \in [t_0,T]$ időtartományon, az x(t), y(t) koordináta függvények felhasználásával. A tartózkodási ponthoz tartozó időpontot a z koordinátával mérjük. Ha ütközés történik a két jármű között, akkor az alapsíkban is közös P(x,y) és 3D –ben is közös Q(x,y,z) pont fog bekövetkezni, a térbeni és időbeni egyezés következtében.

Tehát, a P ponton mindkét jármű áthalad és ez így egy potenciális találkozási pont, de a konfliktushoz az egyidegűség is szükséges és ezt mutatja a z áthaladási időpont koordináta.

Ez esetben, azok a járművek vannak beszámozva (1,2, …, m i,..j, ..., N –el) , amelyek az adott „t" időpontban a kérdéses, felügyelt H_p szubtartományban helyezkednek el, ill. azon haladnak át. Ha egy jármű elhagyja a tartományt, akkor a számát megkapja egy következő, a tartományba belépő jármű. Ha az eddiginél több lép be, akkor további számok is kiosztásra kerülnek. A szubtartomány esetében a Max (N), becsülhető, a maximális területi kapacitási lefedettség alapján.

Alkalmazzuk az i-ik és j-ik jármű pillanatnyi távolságát tartalmazó D konfliktus mátrixot, amelynek elemeit jelölik az $e_{i,j}$ nem negatív valós számok:

$$D = \begin{bmatrix} & & . & & \\ & & . & & \\ & \ldots\ldots & e_{i,j} & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ & & . & & \\ & & . & & \end{bmatrix}$$

Látható tehát, hogy a D konfliktusmátrix dinamikus mátrix, mivel nem csak a jármű távolságok változnak az időben, de változik a járművek beszámozása és változik a mátrix mérete is. Viszont, a konfliktus helyzet előtt egyszerűen számíthatjuk az i-ik jármű és a j-ik jármű távolságát a koordinátáik alapján:

$$e_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 - (y_i - y_j)^2}$$

Vizsgálva a találkozási pontokat, ha tehát a j-ik jármű a mozgása során több járművel is ütközne, v. konfliktushelyzetben találkozna (i=1,2,..., n), akkor közte és a többi n jármű között az egyes időpontokban a távolságok zérus, v. egy $\varepsilon>0$ számnál kisebbek lennének. Ebben az esetben a D konfliktus mátrix j-ik oszlopa tartalmazza azon járművek számát és a T_i időpontokat, amely időpontokban bekövetkeznek a konfliktusok, ill., kvázi konfliktusoknál $e_{i,j}<\varepsilon$. ha nem avatkozunk be.

$$D = \begin{bmatrix} \ldots & \ldots & e_{1j}(t) & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & e_{2j}(t) & \ldots & \ldots \\ & & . & & \\ \ldots & \ldots & . & \ldots & \ldots \\ & & . & & \\ \ldots & \ldots & e_{ij}(t) & \ldots & \ldots \\ & & . & & \\ & & . & & \\ \ldots. & \ldots & . & \ldots & \ldots \\ & & . & & \\ \ldots & \ldots & e_{nj}(t) & \ldots & \ldots \end{bmatrix}; \begin{Bmatrix} e_{1j}(t)=0, | \, t=T_1 \\ e_{2j}(t)=0, | \, t=T_2 \\ \ldots \\ \ldots \\ \ldots \\ e_{ij}(t)=0, | \, t=T_i \\ \ldots \\ \ldots. \\ \ldots \\ \ldots \\ e_{nj}(t)=0, | \, t=T_n \end{Bmatrix}$$

2.4. Az optimálási feladat meghatározása és a komplexitást csökkentő átfogó megoldási javaslat megfogalmazása

Létezik a közös optimum érdeket megvalósító kisebb komplexitású és átfogó megoldás is, amelyet javaslunk és a továbbiakban tárgyalunk az anyagban.
A virtuális „forgalomirányító lámpák" alkalmazásával, Stop, ill. Zöld - a tovább enged utasításokkal, a Makro folyamat modell IDM – modellel párosítva képes az ütközésmentes forgalmi folyamatok lebonyolítására és ez által a 3.1 pontban tárgyalt (1) és (3) pontokba foglalt vizsgálatok elhagyhatóak.

A közúti hálózati MAKRO folyamat és az önvezető járművek MIKRO folyamatának együttes analízise.
Egy adott jármű sebességét és a követési távolságot a robotpilóta, v. hagyományos esetben a vezető határozza meg. A döntése azonban egyaránt függ a saját észleléseitől és a járműve által, a fizikai környezetről küldött jelzésektől, továbbá a hálózati forgalom helyi és általános hatásaitól. Ennek megfelelően az útminőség, a meteorológiai, látási-viszonyokból eredő fizikai hatások és az adott járműsűrűség, meghatároznak egy válaszható sebességtartományt. Adott szakaszon előre haladó, jármű – járműhatásokból eredő dinamikus kapcsolatok forgalomi leírására alkalmazható a módosított Intelligens Driver Model (IDM modell) O. Derbel, T. Peter, H. Zebiri, B. Mourllion and M. Basset (2012, 2013, 2017). **Ugyanakkor, az IDM esetében, a modellcsoport mozgásának dinamikája sem öntörvényű, ezt a nagyméretű hálózaton, ill., hálózati szektorokon kialakuló vezérlő sebességek determinálják.** Lelassulnak, ha torlódás lép fel, megállnak, ha a forgalomirányító lámpa pirosra vált, de a reakciókésedelmi időket követően felgyorsulnak a megengedett legnagyobb sebességhatárig, ha az útszakasz szabad. **Ezt jelöli a trajektória mentén az x_0(t)**

vezérlő mozgás, ill. idő szerinti deriváltja, a vezérlő sebesség függvény, amelyet az egyes trajektóriáknál a nagyméretű makroszkopikus hálózati folyamatok determinálnak. Ugyanakkor, a vezérlő sebességek alkalmazhatók az egyes járművek, jármű csoportok konfliktus-helyzeteinek (ütközéseiknek) elkerülésére is**. Ily módon, irányítás valósítható meg az előre számítható útvonal program adatok és sebesség adatok alapján.** Az előre számított makroszkopikus optimum kikényszerítése is ezzel történik, érvényesítve a teljes felügyelt szektorra vonatkozó globális forgalmi optimum (közös érdek) megvalósítását a különböző kereszteződésekben történő áthaladásoknál. Ezen kívül, a vezérlő sebességek alkalmazhatók a megkülönböztetett járművek előnybe részesítésénél is. A matematikai modellt alkalmazó szimulációs modell esetén, induláskor a hálózat szakaszaira véletlen jármű kihelyezések történnek a napszaknak megfelelő járműsűrűségek figyelembe vételével, továbbá egyéni útvonal-tervekkel rendelkeznek az egyes járművek. **A szakaszokon, ily módon fellépő járműsűrűségek már determinálják a jármű-sebességeket, az útvonal-programok pedig a disztribúciókat.** Komplex dinamikus hatások analízisét tudjuk megvalósítani ennek a szimulátornak a fejlesztésével. Ehhez rendelkezésre áll az általunk fejlesztett közlekedési hálózati folyamat-modell. A szimulátor és a valós forgalmi mérések összekapcsolása objektív feltételeket teremt az alábbi analíziseknél:

a.) Hálózati folyamatok megfigyelése
b.) Kritikus helyek detektálása
c.) Környezeti állapotváltozások együttes hatásának analízise
d.) Forgalomban fellépő biztonságkritikus hatások analízise, humán ill., robotpilóta adottságok analízise

2.5. Az analízishez alkalmazott MAKRO modell feladatának meghatározása

A tárgyalt hálózati modell az u.n. szűkített modellek körébe tartozik, Péter, T. (2012), Péter, T., Szabó, K. (2012). Ekkor egy tetszőleges G zárt görbe által körülkerített belső hálózatot vizsgálunk. A belső hálózat n szektorból áll, ezek állapotjellemzői az x_1, x_2, …, x_n, járműsűrűségek, amelyeket számít a modell. A G perem mentén azok az s_1, s_2, …, s_m, sűrűségű külső (input és output) szektorok vannak, amelyek közvetlen kapcsolatokkal rendelkeznek valamely belső szektorral és ez utóbbiak állapotát mérés alapján ismertnek tekintjük. A modellünkben $0\le x_i(t)\le 1$ és $0\le s_j(t)\le 1$ normált járműsűrűség állapotjellemzőket használunk (i=1,…,n; j=1,…,m). Ez alkalmazható a parkolók esetében is, mivel a parkolók is általánosított szakaszok a modellben. Ennél a modellnél a kapcsolati hipermátrixot alkotó mátrixok közül, csak a $\mathbf{K}_{11}$ és $\mathbf{K}_{12}$ mátrixok játszanak szerepet, mert általuk képviselve van minden átadás, amely a belső szektorokra vonatkozik.

$$\dot{x} = \langle L \rangle^{-1} [K_{11}(x,s)x + K_{12}(x,s)s] \qquad (1)$$

Ahol: $\boldsymbol{x}\in\Re^n$, , $\mathbf{s}\in\Re^m$, $\mathbf{L} = \mathrm{diag}\{l_1, \dots, l_n\}$, l_i a főátlóban a belső szakaszok hossza ($\forall l_i>0$, i=1,2,…,n), $\mathbf{K}_{11}\in\Re^{nxn}$, $\mathbf{K}_{12}\in\Re^{nxm}$.

A hálózat működését a kapcsolati hipermátrix foglalja egy rendszerbe. A kapcsolati hipermátrix egyrészt megadja bármely szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal és milyen módon áll átadási és átvételi kapcsolatban, másrészt a kapcsolati mátrixot tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának a működését, az-az a teljes hálózat működését. Irányításunk szempontjából fontos függvény az $0\le u_{ij}(t)\le 1$ kapcsolási függvény, amely az egyes szakaszok átadásánál működő fiktív „forgalmi lámpák" hatását veszi figyelembe a folyamat optimálására. Elméletben az értéke az 1 vagy 0 értékeket veszi fel a lámpa állapota szerint. A modellben, a valós reakciókésedelem időt is figyelembe véve, *t*-szerint folytonosan differenciálható lámpa függvényeket alkalmazunk.
A tárgyalt modell a pozitív rendszerek osztályába tartozik, Luenberger (1979), Boothby, W.M. (1982), Bacciotti,A. (1983), Coxson, P.G. and Shapiro,H. (1987), Farina and Rinaldi (2000), Caccetta, L. and Rumchev, V.G. (2000) és ezt alkalmazzuk nagyméretű közúti közlekedési hálózatok modellezésére – pl. Győr Város Forgalmi Modell. A sebesség-sűrűség kapcsolatának leírására az irodalom számos függvénytípust ajánl fel, pl. Greenshields (1935) (lineáris), vagy a Greenberg (1959) (logaritmikus) forma. Ezek a függvények mérésekből adódó sztochasztikus kapcsolatok, amelyekben szereplő V_{Max}, és további konstansok nemlineáris regressziós módszerek eredményeként származtatott értékek. Egy szakaszon a korábban bevezetett x változó jelöli a járműsűrűséget és *v(x)* a szakaszon haladó járművek *x* értéktől függő várható átlagsebességét. A klasszikus irodalom nem foglalkozik a környezeti vektor megadásával egy szakaszon. A V_{Max}, illetve a függvény lefutásának változtatása, megfelelő környezeti paraméterezéssel további tényezők vizsgálatát is lehetővé teszi, így pl. időjárást, látási viszonyokat, út minőségét, út szélességét is. Tehát, a sebességet nem csak az *x* járműsűrűség determinálja, hanem a kapcsolati mátrixban fent említett, ***e*** környezeti paramétervektorral figyelembe vett különböző környezeti, szezonalitási, stb. tényezők is: $V=v(x,\underline{e})$. Az alábbiakban röviden tekintsünk egy, a gyakorlatban jól alkalmazható és általunk felírt $V=v(x,\underline{e})$ függvényt:

$$v(x,\underline{e}) = \frac{e_4 \cdot V_{Max}}{e_3 + e_2 \cdot \left(\dfrac{x}{1-x^{e_5}} \right)^{e_1}}$$

Ebben az esetben az **e** paramétervektor 5 paramétert tartalmaz: $\underline{\boldsymbol{e}}=[e_1, e_2, e_3, e_4, e_5]$, ahol, a paraméter vektor koordinátáinak a jelentése: e_1, *az* út minőségét, e_2 *az* út egyenes szakasztól történő eltérésért, a kanyarok fellépéstét, e_3 a csúszós út fellépését, e_4 a látási viszonyokat és e_5 az út szélességét veszi figyelembe, T. Péter, S. Fazekas (2014).

2.6. Az alkalmazott Mikroszkopikus IDM–modell feladatának meghatározása

Az Adaptive Cruise Control (ACC) olyan gépjárműforgalmi rendszer, amely lehetővé teszi a jármű számára, hogy a sebességet a környezethez igazítsa. Az Intelligens Driver Model (IDM) egy adaptív tempomat (ACC) modell, amelyet széles körben használnak a közlekedési kutatásokban a longitudinális mozgások modellezéshez. Treiber, Hennecke és a Helbing 2000-ben, a Drezdai Műszaki Egyetem közlekedési laboratóriuma dolgozta ki az Intelligens Vezető Modellt (IDM), amelyet a BMW autógyár használ.

Az IDM modellnek számos előnye van a többi ACC modellekkel szemben a kalibrálás és az intuitív paraméterek szempontjából, továbbá a modellezés végrehajtása is egyszerű szimulációt igényel. Ennek ellenére, hátrányai is vannak a jármű és a vezető megfelelő tulajdonságainak biztonsága tekintetében. Az IDM ütközésmentes modell, ezért kritikus baleseti helyzetben a kívánt minimális távolság már nem elegendő a vezető biztonságának garantálására és vészfékezés esetén hajlamos a tényleges jármű lassulás túllépésére.

Derbel, O.; Peter, T.; Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2012), Derbel, O.; Peter, T.; Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2013) munkáikban javaslatot dolgoztak ki az IDM modell pontosabb működésére és az IDM módosításaival foglalkoznak a gépjárművezető biztonsága és a jármű valós képességének figyelembe vételével. A módosítás alapján, a vezetőnek már figyelembe kell vennie az őt követő járművek viselkedését is és ez által, egy új módosított IDM modellt fejlesztettek ki és tesztelt le mikroszkopikus szimulátorral a húr-stabilizálás figyelembe vételével. Ez a módosított IDM modell már a valódi gépjármű-képességeket helyezte előtérbe. A módosított IDM modellt, amelyet ebben a munkában alkalmazunk az alábbi egyenlet szemléltet. Ennek részletes leírását a Derbel, O.; Peter, T.; Zebiri, H.; Mourllion, B.; Basset, M. (2012, 2013) munkák tartalmazzák.

$$\left\langle \underline{\underline{A}} \right\rangle^{-1} \ddot{x}(t) + \underline{\underline{V}}\,\underline{f_1}(\dot{x}(t)) + \underline{\underline{S}}\,\underline{f_2}(x(t)) = \underline{1}(t) + \underline{h}(t) \qquad (2)$$

$$\left\langle \underline{\underline{A}} \right\rangle^{-1} = \left\langle \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n} \right\rangle;$$

$$\underline{\underline{V}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{v_1^4} & \frac{h_1}{v_2^4} & & & \\ & \frac{1}{v_2^4} & \frac{h_2}{v_3^4} & & \\ & & \frac{1}{v_i^4} & \frac{h_i}{v_{i+1}^4} & \\ - & - & - & - & - \\ & & & & \frac{1}{v_n^4} \end{bmatrix};$$

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} s_1^2 & h_1 s_2^2 & & & \\ & s_2^2 & h_2 s_3^2 & & \\ & & s_i^2 & h_i s_{i+1}^2 & \\ - & - & - & - & - \\ & & & & s_n^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{h}(t) = \begin{bmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \\ \dots \\ h_n(t) \end{bmatrix}; \; h_i(t) = h f_i(t) \cdot \frac{a_{i+1}}{a_i}; \text{ (i=1,2, … ,n-1);}$$

$$h_n(t) = 0.$$

$s_i = s_{0i} = const.$, vagy: $s_i = s_i(\dot{x}_{i-1}, \dot{x}_i)$ (i=1,2,…,n).

$$\underline{f_1}(\dot{x}(t)) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1^4 \\ \dot{x}_2^4 \\ \dots \\ \dot{x}_n^4 \end{bmatrix}, \; \underline{f_2}(x(t)) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon_1^2 + (x_0 - x_1)^2} \\ \frac{1}{\varepsilon_2^2 + (x_1 - x_2)^2} \\ \dots \\ \frac{1}{\varepsilon_n^2 + (x_{n-1} - x_n)^2} \end{bmatrix},$$

$$\underline{1}(t) = \begin{bmatrix} 1(t) \\ 1(t) \\ \dots \\ 1(t) \end{bmatrix}$$

A (2) differenciálegyenlet-rendszerben az *i*-ik jármű pillanatnyi pozícióját írja le az $x_i(t)$ függvény. A modellben alkalmazott paraméterek és függvények az alábbiak:

a_i az i-ik jármű legnagyobb gyorsulása
v_i az i-ik jármű kívánt sebessége
s_i az i-ik jármű és az őt megelőző közötti előírt távolságkülönbség (i=1,2 ,... ,n)

2.7 Optimálás a Makroszintű folyamatoknál

A valós forgalmi helyzetnek megfelelően fut a nagyméretű hálózati program és ez adja a globális optimumokat a folyamatoknál az adott szubtartományon. **Ugyanakkor, a valós folyamat mikroszkopikus**. Ez tartalmazza a valós sebesség-sűrűség függvényeket, a disztribúciókat, a környezeti hatásokat, parkolók töltöttségének alakulását és a forgalomirányító lámák programjait is. Mindez kamerákkal is megfigyelhető és ezek a mért adatok szintén validálási lehetőséget is nyújtanak a valós helyzetek vizsgálatokhoz.

Összegezve, alapmodellezési koncepciónk, hogy mindenképpen szükséges, két párhuzamosan futó modell alkalmazása: egy makró optimum számító és egy mikró optimum számítási modell.

Munkánkban, az alábbiakat tartottuk szem előtt

Célszerű meghatározni az irányítási alapelveket.

1. Ha $\mathbf{P}_j$ egy különleges, megkülönböztetett jármű, akkor minden $\mathbf{P}_i$ mozgását az ő mozgásához kell igazítani.
2. Ha $\mathbf{P}_i$ –k között is vannak megkülönbözetett járművek, akkor két megkülönbözetett járműnél az elsőbbséget a forgalmi optimum alapján kell megállapitani.
3. A nem megkülönbözetett járművek között az elsőbbséget a forgalmi optimum alapján kell meghatározni a konfliktushelyzeteket okozó találkozásoknál.

- Minden Δt lépésköz után, újra értékelni és figyelni kell a konfliktus, ill. kvázi konfliktus helyeket és a várható bekövetkezési időpontokat.
- A Δt értékét megfelelően kicsinek kell megválasztani, hogy minden konfliktus - időpont elkülöníthető legyen.
- Definiálni kell az egyes sebességekhez tartozó kvázi konfliktus távolságokat és helyzeteket is.
- Meghatározott (definiált) konfliktusszám esetén, az egyes irányokban a mozgások leállíthatók, definiálandó időtartamokra.

Fentiek alapján a további vizsgálatoknál: (1) Síkbeli pont-szimulációkkal adott görbék, vagy sztochasztikus mozgásokra szimulálandó a probléma. (2) A Smart City –rész fotó vagy rajz alapján szimulálandó a nagyméretű hálózatokra kifejlesztett MAKRO- modellünkkel! A távok pontosíthatók és felírandó a kapcsolati mátrix a fontos hálózati elemek között.

2.8 Két szinten történő irányítás

Szubtartományon megvalósítja a globális, teljes hálózati folyamat-optimálást, amely „virtuális" az-az, nem kihelyezett „lforgalomirányító ámpákkal" irányítja a járműcsoportokat. Lehet kivetítve a „Piros" „zöld" jelzés a jármű displey-re, amely fizikai jelzés, ha ember vezeti a járművet, de párhuzamosan is megy a fedélzeti computerhez is a „Sop", „Start" jelzés, amelyet önvezetés esetén használunk!

I. Makroszkopikus hálózati forgalmi modell és optimális forgalmi folyamatirányítás. Célja, a legnagyobb forgalom lebonyolítása, ill., legnagyobb terhelés-csökkentés megvalósulása.

II. Mikroszkopikus irányítás.

1. A mikroszkopikus modell esetében pontos, ütközésmentes és irányított mozgások megvalósítása történik
2. Kitüntetett, megkülönböztetett járművek átvezetése, amely felülírja a makroszkopikus optimumot.
3. Biztosít olyan irányításban „zöld"jelzést is a makro optimummal szemben, ahol nincsen keresztező mozgás, felülírva a MAKROSZKOPIKUS optimumot is.
4. IDM irányítással kerüli el az ütközéseket.

A II. pontban foglaltakat valósítja meg az IDM irányítás

Az alábbi megfontolás szerint, egy t időpontban előre számítható, hogy a **P kereszteződésben a** $\mathbf{C}_1$ és $\mathbf{C}_2$ gépkocsik ütközni fognak, vagy az, hogy kvázi-konfliktus helyzet lép-e fel az irányítás nélkül. Ekkor, az IDM irányítás szerint $\mathbf{C}_1$ követi a $v_1(t)$ sebességű fiktív vezérjárművet, pontos IDM paraméterezés mellet és $\mathbf{C}_2$ követi a $v_2(t)$ sebességű fiktív vezérjárművet, amely lecsökkenti a sebességet, akár 0-ra is a **P** kereszteződés előtt, ezzel elkerülve a konfliktus helyzetet és az ütközés, vagy a kvázi-konfliktus helyzet IDM irányítással elkerülhető Természetesen a $\mathbf{C}_1$ és $\mathbf{C}_2$ gépkocsik IDM járműcsoportok első járművei is lehetnek és ekkor a lelassuló konvoly megvárja, amíg a másik elhalad.

2.9 Kapcsolatok rendszere

A fentiek alapján látható volt, hogy a H, egy diszjunkt szubtartományok uniójának halmaza és az ezen áthaladó egyes járművek útvonal tervvel - útvonal kóddal - rendelkeznek. Ezen belül a H_p, a H egy résztartománya, amelyet vizsgáltuk. Ez alapján egy H_p –n történő áthaladás kódja a teljes útvonalkód részkódja. Továbbá, a valós modellezésnél az adatokat elsődlegesen az egyedi járműmozgások, az-az a mikroszkopikus modell generálja. Ennek megfelelően, az általunk alkalmazott megközelítési mód az, hogy az összes jármű útvonal-kódja alapján meghatározzuk a szakaszokon a járműsűrűségeket és a járművek áramlásának irányában a szakaszok közötti disztribúciókat. Ehhez, az alábbi Mikro - Makro algoritmus megadása szükséges.

Figyelembe kell venni:
- a H_p –re belépő és onnan kilépő járműveket
- a t időpontokban, a szakaszon tartózkodó gépjárműveket
- a gépjárművek pozícióinak t időbeni változását

Végre kell hajtani a járműsűrűségek és disztribúciók számítását a t időpontokban. Ehhez, figyelembe kell venni minden, a H_p –re belépő Vh_i jármű útvonalkódját, amelyet a $\mathbf{K}_i$ vektor reprezentál (i=1,2,...,N) és t_i^0 a belépési időpont.

$$Vh_1[t_1^0,\mathbf{K}_1]$$
$$Vh_2[t_2^0,\mathbf{K}_2]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$Vh_n[t_n^0,\mathbf{K}_N]$$

További kérdés, a kezdeti állapot meghatározása. Lehet pl., egy kezdeti állapot az összes szakaszon a napszaknak megfelelő járműsűrűség alapján felvett pozíciókkal elhelyezett járművek összessége és az inputokon, a további jármű belépések a napszaknak és helynek megfelelő módon történnek generálással, v. pontos vizsgálatnál méréssel meghatározva. Ez alapján pedig a méréseknek megfelelő **s**(t) input jármű sűrűségek megadása történik. Szintén, a valós méréseknek megfelelően történik az útvonalkódok generálása is a járműveknél.
Kezdeti értékeknél egyszerűbb lehetőség, egy alkalmasan megválasztott kora reggeli időpontra helyezni a szimulációs modell kezdeni időpontját, amikor a H_p –belső tartománya még üres és a valós forgalom ily módon csupán az inputgenerálással fejlődik fel.

A fentiek alapján, a peremsűrűségek szimulálhatók, a belső sűrűségek pedig a Makro modell alapján számíthatók, a disztribúciók viszont az útvonalkódok alapján fognak kialakulni és ehhez számítandók a szakaszokon a sebességek.

A H_p –n optimálható a forgalmi folyamat, a Makro-modellszinten a virtuális forgalomirányító lámpa programok állításával, továbbá az, input-output mérleg optimálásával, lineáris Lyapunov függvény irányítás alapján.

Az egyes járműveknél az útvonal kódok alapján, a Makro-modellből, bármely trajektória mentén kiszámítható a v(t) sebesség és S(t) út-idő függvény.

Ez igen fontos eredmény, mert a trajektória mentén számított sebesség függvény határozza meg a vezérpont mozgását az ezt követő járművek esetében. Ez tehát az irányítójel, amelyet egy-egy jármű v. járműcsoport követ. A mozgást végrehajtó Mikro-modell a módosított IDM- modell, amelynek járművei előre és hátra is figyelnek, a h(t) távolság függvény tartásával. Az erre a feladatra kidolgozás alatt álló szimulátor a működése során, az inputokon belépő járműveket, Vh_i útvonal kóddal generálja, a napszaknak megfelelő **s**(t) input jármű sűrűség figyelembe vételével.
A modellezésnél a kezdeti disztribúciók a napszaknak megfelelőek. A továbbiakban viszont, folyamatosan az útvonalkódok veszik át a disztribúciók meghatározását. Ennek meghatározásakor, az egyes gépjárművek átmennek a H_p szubtartományon, az útvonalkód által definiált trajektórián, a „t”- szerint változó sebesség függvények szerint és a trajektória elem hosszakat figyelembe véve (amely elemek természetesen lehetnek görbedarabok is). Ennek során meghatározásra kerülnek minden gépjármű esetén, - amely áthalad a H_p szubtartományon - az áthaladáskor használt trajektóriához tartozó út-idő függvény. Ezeket lebontva minden útszakaszra (ill., trajektória elemre), folyamatosan számítható az ebben található gépkocsik száma, hossza és a szétosztási arányok, az-az a t-hez tartozó $\alpha_{i,j}(t)$ disztribúciók értékei is.

A fentiek alapján: A szubtartományok esetében, az inputokon és az outputokon, a kezdeti állapotban lévő járművek darabszámai és útvonal – kódja alapján, meghatározhatók az:

(1) $x_i(t)$ a szakaszokon a jármű sűrűségek
(2) $\alpha_{i,j}(t)$ a j-ik szakaszról az i-ik szakaszra vonatkozó disztribúciók

Az (1)-et figyelembe véve, az i-ik szakaszon fellépő $v_i(x_i(t))$ sebesség függvény is meghatározott a MAKRO modellel számára.
A (2) alapján a disztribúciók is rendelkezésre állnak a MAKRO – modellel számára. Ennek alapján, elindítható a MAKRO modellt alkalmazó számítás az optimáláshoz, az input –output mérés adatai alapján működő, valós idejű szimuláció biztosításával. Útvonal, trajektória mentén, az S(t) út-idő és v(t) sebesség-idő függvények által megadható az $x_0(t)$ vezérlő mozgás ill., az $x'_0(t)$ vezérlési sebesség és ez alapján alkalmazható az IDM- mikro modell.

Ugyanakkor, egy **prediktor-korrektor módszer** is javasolható még a disztribúciók számítására, amelyeknél figyelembe kell venni, hogy mikor érnek a járművek az egyes szakaszokra, az-az a trajektória elemekre.

(1) P**rediktor:** Először lefuttatjuk a Makro modellt (egy meghatározott valós időt alapul véve) az adott időszakban jellemző disztribúciók és perem járműsűrűségek figyelembe vételével.
- Ezen szakaszokon számolt sebességekből, minden trajektóriára előállítható a kétdimenziós (út-idő függő) sebesség felület és ezekből integrálegyenlet alapján számítható a trajektória menti út-idő függvény.
- Ennek alapján, a fent leírt módon már kiszámolhatók az aktuális disztribúciók, a peremeken az útvonalkódokkal megjelenő gépjárművek alapján meghatározott sűrűségeket figyelembe véve.

(2) **Korrektor:** Ezekkel a meghatározott disztribúciókkal újra számítható a Makro modell, amely a valós helyzet elemzésére alkalmas és az optimálásra is használható, továbbá megadhatók a vezérjelek is az átvezetésekhez.

Ezt követi az optimálás makroszinten, amelyet viszont átvesz a mikro modell. **A bemutatott módszer valós méréseket alkalmazó optimálásra is alkalmas, a fix kamerával történő disztribúciók és a peremsűrűség méréseinek alkalmazásával, továbbá támaszkodva az útvonal kódokra is és az ily módon támogatott modell prediktív optimális irányítás megvalósítására.**

3. ÖSSZEFOGLALÁS

1.) **A vizsgált közúti, ill. városi hálózati gráfot magában foglaló tartományt a valós idejű irányítás megvalósítása** érdekében több, alkalmas méretű felügyelt szubtartományra bontottuk és ez által, a hálózati gráfot az ezekben elhelyezkedő diszjunkt rész hálózati gráfokra osztottuk fel.
2.) **A *t* időpontban** a várható forgalom alapján **optimális útvonalajánlások történnek** az egyes gépjárművek számára, a több szektoron történő átvezetésre, **amelyet elfogadnak, vagy ha nem, akkor közlik a saját útvonalaikat**. Az

optimális útvonal-ajánló valamely applikáció alkalmazását tételezi fel. (Ez történhet az általunk fejlesztett eszközzel, vagy természetesen egy külső fejlesztés alkalmazásával is.)

A gépjárművek ajánlott, v. általuk közölt útvonalai alapján, minden *t* időpontban kiszámíthatók az egyes **szektoron** a járműsűrűség értékek és a disztribúciók! Tehát fontos, hogy **minden járműnél ismert a** szubtartományokban **végrehajtott mozgás útvonala**! **A járműsűrűség állapotjellemzők és a disztribúciós értékek időben folyamatosan változnak a már bent tartózkodó járművek mozgása, valamint az új járművek** szubtartományokban **történő belépései és a járművek** szubtartományokból **történő kilépései következtében**. A numerikus analízis alkalmasan megválasztott Δt lépésközönként történik.

3.) A fentiek alapján, minden t időpontban, a szektorfolyamatok leképezhetők/átvihetők egy nagyméretű **MAKROSZKOPIKUS hálózati folyamat-modellre**, amelynél az input forgalomi folyamatoknál az adott időszakban mért, vagy a várható forgalomi adatokat használjuk. A modell, a valós hálózatot, a forgalmi rendet, az infrastruktúrát, a forgalomirányító lámpákat vesz figyelembe és ezek alapján **optimális irányítást hajt végre** a forgalmi folyamatokra, amelynek célja esetünkben, a legkisebb akadályozással történő **legnagyobb átbocsájtás**.

Az MPC irányítás a szűkített hálózati forgalmi modellt alkalmazza, *Péter T, and Bokor J (2011, 2010.1, 2010.2,), Péter T (2012),* amely egy tartományban elhelyezkedő „n" szektorból álló ***x*** állapotvektorral jellemzett belső hálózati elemet tartalmaz. A modellhez „m" darab külső szektorok is tartozik, amelyek közvetlen kapcsolatokkal rendelkeznek valamely belső szektorral, ill., szektorokkal. Ez utóbbiak ***s*** állapotvektorát mérés alapján ismertnek tekintjük.

A gyakorlatban fellépő késleltetések, amelyek nagy részben a reakció időből (*észlelés, döntés, cselekvés:* 0,6…0,7 s időtartam) és működtetésétől a hatás kialakulásáig eltelt időből (*értéke:* 0,15…0,3 s) származtatható időveszteségek **figyelembe vétele, a valóságot pontosabban leíró matematikai modellt eredményeznek.**
Ez esetben feltesszük, hogy az S(x) és E(x) belső automatizmusok *x* szerint, az $u_{i,j}(t)$ forgalomirányítási lámpa függvények pedig *t* szerint folytonosan differenciálható függvények. Ez a modellezésnél különösebb megszorítás nélkül teljesíthető. Hasonlóan, folytonosan differenciálhatóvá tehető az $u_{i,j}(t)$ lámpajel is az értelmezési tartományában, ha minden t_0 szakadási pont ε_t sugarú környezetében, ahol 1-ről 0-ra, illetve 0-ról 1-re történő értékváltozás lép fel. Ezáltal, folytonos dinamikus közlekedési modellt alkalmazunk és a gyakorlatban előforduló lassító, ill. reakció késedelem idő jelenséget is figyelembe vesszük a modellnél. *S* függvénynél esetében, lassító jelenség lép fel, mivel óvatossá válnak a vezetők, amikor azt észlelik, hogy már nagyon tele van az a szakasz, amelyre éppen át akarnak hajtani. *E* függvénynél ugyan nincs késleltetés, de mivel egy szakasz kiürülése (amely egy időtartományon az utolsó jármű kilépése során valósul meg) időben folytonos járműsűrűség függvényt határoz meg ezen a szakaszon, ezért nincs ellentmondás az *E*-re is alkalmazott fenti modell-paradigma esetében. Forgalomirányítólámpák esetében a reakció késedelem jelenség két módon lép fel. Egyrészt, a járművek nem indulnak el azonnal, amikor zöldre vált a lámpa, másrészt a valóságban a kereszteződésben előfordul, hogy a sárgára (ill., a pirosra) váltáskor szabálytalan „járműátfutás" történik. Ezeket a gyakorlatban valóban fellépő jelenségeket az átbocsátásnál a folytonosan differenciálható lámpajel alkalmazásával lehet figyelembe venni.

A modell prediktív irányítás, egy alkalmasan megválasztott ΔT>Δt lépésköz alkalmazásával történik, ahol Δt a szimulációs lépésköz. Ez alapján, minden k*ΔT időpontban, a valós forgalmi helyzet alapján, feltöltött **MARROSZKOPIKUS hálózati folyamat-modellt** az elkövetkezendő ΔT időszakra meghatározza az optimális irányítást. Ez által, meghatározza az egyes szakaszokon követendő sebességeket, a lehetséges, a „virtuális lámpákkal" determinált áthaladási irányokat és a szükséges „Stopokkal" is.
4.) A **MIKRO - modell,** az-az a valós forgalmi folyamatok a fentiek alapján már irányíthatók az optimális **MARROSZKOPIKUS** modellből kinyert és éppen aktuális vezér-sebességekkel a [k ΔT, (k+1) ΔT) időtartományban. A szakaszok közötti átmeneteket nem irányítjuk, mert ezek az útvonaltervben már adottak. Ha viszont a lámpa miatt nem lehet egyik szakaszról a másikra átmenni, akkor a vezér sebesség zérus lesz, az-az Stop-utasítást kap a jármű. E mellet a modell a kisebb időléptékek mentén szervezi az IDM csoportokat is. A modellben további lehetőség a konfliktuskezelés, egyrészt a követésnél az IDM modell alkalmazásával. Továbbá az optimálásra, makroszkopikus modellt alkalmazva, a belső fiktív lámpa-vezérlések miatt, a kereszteződésekben sincs konfliktus. Nagy forgalom esetén fontos ez a módszer! Ha kevés a jármű, akkor az alárendelt irányoknál lehet stop-ot adni és ezt a modellben külön kell vizsgálni!

Köszönetnyilvánítás
A kutatást támogattta a **TUDFO/47138-1/2019-ITM** azonosítószámú "Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program – Digitális ipari technológiák kutatása a Széchenyi István Egyetemen" Projekt.

IRODALOMJEGYZÉK

Bacciotti, A. (1983) On the positive orthant controllability of two-dimensional bilinear sys-tems, Sys. Control Lett., 3: 53-55, 1983.

Boothby, W.M. (1982) Somé comments on positive orthant controllability of bilinear systems, SIAM J. Control Optim., 20: 634-644, 1982.

Caccetta, L. and Rumchev, V.G. (2000) A survey of reachability and controllability for positive linear systems,' Annals of Operations Research, vol. 98, pp 101-122, 2000Farina, L. and Rinaldi, S. (2000) *Positive Linear Systems Theory and Applications.* John Wiley &; Sons, Inc.

Coxson, P.G. and Shapiro, H. (1987) Positive input reachability and controllability of positive systems, Linear Algebra and its Applications 94 (1987) 35-53.

O. Derbel, T. Peter, H. Zebiri, B. Mourllion and M. Basset (2012) Modified Intelligent Driver Model, Peridoica Polytechnica-Transportation Engineering 40/2 (2012) 53–60. doi: 10.3311/pp.tr.2012-2.02 web: http://www.pp.bme.hu/ tr ISSN 1587-3811 (online version); ISSN 0303-7800 (paper version)

O. Derbel, T. Peter, H. Zebiri, B. Mourllion and M. Basset (2013) Modified Intelligent Driver Model for driver safety and traffic stability improvement, 7.IFAC Symposium Tokyo 2013 szept. 4-7. http://www.sice.or.jp/IFAC-AAC2013/details.html Organized by: International Federation of Automatic Control,Technical Committee on Automotive Control (IFAC-TC7.1) pp, 734-739 132-ik anyag. Doi: SaB2.3

Derbel, O., Péter, T., Mourllion B., & Basset M. (2017), Generalized Velocity–Density Model based on microscopic traffic simulation, Transport, DOI: 10.3846/16484142.2017.1292950 To link to this article: http://dx.doi.org/10.3846/16484142.2017.1292950 ISSN: 1648-4142 (Print) 1648-3480 (Online) Journal homepage: http://www.tandfonline.com/loi/tran20

Farina and Rinaldi (2000) Farina, L., Rinaldi, S.: Positive linear systems: Theory and applications. New York: Wiley, 2000.

Greenberg (1959) Greenberg, H.: "An Analysis of Traffic Flow", Operations Research, Vol.7, pp.79-85, 1959.

Greenshields (1935) Greenshields, B.D.: A study of traffic capacity. Proceedings of the highway Research Board, Proc. Vol. 14. pp. 448-477. 1934.

Luenberger (1979) Introduction to Dynamics Systems, Wiley, New York, 1979

Péter T. and Bokor J. (2010.1) Péter T. and Bokor J. Research for the modelling and control of traffic, FISITA World Automotive Congress, Budapest, 30 May - 4 June 2010. Book of abstracts, pp. 66-73. In: Scientific Society for Mechanical Engineering, (ISBN:978-963-9058-28-6)

Péter T. and Bokor J. (2010.2) Péter and Bokor (2010.2): Péter, T., and Bokor, J. Modeling road traffic networks for control. Annual international conference on network technologies & communications: NTC 2010. Thaiföld, 2010.11.30-2010.11.30. *pp. 18-22. Paper 21.* (ISBN:978-981-08-7654-8)

Péter T. and Bokor J. (2011) Péter and Bokor (2011): T. Peter, J. and Bokor: New road traffic networks models for control, *GSTF International Journal on Computing*, vol. 1, Number 2. pp. 227 -232. DOI: 10.5176_2010-2283_1.2.65 February 2011

Péter, T. (2012.) Modeling nonlinear road traffic networks for junction control, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS), 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 723-732. DOI: 10.2478/v1006-012-0054-1

Péter, T., Szabó, K. (2012) A new network model for the analysis of air traffic networks. In: Peridoica Polytechnica-Transportation Engineering 40/1 (2012) 39–44. doi: 10.3311/pp.tr.2012-1.07 web: http://www.pp.bme.hu/ tr ISSN 1587-3811 (online version); ISSN 0303-7800 (paper version)

T. Péter, S. Fazekas (2014) Determination of vehicle density of inputs and outputs and model validation for the analysis of network traffic processes, Periodica Polytechnica, Transportation Engineering Vol. 42.. No 1. 2014. pp. 53-61.

Treiber, M.; Hennecke, A.; Helbing, D. (2000a). Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations, *Physical Review E* 62(2): 1805–1824. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.62.1805

Treiber, M.; Hennecke, A.; Helbing, D. (2000b). Microscopic simulation of congested traffic, in D. Helbing, H. J. Herrmann, M. Schreckenberg, D. E. Wolf (Eds.). Traffic and Granular Flow’99: Social, Traffic, and GranularDynamics,365–376.. https://doi.org/10.1007/978-3-642-59751-0_36