

## A repülőtéri menetrendek eltéréseinek statisztikai vizsgálata

Károly Bianka\*, Sági Balázs\*\*  
Török Ádám\*\*\*

Magyar Mérnökakadémia, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar,  
Műegyetem ekp. 3. Budapest, H-1111  
\* e-mail: karoly.bianka@mail.bme.hu)  
\*\* e-mail: saghi.balazs@mail.bme.hu  
\*\*\* e-mail: torok.adam@mail.bme.hu

**Absztrakt:** A repülőtéren rendelkezésre álló résidő, azaz az érkezési és indulási slotok kiosztása szigorú szabályok alapján történik. A résidőkiosztás azonban nem hatékony, felesleges korlátozásokat és egyenetlen forgalom kialakulást eredményez. Meglátásunk szerint a valós forgalmi adatok eltérése nem a tervezett eltéréseket követik, ennek okán statisztikai vizsgálatokat folytattunk le, az eltérések természetének vizsgálata céljából.

### 1. BEVEZETÉS

A repülőtéri menetrend tervezésénél, a résidők kiosztásánál a meghirdetett felszállási illetve leszállási időknél tervezetten – 5, illetve + 10 perces eltérést engednek meg. Jelen kutatásunkban statisztikai elemzést végzünk a valós, repülőtéren számszerűsíthető menettrendtől való eltérés természetének vizsgálatára. Feltevésünk, hogy az eltérések normál eloszlást követnek. (Kling et. al., 2017) (Madácsi, 2015) Vizsgálatunk eredményei a repülőtérek forgalmi előrejelzés modelleinek pontosításához és a késések eloszlásának vizsgálatához szolgálhat bemenő adatként.

Cikkünk az alábbi részekből áll: a 2. fejezet a vizsgálat statisztika-elméleti háttérét mutatja be. A 3. fejezet a vizsgált repülőtér forgalmáról ad áttekintést valamint egy választott nap forgalmi adatain elvégzett vizsgálat eredményei kerülnek bemutatásra. Végül az ötödik fejezetben a kapott eredmények alapján a megállapítások fogalmazódnak meg.

### 2. A KÖVETÉSI IDŐKÖZÖK LEÍRÓ STATISZTIKAI ELEMZÉSÉNEK MÓDSZERTAN

A vizsgálatunkat a Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér egy nyári átlagos napjának forgalmi adataira folytattuk le.

A vizsgálatunk elemi eseménye a tényleges és a tervezett felszállási, illetve leszállási idők különbsége, amely értékre késésként hivatkozunk:

$$t_{késés} = T_{valós}^{indulás} - T_{tervezett}^{indulás} \quad (1)$$

$$t_{késés} = T_{valós}^{érkezés} - T_{tervezett}^{érkezés} \quad (2)$$

Fontos megjegyezni, hogy abban az esetben, ha a légi jármű a tervezett érkezésnél korábban száll fel vagy érkezik meg a

vizsgált repülőtérre az elemzés kontextusában a fenti érték negatív értéket is felvehet. Az ilyen eseteket negatív késésként határoztuk meg. A vizsgált elemi események diszkrét eloszlású valószínűségi változónak tekinthetők (Duaa, Hanbong, Sang, 2018).

#### 2.1 Leíró statisztikai vizsgálat

A rendelkezésre álló adatokon első lépésként leíró statisztikai vizsgálatot hajtottunk végre, melyek során az alábbi mutatószámok kerültek vizsgálat alá:

##### Terjedelem

A szóródás terjedelme a statisztikai sor legnagyobb és legkisebb eleme közötti különbség. Megmutatja, hogy a középérték milyen alsó és felső határérték között helyezkedik el.

$$l = x_{max} - x_{min} \quad (3)$$

##### Medián

A medián (Me) meghatározása szerint a nagysága szerint sorba rendezett értékek közül a középső érték. Vagyis az az érték, amelynél kisebb, illetve nagyobb értékek gyakorisága megegyező. Meghatározásának feltétele, hogy létezzen legalább ordinális skála. Ekkor rangsoroljuk az adatokat:

$$x_1^* \leq x_2^* \leq \dots \leq x_n^*$$

A medián értéke:

$$Me = x_{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor}^* \quad (4)$$

Páros elemszám esetén a medián a két középső elem számtani közepe:

$$Me = \frac{1}{2} \left( x_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}^* + x_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}^* \right) \quad (5)$$

Jól jellemzi a vizsgált sokaságot, mivel nem érzékenyek a kiugró értékekre.

#### Módusz

Folytonos ismérvtérlet esetén a módusz (Mo) a gyakorisági görbe maximumhelye értéket jelöli. A módusz nem mindig határozható meg egyértelműen, sőt nem is mindig létezik.

#### Szórás

A szórás a sokasági értékek és a számtani átlag különbségeinek négyzetösszegét számoljuk. A négyzetre emeléssel a szélsőséges értékek abszolút értelemben vett nagyságát jobban hangsúlyozzuk. A négyzetgyökvonással az összehasonlíthatóság érdekében az eredeti mértékegységhez térünk vissza.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (6)$$

#### Az eloszlások alakjának vizsgálata

Annak érdekében, hogy jellemezni lehessen, az eloszlások milyen méretekben és milyen tekintetben térnek el a statisztikában egyik legjelentősebb eloszlástól, a normális eloszlás görbájátől, alakmutatók értékeinek vizsgálatára is sor került. A csúcsosság (kurtosis) az adatsor alakját vertikálisan leíró mutatószám.

Számítása:

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad (7)$$

ahol:

- n a vizsgált minta nagyság
- x a követési időköz

A ferdeségi mutató (skewness) az asszimmetria egyik mérőszáma. Értéke mínusz és plusz tartományban mozoghat. Szimmetrikus eloszlásról 0 érték esetén beszélhetünk. Számítása:

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3 \quad (8)$$

ahol:

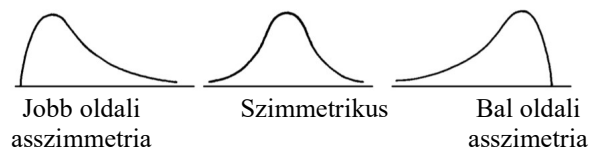
- n a vizsgált minta nagysága
- x a követési időköz

Az eloszlások szimmetria vizsgálatának másik eszköze a  $\bar{x}$ , Mo és a Me értékek egymáshoz képesti elhelyezkedésének megfigyelése, mivel a három alapvető középérték nagyságrendje jellemzi a ferdeséget is. Szimmetrikus eloszlások esetén a három érték megegyezik, míg aszimmetrikus eloszlások esetén pedig a módusz a két szélső érték közül az egyikhez közelebb esik. Bal oldali asszimmetria esetén:

$$Mo > Me > \bar{x} \quad (9)$$

Jobb oldali asszimmetria esetén:

$$Mo < Me < \bar{x} \quad (10)$$



1. ábra Szimmetrikus és asszimmetrikus eloszlások sűrűségfüggvénye

A kapott értékek tisztításához az extrém értékeket hagytuk el, mert ezek az értékek kiugró, torzító hatásúak. A kiugró értékek a minta olyan értékei, amelyek a többihez képest túl kicsik, vagy túl nagyok, azaz az alábbiak valamelyike igaz:

$$x_i < Q_1 - 1,5IQR \quad (11)$$

$$x_i > Q_3 + 1,5IQR \quad (12)$$

A 3IQ-nál távolabb eső értékek az úgynevezett extrémek, jelölésük: \*

$$x_i < Q_1 - 3IQR \quad (13)$$

$$x_i > Q_3 + 3IQR \quad (14)$$

Az elemzés egyik legfőbb haszna, hogy felárja ezen extrém értékeket, melyeket hibás adatoknak véltünk és ezektől az értékektől megtisztítottuk az adatsorokat. Az így rendelkezésre álló tisztított adatsoron megismételtük a

statisztikai vizsgálatot és a továbbiakban ezen tisztított adatok kerültek vizsgálat alá (Magyar, Nagy, 2006).

## 2.2 Normalitás vizsgálat grafikus elemzéssel

Feltételezésünk szerint a hibás adatoktól mentes adatsorok normális eloszlást követnek, melynek függvénye:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (15)$$

ahol:

m tetszőleges valós,  $\sigma$  pedig pozitív valós szám

Annak igazolására, hogy a vizsgált adatsorok normális eloszlást követnek-e grafikus elemzést folytattunk le. A grafikus elemzésekről általánosságban elmondható, hogy a vizsgálat eredményeként előálló ábrák alakja, elrendezése alapján lehet dönteni arról, hogy induló feltevésünket fenntartjuk vagy elvetjük. Számos grafikus elemzés közül, az eloszlásvizsgálatra és kiemelten a normalitásra irányuló Q-Q (quantile-quantile) vizsgálat került alkalmazásra.

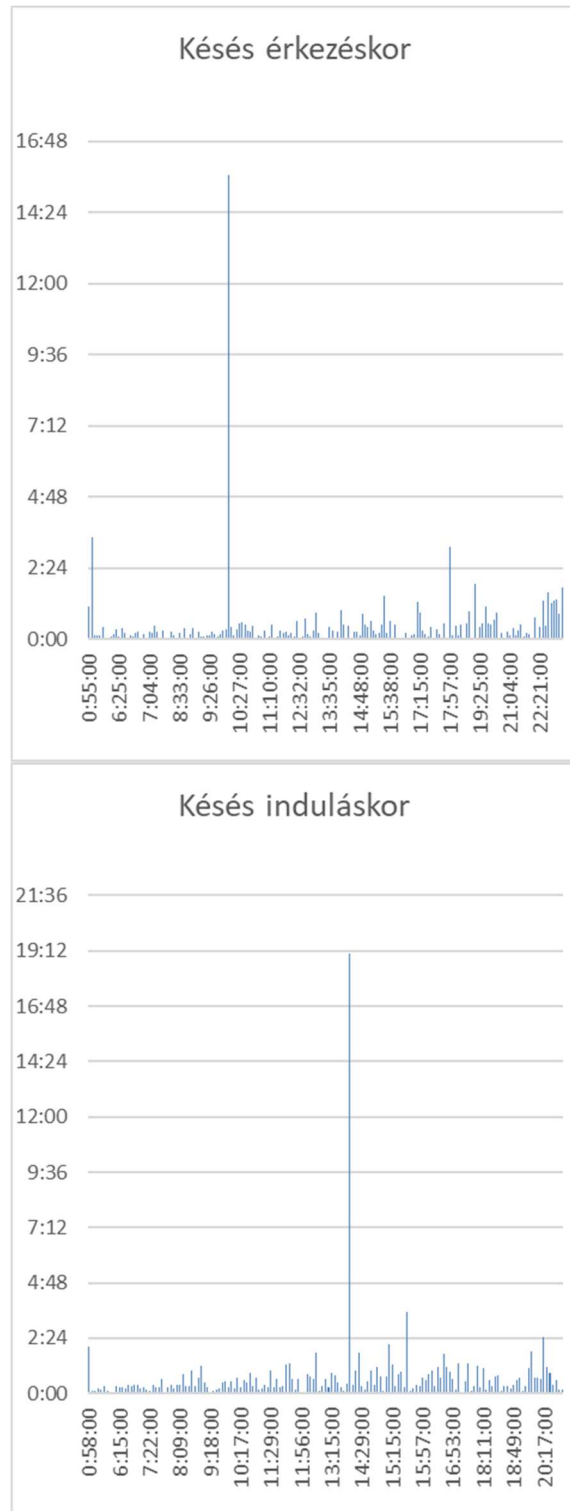
A Q-Q teszt alap gondolata az, hogy alapadatokat standardizáljuk, majd elkészítjük empirikus eloszlásfüggvényüket. Ezt követően az eloszlásfüggvény értékei a normális eloszlásfüggvény inverze szerint kerülnek transzformálásra. Ha az eredeti eloszlás valóban normális volt, akkor a kiinduló adatok és az oda-vissza transzformált értékek megegyeznek. Azaz, ha ezek mindegyikét egy-egy pont két koordinátájának tekintjük, akkor az így kapott pontok egy egyenesen helyezkednek el.

Ha a változó csak közelítőleg normális eloszlású, akkor a pontok egy origón átmenő 45 fokos egyenes körül szóródnak. Az így készített pontdiagram kedvező esetben egy 45 fokos egyenest rajzol ki vagy közelít meg. A tesztelés szubjektív, hiszen a döntés a hipotézis elfogadásáról vagy elutasításáról az ábra alapján a vizsgáló dönt (Asghar, Saleh, 2012), (Clay, 2015)

## 3. A REPÜLŐTÉREN JELENTKEZŐ KÉSÉSEK STATISZTIKAI ELEMZÉSE

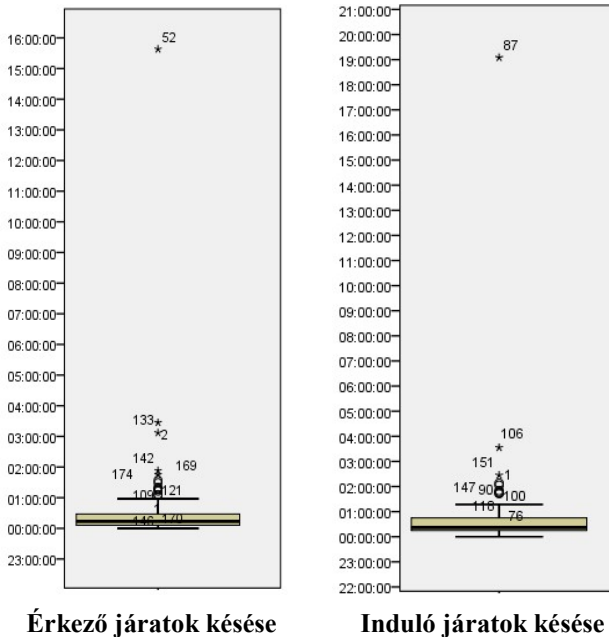
A választott napon összesen 354 légi jármű mozgás, azaz felszállás vagy leszállás történt. Ezeket külön-külön mozgások szerint, azaz érkezésre és indulásra bontva, valamint azokat egy statisztikai mintaként is tekintettbe vettük.

A 2. ábrán a tervezett érkezési és indulási késések kerültek ábrázolásra, melyen a szélsőértékek könnyen azonosíthatók.



2. ábra A tervezett és a valós időkülönbsége

Az ábrán különös esetek figyelhetők meg: egyes járatok jelentősen kimagaslanak a többi járat ideje közül. Ezek a járatok feltehetőleg a megelőző napon érkeztek, illetve indultak volna, azonban ezek a késés következtében a következő napra, a vizsgált napra tolódott. Mivel ezek atipikus esetek, ezért az ilyen adatokat kiszűrtük. A további tisztítandó adat feltárása érdekében lefolytatott box-plot elemzés eredményét a 3. ábra prezentálja.



3. ábra Boks-plot grafikonok eredménye

Az 1. táblázat rögzíti a box-plot elemzés eredményeként feltárt extrém értékek kiszűrését követően elvégzett leíró statisztikai vizsgálatok eredményeit.

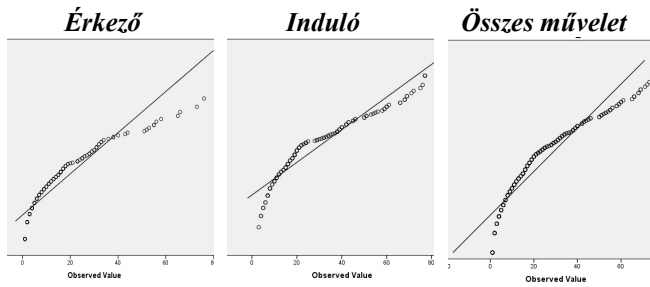
1. táblázat Leíró statisztikai elemzés

	Érkező járatok késése	Induló járatok késése	Összes járat késése
Várható érték	0:17:10	0:29:14	0:22:53
Standard hiba	0:01:14	0:01:39	0:01:04
Medián	0:13:00	0:21:00	0:17:00
Módusz	0:04:00	0:19:00	0:16:00
Szórás	0:15:45	0:19:51	0:18:46
Minta varianciája	0:00:10	0:00:16	5:52:34
Csúcsosság	2.27	-0.28	0.59
Tartomány	1:15:00	1:14:00	1:16:00
Minimum	0:01:00	0:03:00	0:01:00
Maximum	1:16:00	1:17:00	1:17:00
Összeg	22:21:00	23:08:00	21:29:00
Darabszám	162	146	308

A 2. táblázat  $\bar{x}$ ,  $M_o$  és  $M_e$  viszonyát, valamint a ferdeség mérőszámát összegezi. Ezen értékek a normál elosztástól eltérő, jobboldali asszimetriára utalnak. Ezek közül is, az érkező járatoknál a módusz és a medián közötti nagyságrendi különbség (1. táblázat) állapítható meg. Ennek ténye valamint a nagyobb pozitív ferdeségi érték (2. táblázat) az érkezés nagyobb fokú ferdeségére utal az indulóhoz képest. A csúcsossági mutató az indulás esetén negatív értékű, azaz a normális eloszlásnál laposabb eloszlást jelez.

2. táblázat Szimmetria, asszimetria vizsgálat

	Érkező járatok késése	Induló járatok késése	Összes járat késése
$\bar{x}$ , $M_o$ , $M_e$ viszonya	$M_o \ll M_e < \bar{x}$	$M_o < M_e < \bar{x}$	$M_o < M_e < \bar{x}$
Ferdeség	1.514941722	0.852309348	1.141178



4. ábra Normalitásvizsgálata Q-Q ábrával

A 4. ábra a normalitás valószínűségi diagramját mutatja. Ebből arra következtethetünk, hogy a normalitás nem teljesül, mivel az összehasonlított két adatsort reprezentáló 45 fokos szögű egyenes és a Q-Q görbe nem esik egybe.

#### 4. KÖVETKEZTETÉSEK

A normalitási feltevés akkor igazolódik be, ha pontok nem térnek el az egyenestől, ami esetünkben nem teljesül. Mivel a 4. ábra pontjai nem illeszkednek jól a hozzájuk tartozó egyenesre, ezért döntésünk a Q-Q elemzés alapján az, hogy a becslések tükrében a késések nem követnek normális eloszlást.

#### HIVATKOZÁSOK

- Asgar G., Saleh Z. (2012): *Normality Tests for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians* Int J Endocrinol Metab. Spring; 10(2):486–489.doi: 10.5812/ijem.3505
- Clay F. (2015). *Understanding Q-Q Plots*  
URL: <https://data.library.virginia.edu/understanding-q-q-plots/>
- Magyar I., Nagy Z. (2006): *Közlekedéssziszatika*, egyetemi jegyzet
- Duaa S., Hanbong L., Sang W. Y. (2018): *Minimizing airline and passenger delay cost in airport surface and terminal airspace operations*. Journal of Air Transport Management, 73:120  
DOI: 10.1016/j.jairtraman.2018.07.001
- Kling F., Somosi V., Pokorádi L., Rohács D. (2017): *Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér légitársaság forgalmának elemzése* Markov-folyamatokkal, Repüléstudományi Közlemények 29(3):115-126
- Madácsi R. (2015): *Data science technikák alkalmazása a futópálya-hatékonyság növelésében* Repüléstudományi közlemények 27(3):159-170