

A közúti és gyalogos hálózati forgalom komplex modellezése és analízise

Péter Tamás*, Csiszár Csaba**

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék*
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedésüzemi és Közlekedésgazdasági Tanszék**,
(e-mail: peter.tamas@mail.bme.hu; csiszar.csaba@mail.bme.hu <csiszar.csaba@mail.bme.hu>)

Absztrakt: A járműforgalmi hálózati modellfejlesztéseinkre támaszkodva, további egzakt hálózati matematikai modell hozható létre, a hálózatok uniója alapján. A kitüntetett hálózat a járműforgalmi hálózat, amely esetünkben magába integrálja a közösségi közlekedés hálózatát is. Jelen munkákban a közúti és a gyalogos hálózat unióját hozzuk létre.

Kulcsszavak: Közúti járműforgalom, gyalogos közlekedés, utazói döntések, hálózati modellek uniója, vegyes trajektóriákon történő mozgások, együttes sebességfolyamatok analízise, optimális irányítások tervezése

1. Bevezetés

Az egyesített hálózati gráfot mindkét típusú forgalom esetén vizsgáljuk, de újdonsága miatt, kiemelten érdekes a megközelítés, a gyalogos forgalom szempontjából! A gyalogos gráfot a járműforgalmi hálózati modellfejlesztéseinknek megfelelően, szintén szektorokra bontjuk, amelyen további beosztási pontokat hoznak létre a közösségi viszonylatok utasforgalmi létesítményei és a gépjármű hálózattal történő metszési pontok, ill. taxi és car-sharing állomások.

A gépjármű és a közösségi közlekedési hálózat használata a nagyméretű makroszkopikus modell működése, ill. törvényszerűsége szerinti történik. A gyalogos közlekedés ezt "futószalag szerűen" használja, az egyesített modellben.

A járműforgalmi hálózati modell egyrészt, bizonyos szintig autonóm dinamikus makroszkopikus rendszerek a nagy hálózatban, a rájuk érvényes saját sebesség-sűrűség, irányítási, stb. törvények alapján. Ugyanakkor, a gyalogos rendszerrel történő integrálása a működésében új dinamikák és feltételek belépését is eredményezi. Pl., csúcs időszakokban megváltozik a közösségi közlekedés járműveinek megállókban eltöltött időtartama és a járművek dinamikája.

A gyalogos közlekedési hálózati modell több speciális tulajdonsággal is rendelkezik. A gyalogosoknál, a saját útvonalukon történő haladásuknál viszonylag ritkán érvényesülnek a sebesség-sűrűség függvények törvényszerűségei, de torlódási pontoknál ezt is figyelembe kell venni. Általános esetben, sebességük inkább átlagokkal írható le, ill. valószínűségi változóknak tekinthető.

A kifejlesztett hálózati modell alapján meghatározhatók az optimális útvonalak, trajektóiak. Ez átvihető a most tárgyalt komplex hálózati modellre is.

2. A járműforgalmi hálózati modellfejlesztéseinknél alkalmazott módszer

A hagyományos módszeren alapuló forgalmi szimulációk: I. utazás-felvételi, vagy II. klasszikus forgalomszámlálási módszerekből indulnak ki.

I. Esetben forgalomkeltés és forgalomszétosztás esetéről beszélhetünk legtöbbször, amelyet honnan-hová mátrixok formájában is ki tudunk fejezni. Ez a felmérési módszer igen alapos körültekintést igényel, hiszen reprezentatívnak kell lennie, ugyanakkor a reprezentativitásnak megfelelő számú felmérés elvégzése rendkívül költséges lehet, ezért általában csak valamilyen előre meghatározott szisztéma szerint elvégzett mintavételezésről beszélhetünk csupán. A városi körzetek modellezése során számos modell ismerünk (Lill-féle utazástörvény, Stouffer-féle hipotézis, Detroit módszer, Fratar módszer, Furness módszer, Voorhees modell, Alkalom-modell /Intervening Opportunities Model/, Versengő lehetőségek modellje /Competing Opportunities Model/, Többszörös regressziós modell, Utazási költségmodell, Elektrosztatikus modell, egyéb szintetikus modellek), amelyek nehezen vagy egyáltalán nem mérhető növekedési tényezőkkel, indexekkel, empirikus kitevőkkel, stb. operálnak. A modellezés bemenő paraméterei tehát sok esetben csak mértékadónak tekinthetők, így természetesen a szimuláció produktuma is csak az ennek megfelelő szignifikanciával vehető figyelembe.

II. A második típusú modellek csomóponti, illetve keresztmetszeti forgalomszámlálásokon alapulnak, amelyek jól definiált, ütügyi szabványban is rögzített módszerek alkalmaznak és a közlekedés tervezése során is általánosan elfogadottnak tekinthetők. A forgalom számlálása járműfajta szerint történik, amelyeket egységjárműben

kifejezve szorzótényezőkkel súlyoznak. A forgalomszámlálás különböző napszakokban, szezonálisan végzendő és eredményeként napi gépjárműforgalom, mértékadó óraforgalom (MOF), nappali és éjszakai forgalom számítható. Az ilyen jellegű forgalomszámlálásokkal operáló szimulációs szoftverek előnye az, hogy az elfogadható biztonsággal megállapított bemeneti értékekhez a szakma számára jól értelmezhető, megfelelő minőségű eredmények párosulhatnak. A forgalomszámlálásokat alkalmazó rendszerek hátránya ugyanakkor az, hogy a forgalomnagyság, az átlagsebesség és a járműsűrűség közötti összefüggések nem adnak egyértelmű hozzárendelést; így pl. egy adott forgalomnagysághoz több átlagsebesség érték is tartozik. A rendszer tehát határozatlanságokat hordoz magában, ami abból adódik, hogy a hagyományos keresztmetszeti vagy csomóponti forgalomszámlálás módja információ veszteséggel jár.

2.1 Motivációk

A kifejlesztett új megközelítést, több olyan alapkérdés motiválta, amelyeket a jelenlegi modellezési technikákban elhanyagolnak, viszont a gazdaságilag jelentős problémákra választ kereső nagyméretű ITS - hálózati modellek alkalmazásakor már nem hanyagolhatunk el és nem kerülhetünk meg. Ez a motiváció igen fontos a kutatás szempontjából, mert új irányt szab a közlekedés, mint kiemelt iparágakhoz kapcsolódó célzott alap kutatások folytatása területén.

Rá kell mutatnunk arra, hogy a hagyományos modellezési szemlélet alkalmazása igen sok megválaszolatlan kérdést vet fel és állandóan méretproblémákkal küzd. Természetesen, maga a feladat is igen összetett: a közlekedési hálózat rendkívül bonyolult, belső automatizmusok, humán tényezők, sokféle szabály, geometriai, adat, szezonáltság, stb. jellemzi. Minden részhálózat más, sokféle az egyedi szabály, ennek kapcsán, bármely részhálózat önmagában vizsgálva, csak egy nagyon kis rész az egészből és minden esetben csak a nagy hálózatból kivett példa lehet! A modellezéskor az egyik legnagyobb kihívást a különböző helyváltoztatási módok egymáshoz illesztése, a mód- és eszközváltási pontok folyamatainak leképezése jelenti.

Ezen a területen a hagyományos modellezés technikában eddig fel nem vetett kérdés, hogy lehet-e ezekből - a példákban - következtetni az egészre, a teljesre? Ha megoldjuk egy résznek az optimalizálását, nincs válasz arra, hogy mi van a komplementerrel, nem tudjuk, hogy nem toltuk-e át oda a problémát? Ha csupán szoftveresen algoritmizált modelleket alkalmazunk, ezek nem alkalmasak arra, hogy szélesebb körű egzakt matematikai következtetéseket, ill. eredmények adjanak! A nagyméretű globális hálózat nem állandó anyagáramú tiszta Euler hálózat, amely további új irányt szab a kutatásoknak. Hagyományos modelleknél probléma a parkolók szerepe is a modellekben Sándor, Zs. and Csiszár, Cs. (2015), mivel más típusú szereplők, mint az útszakaszok, u.n. idegen elemek.

A közlekedési folyamatok komplexitása magas szintű automatizáltságot és intelligens közlekedési rendszerek (ITS) alkalmazását követeli meg, melynek közös alapjai a közlekedési modellek. Számos közismert modell létezik. Természetesen minden modellnek vannak előnyei és hátrányai a performancia, adatigény és pontosság tekintetében. Az új járműforgalmi hálózati modellünk makroszkopikus, és térkép-gráf invariáns, speciális hipermátrix struktúrával írható le Péter, T. (2012). A modell fő erőssége a rendkívül bonyolult hálózat uniformizálása és a számítási gyorsaság. Ennek köszönhetően a hálózatok valós idejű szabályozására alkalmazható és különösen a nagyméretű hálózatok modellezésére alkalmas.

A kutatásaink az egyes esetekben külön-külön is vizsgálják a közlekedési folyamatokat a trajektóriák mentén T. Peter, and M. Basset (2009) és a tartományokon is (pl. a környezeti kihívásokat mindkét esetben). Forgalmal utak mentén fellépő környezetterhelésre, gyorsított számítási-előrejelzési módszereket dolgoztunk ki és vizsgáljuk az ehhez is kapcsolható ITS irányítást, amelynél IDM csoportok optimális átvezetésének hatékonyságát elemezzük O. Derbel, T. Péter, H. Zebiri, B. Mourllion and M. Basset (2012) és Derbel, Peter, Zebiri, Mourllion and Basset (2013). A környezetterhelés optimalizálása Lyapunov-függvény alkalmazásával tartomány szinten történik. Ez utóbbinál megvalósítható automatikus irányítás elvezet a kooperatív ökoszisztémát ötvöző, integrált közlekedés és szállítás-irányításhoz.

A torlódásokkal kapcsolatos problémák megoldására, gyakran hasznos figyelembe venni az aszimmetrikus forgalmi terhelések fellépést is, amikor a kapacitásnövelés állapotfüggő optimális irányítással valósítható meg. Ezt is figyelembe vesszük a kutatásainkban, különböző területeken MPC elvet alkalmazva, pl. a változtatható irányú sávok működtetésével, Zsuzsanna Bede, Tamás Péter and Ferenc Szauter (2013), Bede, Zs. and Péter, T. (2011.2), Peter, T. Fülep, T. and Bede, Zs. (2011).

2.2 Az alkalmazott új modellparadigmák

1. A közúti járművek forgalmi folyamatát egy új pulzáló irányított gráf határozza meg. Az úthálózat-térképen látható út-sávokat szektorokra bontjuk. A teljes úthálózaton létrejövő közlekedési folyamat, a szektorok, mint hálózati elemek sokasága között fellépő dinamikus kooperációk eredménye. **A főszereplők a kooperáló szektorok és ők az új gráf csúcsai!** Ezek a csúcsok egyúttal állapotjellemzőkkel, dinamikus járműsűrűségekkel is rendelkeznek. A csúcsok közötti élek szintén dinamikusak. Ők egyszerre szabályozzák az anyagátadás, jármű-átadás sebességét és mennyiségét is. A dinamikus éleknél az anyagáram-sebesség a kooperáló csúcsok állapotaitól, az őket körülvevő (segítő/akadályozó) környezettől és időtől is függenek. A dinamikus éleknél az anyagátadás-mennyiségét környezettől és időtől függő disztribúciók szabályozzák.

2. A járműsűrűség állapotjellemző definiálására a szektorok térbeli lefedettségét használjuk, az matematikailag egzakt fogalom és bármilyen hosszúságú szektor esetében $[0,1]$ intervallumban helyezkedik el. A definíció kiterjeszhető bármilyen alakú parkolóra is. Ennek eredményeként a parkolók, mint általánosított szektorok vesznek részt a járműforgalmi folyamatok egységes dinamikus modelljében. Ők ugyanolyan állapotjellemzővel és anyagátadás-kooperációval bíró dinamikus elemek, mint a hagyományos szektorok. Nagyon fontos következmény: **a bonyolult, nagyméretű közúti hálózatok egységes dinamikus modelljét sikerült egyféle elemek sokaságából felépíteni!**

3. A vizsgált tartományában elhelyezkedő valós közlekedési hálózati rendszert egy virtuális zárt görbével határoljuk körül. (A tartomány nem feltétlenül egyszerűen összefüggő). A virtuális zárt görbe megnevezés a modellezés igen fontos tulajdonságát emeli ki! Ily módon, **a körülhatárolás következtében, nem szűnik meg az a dinamikus kapcsolatrendszer, amely a külső és belső hálózatok között, a vizsgálatunktól függetlenül létezik.** A modellben ez azt jelenti, hogy az input szektorok és belső szektorok között, valamint az output szektorok és belső szektorok között ugyanazon típusú dinamikus átadási kapcsolatok valósulnak meg, mint a belső-belső, v. külső-külső szektorok között.

Tehát, az u.n. „kapuknál” nem forgalom megadása történik, mint a hagyományos modelleknél.

4. A belső és külső hálózat szektorai között négyféle kapcsolata van. A teljes hálózat esetében alapvető fontossággal bír a hálózatot definiáló kapcsolati hipermátrix. A teljes (belső és külső) hálózat dinamikus működését a kapcsolati hipermátrix foglalja egy rendszerbe. A kapcsolati hipermátrix megadja bármely szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal áll és milyen dinamikus átadási kapcsolatban. A kapcsolati hipermátrixot tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának a működését, azaz a teljes hálózat működését. Peter, T. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS), (2012).

5. A belső és külső hálózat járműforgalmi folyamatait egyszerre leíró univerzális hálózati modellt írunk fel. Módszerünk lényege, hogy egyszerre vizsgálunk egy tetszőleges belső hálózati szektor összes dinamikus átadási kapcsolatát és egy tetszőleges külső hálózati szektor összes dinamikus átadási kapcsolatát. Az univerzális hálózati modell nemlineáris pozitív differenciálegyenlet-rendszer.

6. Globális hálózati modellhez jutottunk el oly módon, hogy az univerzális hálózati modell belső hálózatát tartalmazó tartományát addig növeljük, amíg a külső tartomány üres halmazzá nem válik. Ezzel ekvivalens, ha a külső hálózatot tartalmazó tartományát addig növeljük, amíg a belső tartomány üres halmazzá nem válik.

7. A szűkített hálózati modell esetében, a belső hálózati tartományban n db. x_1, x_2, \dots, x_n , sűrűségű állapotjellemzővel rendelkező szektor van. A külső tartomány, azt az m db. s_1, s_2, \dots, s_m , mért sűrűséggel rendelkező szektort foglalja magában, amelyeknek közvetlen input vagy output átadási

kapcsolata van valamely belső szektorral. Ez utóbbi modellt alkalmazzuk pl. valós idejű modellezésre és irányításra. Az **Univerzális és Globális modellek** általános rendszerelméleti tulajdonságok vizsgálatára és megismerésére szolgálnak.

2.3 Az Univerzális járműforgalmi hálózat matematikai modellje

Makroszkopikus modellünk, (amely a nagyméretű közúti hálózatokon a közlekedési folyamatokat írja le) a pozitív nemlineáris rendszerek osztályába tartozik. A modell alkalmas nagyméretű közúti közlekedési hálózatok szimulációs tesztjére, tervezésére és a forgalmi rendszerek szabályozására Peter, T. Bokor, J. and Strobl, A (2013).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle L \rangle^{-1} \\ \langle P \rangle^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{11}(x, s) & K_{12}(x, s) \\ K_{21}(x, s) & K_{22}(x, s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix} \quad (1)$$

Ahol:

$x \in \mathfrak{R}^n$ a belső szektorok állapotjellemző vektora,

$s \in \mathfrak{R}^m$ a külső szektorok állapotjellemző vektora,

$\dot{x} \in \mathfrak{R}^n$ a belső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

$\dot{s} \in \mathfrak{R}^m$ a külső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

$\langle L \rangle$ a belső szektorok és $\langle P \rangle$ a külső szektorok hosszát tartalmazó diagonális mátrixok:

$$\langle L \rangle = \langle l_1, l_2, \dots, l_n \rangle, \quad \langle P \rangle = \langle p_1, p_2, \dots, p_m \rangle$$

A K kapcsolati hipermátrix részmatricái:

$$K_{11} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, K_{12} \in \mathfrak{R}^{n \times m}, K_{21} \in \mathfrak{R}^{m \times n}, K_{22} \in \mathfrak{R}^{m \times m} \text{ és } x \in \mathfrak{R}^n, s \in \mathfrak{R}^m.$$

Továbbá ezekben a mátrixokban a k_{ij} kapcsolati függvények alkalmazásával vesszük figyelembe az α_{ij} disztribúciót, a β_{ij} kapcsolatot akadályozó, vagy segítő tényezőt, a kapcsolatot γ_{ij} intenzitását és a kapcsolatot engedélyező, vagy megszüntető $u_{ij}(t)$ forgalomirányítási lámpajelet, ahol α_{ij} , β_{ij} , γ_{ij} és $u_{ij}(t)$ dimenzió nélküli értékek.

A k_{ij} elvben az alábbi négy tényező szorzata:

$$k_{ij} = \alpha_{ij} \beta_{ij} \gamma_{ij} u_{ij}(t)$$

oly módon, hogy ha a $(j \text{ @ } i)$ kapcsolatnál valamelyik tényező nem játszik szeretet (pl. nincs lámpa, nincs szétosztás, stb.) akkor ott ez a tényező értelemszerűen azonosan egyenő 1-el. Az alkalmazott modelltől függ, hogy α_{ij} , β_{ij} , γ_{ij} konstansok, vagy időtől függő, állapottól függő, ill. időtől és állapottól függő függvények.

Az S és E a $(j \text{ @ } i)$ kapcsolatnál fellépő belső tiltó automatizmus függvények (szintén dimenzió nélküli értékek), V_{ij} átdási sebesség, amely t időpillanatban a csatlakozó szakaszok állapotától és az i, j szakasznál rendre \underline{e}_i , és \underline{e}_j környezeti paramétervektoroktól függ.

$V_{ij} = V_{ij}(x_i(t), x_j(t), \underline{e}_i, \underline{e}_j)$ és V_{ij} dimenziója [m/s]. Ez alapján, a K_{11} kapcsolati mátrix elemei szintén [m/s] dimenziójú sebességek:

$$v_{ij} = k_{ij} S(x_i(t)) V_{ij}(x_i(t), x_j(t), \underline{e}_i, \underline{e}_j) E(x_j(t))$$

Néhány kissé részletesebb, a kooperálással és a modellel kapcsolatos további megjegyzés.

A fenti, igen tömör módon felírt összefüggésnél a k_{ij} jelentése tehát sokféle:

Lehet külön-külön α_{ij} , β_{ij} , γ_{ij} , $u_{ij}(t)$, vagy ha pl. egyszerre van jelen elosztás és zavarás, (vagy rásegítés) és forgalmi lámpa is, akkor az előbbieket szorzata, pl.: $k_{ij}(t) = \alpha_{ij} \beta_{ij}$ ill., $k_{ij}(t) = \beta_{ij} \gamma_{ij} u_{ij}(t)$.

Ezek az alábbi tulajdonságokkal bírnak:

- Ha a j -ik szakasz több i szakaszra dolgozik, akkor az egyes i szakaszoknál $0 < \alpha_{ij} < 1$ disztribúciót (elosztási arányt, rátát) alkalmazunk és a hipermátrix j -oszlopában $\sum_{ij} \alpha_{ij} = 1$ teljesül. (Mivel j dolgozhat külső szakaszokra is.)
- Ha a kapcsolatot zavarják, pl. keresztező járművek, gyalogosok vagy baleset, akkor $0 < \beta_{ij} < 1$ zavarási tényező értéket vesz fel.
- Ha a kapcsolatot segítik, pl. másik irányt keresztező járművek vagy rendőr, akkor $1 < \beta_{ij}$ rásegítési tényező értéket vesz fel.
- Ha egyszerre van jelen elosztás és zavarás, (vagy rásegítés) akkor $\alpha_{ij} \beta_{ij}$ szorzat lép fel.
- Az α_{ij} és β_{ij} rövid időtartamra általában konstans értékek. α_{ij} általános esetben időtől függő $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(t)$, vagy időtől és állapottól függő $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(\underline{x}(t), t)$ függvény. β_{ij} általános esetben szintén időtől függő $\beta_{ij} = \beta_{ij}(t)$, vagy időtől és állapottól függ $\beta_{ij} = \beta_{ij}(\underline{x}(t), t)$.
- A parkoló és útszakasz, valamint párhuzamos sávok kapcsolatát $\gamma_{ij} = \gamma_{ij}(t)$, intenzitás függvényvel adjuk meg, $0 \leq \gamma_{ij}(t)$.
- $0 \leq u_{ij}(t) \leq 1$ kapcsolási függvény, az egyes szakaszok átadásánál működő forgalmi lámpák hatását veszi figyelembe. Elméletben az értéke az 1 vagy 0 értékeket veszi fel a lámpa állapota szerint. Később a modellben, a valós reakciókésedelem időt is figyelembe véve, t -szerint folytonosan differenciálható lámpa függvényeket alkalmazunk.

A kapcsolati mátrix v_{ij} kapcsolati függvényénél figyelembe kell venni minden, a forgalmi rend kialakításánál meghatározott, különböző módon szabályozott kapcsolati jellemzőt pl. jelzőlámpát $u_{ij}(t)$ függvényvel, lámpa nélküli útszakaszok kapcsolatait, parkoló és útszakaszok kapcsolatát,

párhuzamos útszakaszok kapcsolatát stb. Ezen kívül, figyelembe kell venni azt is, hogy a forgalom létrejöttékor fellépnek belső szabályozási automatizmusok is! A modell, a járműsűrűségtől függő belső szabályozásokat vesz figyelembe az $S(x_i(t))$ és $E(x_j(t))$ függvényekkel. A szakaszok állapotjellemzőitől, pillanatnyi kapcsolatuktól és környezeti jellemzőktől függ a v_{ij} átdási sebesség függvény. Látható tehát, hogy $v_{ij} - t$ valóban sok tényező határozza meg.

A modellünkben $0 \leq x_i(t) \leq 1$ normált járműsűrűség állapotjellemzőt használunk ($i=1, \dots, n$). Ez alkalmazható a parkolók esetében is, mivel a már tárgyaltak szerint a parkolók is általánosított szakaszok a modellben.

Az $S(x)$ automatikus belső önszabályozási függvény 1 vagy 0 értékeket vesz fel. Kapcsolat engedélyezése történik, ha egy felvevő szakasz x sűrűsége kisebb, mint 1, egyébként tiltása.

$$S(x) = \begin{cases} 0 & 1 \leq x \\ 1 & x < 1 \end{cases}$$

Az $E(x)$ automatikus belső önszabályozási függvény 1 vagy 0 értékeket vesz fel. Kapcsolat tiltása történik, ha egy átdadó szakasz x sűrűsége kisebb, vagy egyenlő, mint 0, egyébként engedélyezése.

$$E(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \end{cases}$$

Ezek biztosítják a modellben azt, hogy nem veszünk el járművet onnan ahol nincs (sűrűség nem lép negatív tartományba) és nem adunk át oda, ahol a sűrűség már elérte az 1-et.

A $V_{ij}(x_i(t), x_j(t), \underline{e}_i, \underline{e}_j)$, röviden V_{ij} a j -ik szakasról i -ik szakaszra történő áthaladás sebessége, amely a modellben figyelembeveszi a csatlakozó szakaszok sűrűségeit és az \underline{e}_i , \underline{e}_j környezeti paramétervektorokat.

A K_{11} és K_{22} fődiagonálisában 0 vagy negatív értékek lépnek fel, minden más elemük nemnegatív értéket vesz fel. A K_{12} és K_{21} minden eleme nemnegatív értéket vesz fel. Tehát ezek a mátrixok Metzler matrixok, következésképpen az általuk meghatározott teljes kapcsolati rendszert leíró K kapcsolati hipermátrix is Metzler matrix.

Makroszkopikus modellünk, a nagyméretű közúti hálózatokon a közlekedési folyamatok modellezése a pozitív nemlineáris rendszerek osztályába tartozik.

A vizsgált közúti közlekedési folyamatok többségében az állapotok eredeti fizikai jelentése alapján megfelelnek ennek. A klasszikus irodalomban a közúti folyamatok leírása során a legtöbb esetben általános lineáris rendszer egyenleteket állítanak fel és nem használják ki a folyamat pozitív tulajdonságait. A pozitív rendszerek irányíthatóságának és a megfigyelhetőségének a feltételei nem vezethetők le egyértelműen az általános rendszereknél megismert módszerekből. A probléma különösen igaz, ha nemcsak az

állapotokra, de még a beavatkozó jelre is nem negatív értékkészletet követelünk meg. Ezért, a közúti folyamatok tisztán pozitív rendszerként történő leírása az irányítástechnikai szempontból nem triviális feladat. Az irányítási feladat ebben az esetben azt jelenti, hogy úgy kell egy állapotból egy másik állapotba irányítani a rendszert, hogy az állapotátmenet közben is érvényes, hogy nem negatív értékeket vehetnek fel az állapotok, Luenberger (1979), Caccetta and Rumchev, (2000), Farina, L. and Rinaldi, S, (2000).

2.4 A szűkített járműforgalomi hálózat matematikai modellje

A cikkünkben, a továbbiakban szűkített hálózati modell kerül alkalmazásra, amely egy tetszőleges „G” zárt görbével körülhatárolt n szektorból álló belső hálózatból és m db. s_1, s_2, \dots, s_m , sűrűségű külső szektorokból áll, amelyek közvetlen kapcsolatokkal rendelkeznek valamely belső szektorral és ez utóbbiak állapotát mérés alapján ismertnek tekintjük. Ezt a modellt alkalmazzuk a szoftveres vizsgálatoknál is. Ennél a modellnél a kapcsolati hipermátrixot alkotó mátrixok közül, csak a K_{11} és K_{12} mátrixok játszanak szerepet, mert általuk képviselve van minden átadás, amely a belső szektorokra vonatkozik. (A külső-külső kapcsolatok azok, amelyeket ekkor nem vizsgáljuk). A modell differenciálegyenlet-rendszere az alábbi:

$$\dot{x} = \langle L \rangle^{-1} [K_{11}(x, s)x + K_{12}(x, s)s] \quad (2)$$

Ahol: $x \in \mathfrak{R}^n, \forall x_i \in [0, 1], (i=1, 2, \dots, n), \dot{x} \in \mathfrak{R}^n, s \in \mathfrak{R}^m, \forall s_i \in [0, 1], (i=1, 2, \dots, m), L = \text{diag}\{l_1, \dots, l_n\}, l_i$ a főátlóban a belső szakaszok hossza ($\forall l_i > 0, i=1, 2, \dots, n$), $K_{11} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, K_{12} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$.

A hálózat működését a K_{11} és K_{12} kapcsolati mátrixok foglalják egy rendszerbe. A kapcsolati mátrixok egyrészt megadják minden szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal állnak kapcsolatban, másrészt a kapcsolati mátrixokat tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának a dinamikus működését, azaz a szűkített hálózat működését.

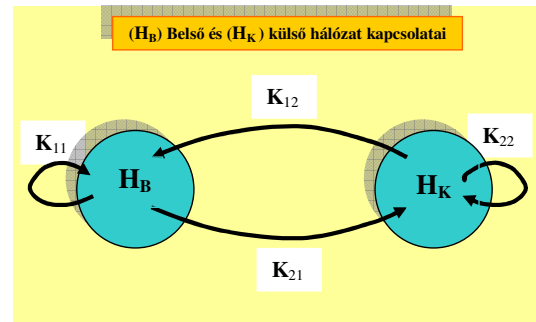
3. A kidolgozott járműforgalomi hálózati modell validálása több területen is megtörtént

Az első modell-validálás Budapesten történt, Bede, Zs. and Péter, T. (2010), Bede, Zs. and Péter, T. (2011.1). A lámpás keresztezéseknél aktuális lámpa-beállítási adatok mellett és a helyszínen elvégzett forgalomszámlálási adatok alapján. A vizsgált útvonal, a különböző szimulációs időpontokban bejárásra került GPS készülékkel felszerelt gépjárművekkel valódi sebességprofil mérésekkel. A szimuláció során nyert sebesség-idő diagramok összehasonlításával a nagyszámú méréssel, nemparaméteres statisztikai analízissel, u.n. homogenitás vizsgálattal megállapítást nyert, hogy a sebességprofiloknál a mért és szimulációval kapott két-két minta-halmaz 95% -os szinten homogénnek tekinthető.

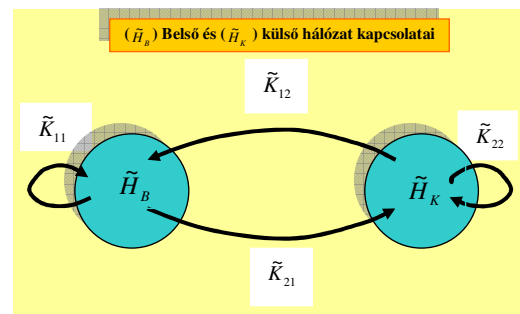
A modell validálása során, így megállapítható volt az alkalmazhatóságával kapcsolatban, hogy a modell lehetővé teszi olyan egyedi sebességfolyamatok kinyerését, amelyek a valóságnak megfelelnek.

Egy másik modell validálása Győr városmag esetében, az alábbiak szerint történt. A modellünk az egyik legnagyobb forgalmat lebonyolító út, a Szent István út (1. sz. főút) és környéke területét foglalta magában. A hálózatot jellemző fő adatok: 228 db útszakasz, 9 jelzőlámpával irányított csomópont, 38 egyéb csomópont, 18 input szakasz és 15 output szakasz. A forgalmat irányító jelzőlámpák fázisterveit a Magyar Közút Zrt. Győri Igazgatósága és Győr város Önkormányzata bocsátotta a rendelkezésünkre. A modell adatoknál támaszkodtunk a város által 2012. évben elvégzett keresztmetszeti forgalommérésekre. A modellünk esetében, 63 keresztmetszeti mérési adatot vettünk figyelembe a vizsgálatoknál és a validálásnál. A szimuláció 24h-s időtartamra vonatkozó futtatási ideje 2 perc 14 másodperc. A validálást követően a mért és modell alapján számított, óránkénti keresztmetszeti forgalom közötti korrelációs együttható $r_{xy}=0.9925$ értéket adott, amely a gyakorlatban már 100%-os korrelációnak tekinthető. Peter, T. Fazekas S. (2014).

4. A járműforgalomi és a gyalogos közlekedés hálózati modellek uniója



1. ábra: közúti közlekedés esetén, a belső és külső hálózatok kapcsolatai

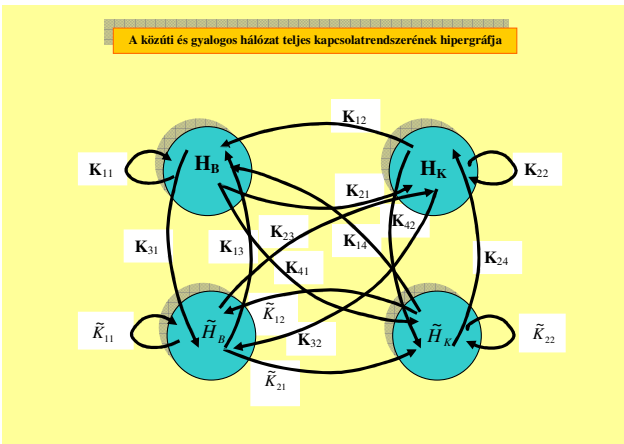


2. ábra: gyalogos közlekedés esetén, a belső és külső hálózatok kapcsolatai

Az általunk kidolgozott és eddig alkalmazott közúti közlekedés forgalmi modell elsősorban a járműfolyamatokat vizsgálta. Ez a modell egy tetszőleges hálózati kiterjedéssel bíró makroszkopikus modell.

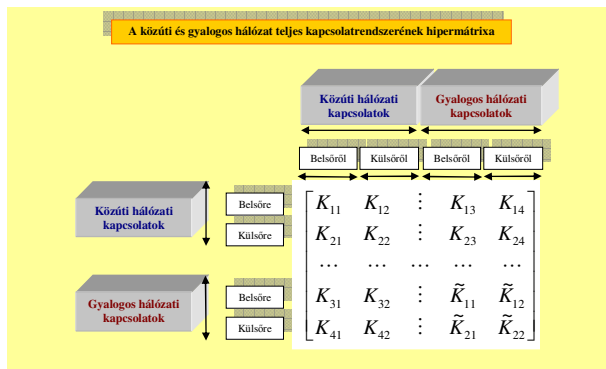
Bemutatjuk, hogy a modell megfelelő megfontolásokkal kiterjeszthető a gyalogos közlekedés hálózati modellezésére is és a hálózaton közlekedő gyalogosok mozgásának, sebességfolyamatainak analizésére is.

Mindenképpen kiemelendő, hogy, bár szerkezeti felépítésükben azonos a gyalogosforgalmi hálózati modell és a közúti közlekedés forgalmi modell, de önmagukban e két modell diszjunkt hálózatot alkotnak.



3. ábra: közúti és gyalogos közlekedés hiper-hálózati teljes kapcsolatrendszer

A járműforgalom és a gyalogos közlekedés hálózati modellek uniójának teljes kapcsolatrendszerét leíró kapcsolati hipermátrix az alábbi:



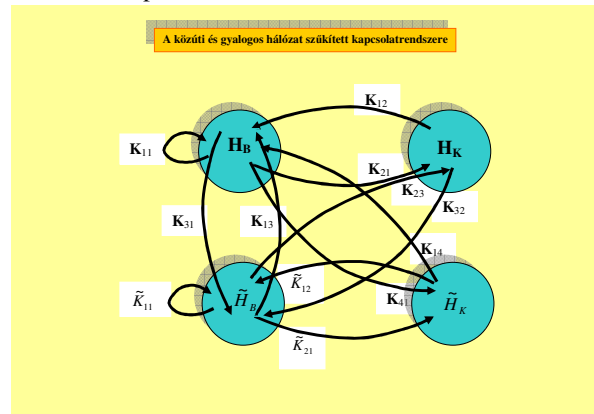
4. ábra: közúti és gyalogos közlekedés teljes kapcsolatrendszerét leíró hipermátrix

A két hálózat uniójánál, a matematikai modellezésnél az alábbi hipermátrixot alkalmazzuk a differenciálegyenlet-rendszerben:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{23} & K_{24} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{31} & K_{32} & \dots & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ K_{41} & K_{42} & \dots & \tilde{K}_{21} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

A modellezés során egy zárt tartományt vizsgálunk (un. szűkített modellt alkalmazunk) és a peremeken megjelenő forgalmat mérési eredmények alapján vesszük figyelembe, ezért az összes külső-külső, kapcsolatokat, pl. K_{22} , \tilde{K}_{22} nem kell vizsgálnunk.

A két modell egyesítése azt eredményezi, hogy a két hálózat egymással is szoros dinamikus kapcsolatokat alakít ki és a meglévők kiegészülnek új kereszt belső-belső, külső-belső és belső-külső kapcsolatokkal



5. ábra: közúti és gyalogos közlekedés hiper-hálózat szűkített kapcsolatrendszer

A járműforgalom és a gyalogos közlekedés hálózati modellek uniójának szűkített kapcsolatrendszerét leíró kapcsolati hipermátrix az alábbi:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & 0 & \dots & K_{23} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{31} & K_{32} & \dots & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ K_{41} & 0 & \dots & \tilde{K}_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

4.1 Néhány megjegyzés, a hálózati modellek uniójával kapcsolatban

1. Matematikailag zárt az egyesítés művelete, mert ugyanazt a makroszkopikus megközelítést alkalmazzuk a

gyalogos forgalomra, mint a közúti járműforgalomra. Mindkét dinamikus hálózat matematikai modellje a pozitív nemlineáris rendszer-osztályba tartozó Euler-modell. (Ezt a rendszer-osztály tulajdonságot az új hálózat bármely részhálózatának uniója is megőrzi.)

További általánosítás, hogy lehetséges a több, fizikailag különböző, - de a fentiek szerint matematikailag azonos hálózati modell uniója is. Mivel ezek diszjunktak, elvégezhetjük az alaphálózatok bővítését praktikus sorozatszerűen is, és a mindenkori alaphálózatot a bővítettre cseréljük.

A modell konstrukciójának szerkezeti felépítése az alábbi: az új kapcsolati hipermátrix fődiagonálisának bal felső sarkában az alaphálózat és a jobb alsó sarkában a hozzáadott hálózatot reprezentáló szub mátrix helyezkedik el (mindkettő teljes belső-belső, input és output kapcsolataikkal). Az új kapcsolati hipermátrix mellé-diagonálisának jobb felső sarkában, az új hálózatból az alaphálózat felé irányuló rászállítási kapcsolatok beírása történik. A bal alsó sarkában pedig, az alaphálózatból, az új hálózat felé irányuló rászállítási kapcsolatok beírása történik.

Tehát, matematikailag/technikailag a bővítés mindig a mellék-diagonális kitöltését jelenti, amely a két hálózat között fellépő kapcsolatrendszer veszi figyelembe.

Azokat a változásokat, hogy a közúti modell jellemzői, milyen módosításokkal vihetők át ezekre az új hálózatrészekre, a kapcsolati mátrixok elemeinél kell megadni, ill., definiálni.

A közforgalmú közlekedési hálózattal kapcsolatos unió az autóbusz-trolibusz közlekedés esetén egyszerűbben kezelhető, mint a gyalogos hálózattal és a kerékpáros hálózattal kapcsolatos unió. Jól kezelhető a villamos, metró, hév és a vasút makroszkopikus áramlásnak modellezése is, az anyagáram állomásonkénti, menetrend-szerű megállításával, a közlekedés jelzőlámpás irányításának módozatával. A modell validálását sebességfolyamatok, ill., eljutási idők vizsgálatával lehet elvégezni.

Az állóforgalmi hálózati elemek definiálva vannak az eredeti közforgalmú közlekedési hálózati modellben, - ezt szintén használni lehet a több modellnél is.

2. Ugyanakkor, az uniónak fontos sajátossága, hogy az fizikailag két különböző hálózat dinamikus kapcsolata/kooperációja útján jött létre.

Megállapíthatjuk továbbá, hogy az egyes hálózatok megőrzik a belső autonómításukat, ugyanakkor magas szintű kooperációban állnak egymással.

3. A gyalogos forgalmi hálózatnak két fajta peremkapcsolata van, egyrészt a **külső gyalogos hálózati** kapcsolatokból származó inputok és outputok, másrészt az unió által, a **közúti hálózati** elemkapcsolatokból származó inputok és outputok.

A modellezésnél alapvetően a közterületeken érdemes maradni. Az egyes gyalogos szakaszok inputjait praktikus célszerű egyesíteni, pl. olyan esetekben, amikor ugyanarra a gyalogos szakaszra több különböző lakásból, vagy a tartományon kívüli szakaszról lépnek gyalogosok, - mivel ők

együtt növelik a továbbiakban az adott gyalogos szakasz sűrűségét.

4. A közúti hálózat input, output kapcsolatai nem változnak az unió által, ők változatlanul járműfogalmi áramlatot kapnak és adnak át. **A járműfogalmi hálózatnál viszont jelentősen befolyásolhatja az időkésedelmet** a gyalogos sűrűség \underline{x} állapotjellemző vektora, amely a gyalogos átkelőhelyeknél, továbbá a közösségi járműveknél a le és felszállóhelyeknél eltöltött időtartamoknál jelentkezik és amelyeket a $\beta_{ii}(\underline{x})$ gyalogos állapotfüggő akadályozó tényezők vesznek figyelembe a modellben. Az egyes túlterhelési esetekben a járművek megváltozott gyorsítási képességei miatt fellépő sebességcsökkenések a sebesség-sűrűség törvényénél lépnek fel, az ott szintén megjelenő gyalogos állapotjellemző vektor figyelembe vételével $V(\underline{x}, \underline{x}, \underline{e})$.

A járműfogalmi modellbe be van építve és figyelembe veszi a szakaszok közötti átadás akadályozását. Bármely két szakasz közötti átadásnál figyelembe tudja venni azt, hogy ott nincs kijelölt gyalogátkelőhely, kijelölt gyalogátkelőhely van jelzőlámpás irányítás nélkül, ill., kijelölt gyalogátkelőhely jelzőlámpás irányítással működik Földes, D. and Csiszár, Cs. (2015).

A megállóhelyi időtartamok több tényezőztől is függenek, pl. a menetrend, az utas szám nagysága markánsan hat Sándor, Zs. and Csiszár, Cs. (2013). A modellezésnél meg kell különböztetni, a közforgalmú közlekedési hálózat modellezését és a dedikált úthálózaton közlekedő autóbusz-trolibusz közlekedés modellezését, de ezek jól kezelhetők együtt. Ez utóbbiaknál, az utasforgalmat is figyelembe vevő sebesség-sűrűség függvényeket és a menetrendet is figyelembe vevő lámpaprogramokat kell alkalmazni. Anyagáram és sebességfolyamat analízisének tudjuk kezelni, a villamos, metró, hév és a vasút makroszkopikus áramlásnak modellezését is, ahol már döntően a lámpa programok beállítását kell megfelelően alkalmazni.

5. Mindkét hálózat közös tulajdonsága, hogy, minden elágazásnál (állapot és időtől függő) **anyagáram disztribúció jön létre.** Ez a tulajdonság kamerával rögzíthető és mérhető. A makroszkopikus modellezésnél a disztribúciókon keresztül érvényesülnek az utazók személyes elvárásai és preferenciái is!

A járműfogalmi modellünkben tehát szabadon dönthetünk, ill. választhatunk, hogy benne van-e az autóbusz-trolibusz tömegközlekedés modellezése is, ill. ezeket autonóm (saját pályákon közlekedő) hálózatként kezeljük, vesszük figyelembe. A kötött pályás felszíni - és szint alatti tömegközlekedési formák modellezése viszont autonóm hálózatokon történik. Tehát, ezek is az unió művelettel csatlakozhatnak az eredeti hálózatokhoz. Az utasforgalmi létesítmények szerepénél először azokat a jellemzőket célszerű kiemelni, amelyek a makro modellezés szempontjából azonosak, pl. csatlakozási pontok "kapuk" a járműfogalmi, ill., a tömegközlekedés rendszerre történő be és kilépésnél. Ezek tényleges „anyagmennyiség változást” csak a gyalogos hálózaton idéznek elő, a járműfogalmi

hálózatot csupán befolyásolják. A specialitásokat az átdadások és befolyásolási módokatnál lehet figyelembe venni. A mozgólépcsőket, mozgójárdákat, lifteket, stb. viszont célszerű bent tartani a gyalogosforgalmi hálózatban. Ezek egy jól definiált sebességgel és kapacitás-korlátozással, ugyanúgy haladnak a gyalogosok, mint a járdán.

A további kutatásoknál, a kapcsolattípusok matematikai leírására, a jármű – utas átadásra a fent említett kapcsolati mátrixban, az egyes esetekre mintapéldákat célszerű elkészíteni és ezeket tovább lehet elemezni.

Gyakorlati szempontból a disztribúció jelentése az, hogy egy pontból tetszőleges, n számú elágazás esetén, adott t időpillanatban mekkora annak a valószínűsége annak, hogy valaki valamely i ($1 \leq i \leq n$) irányban halad tovább? A makroszkopikus modell esetében, ezzel lehet megadni, hogy t időpontban az egyes irányokba mekkora a várható anyagátadás mennyisége. A kamerás megfigyeléssel a hálózati gráf tetszőleges csúcspontjában, 24 h-ban folyamatosan detektálható a disztribúció és a modellezésnél ezekre tudunk támaszkodni, figyelembe véve a napi, napszaki, szezonális utazási szokások változását is. A gyalogos forgalom disztribúciója elsősorban a t időtől függ, de a járműforgalom is meghatározó lehet, ezért az \underline{x} járműsűrűség állapottól is függhet: $\alpha_{ij}(t, \underline{x})$, kisebb mértékben és általában extrém tömegközlekedési helyzetekben az \underline{x} gyalogos sűrűség állapotjellemzőtől is függhet még: $\alpha_{ij}(t, \underline{x}, \underline{x}')$.

6. Egy másik/kezdőbb közlekedésirányítás, pl. ugyanazon napszakban megváltoztathatja a disztribúciókat is.

Nagyon fontos és érdekes kérdés az, hogyan definiáljuk az optimális közlekedésirányítást? Az utazó szempontjából az, az optimális közlekedésirányítás, amely a legrövidebb idő alatt, vagy adott időtartamon belül a legkezdőbb költség mellett juttatja őt célba. Természetesen lehetnek még kényelmi igények is, pl. minimális átszállás, vagy adott pontok, ill., területek érintésének igénye is. Ebben a formában ez egy multikritériumos optimális irányítási probléma, amely esetünkben, - a diszjunkt hálózati felépítés miatt jól particionálható. A komplex hálózat tervezést és irányítását kell ennek megfelelően megtervezni úgy, hogy az utazó, a maximális kooperációban legyen érdekelt! (Természetesen dönthet másként is, de jusson el hozzá az információ is, hogy ezzel mit veszít. Ez viszont már átnyúlik a mikroszkopikus irányítás körébe.)

Tehát, nagyon érdekes kérdés, hogy hogyan definiáljuk a közlekedésirányítást. Igen lényeg, az is, hogy az utazók mennyire tartják be a szabályokat, azaz mennyire sikerül az irányítási célok elérése. (Az Utazó gyűjtőfogalom alá tartozik, lehet az egyéni gépjárművezető, kerékpáros, közforgalmú közlekedési utas, gyalogos stb.; továbbá, egy személy ezeket a "szerepköröket" változtathatja is egy helyváltoztatási láncban.). A klasszikus "hard" közlekedésirányítás mellett (amikor az utazók döntő többségében betartják a szabályokat) bevezethető az ún. "soft" irányítás is (angolul kifejezőbb a guidance szó), ekkor inkább befolyásolásnak tekinthető a tájékoztatás, ugyanis

vagy elfogadja az utazó az iránymutatást vagy nem (az elfogadási ráta vizsgálata is messzire vezet).

7. A szakaszelemek közötti anyagátadási folyamatokat szaggatják a közúti lámpák és akadályozzák/segítik állapotfüggő átadási tényezők, az átadási sebességeket befolyásolják az állapot és környezetfüggő tényezők.

A járműsűrűségnél a szakaszokra és parkolókra kidolgozott egzakt térbeli lefedettség fogalmat alkalmazhatjuk a gyalogosforgalomnál is, viszont, a gyalogos sűrűség ezen a területen egy új vizsgálat lesz! Valószínű, hogy a sűrűség számításánál a gyalogosszám mellett figyelembe kell venni a gyalogos sebességét (a lassú haladás kisebb foglaltsággal jár, mint a sietés v. futás) és a járdák kapacitásánál a párhuzamos haladás és szembe haladásnál fellépő foglaltságot és kapacitás értékeket. (Ezt később szintén érdemes vizsgálat tárgyává tenni.)

Tudomásunk szerint nincs az irodalomban a gyalogos mozgásokra felállított sebesség –sűrűség törvény. Mivel, a makroszkopikus megközelítés lényege a közlekedés modellezésénél, a diszkrét elemekből összetevődő "anyagáramlás" vizsgálata a járműfolyamatoknál, semmi nem mond annak ellent, hogy kiterjesszük a sebesség-sűrűség törvényt a gyalogosforgalmi esetre is, - figyelembe véve ennek a fizikai folyamatnak a sajátosságait! Az biztos, hogy szélső esetekben ugyanaz a törvény ebben az esetben is. Ha nincs a járdán gyalogos, akkor maximális gyalogossebességgel is lehet közlekedni rajta, ha teljesen bedugul a járda, akkor állnak, vagy nagyon kis sebességgel mennek előre a gyalogosok. A modellezésnél a sztochasztikus kapcsolatra regresszió-analízist szükséges elvégezni és a mérésekkel összevetve, validálni is kell a modellt. A V gyalogos sebességénél két változót mindenképpen szükséges figyelembe venni, az \underline{x} gyalogos sűrűség állapotjellemzőt és az \underline{e} környezeti paraméter vektort (eső, jeges, rossz, meredek, járda, stb.), $V_{ij}(\underline{x}, \underline{e})$.

8. A "rendszerirányítást" az "utazói befolyásolás" irányába, a két hálózat unióján történő áthaladások (sebesség/idő, v. költség, v. környezetterhelés) optimalizálásával lehet vizsgálni. A gyalogosoknak a hálózaton kiválasztott pontpárok között történő áthaladás-analízise vegyes trajektóriákon „utazói áramlatokban gondolkodva” (gyalogos útszakaszok és közösségi járművek vegyes használatával) történik, a kiválasztott pontpárok meghatározására stratégiákat célszerű megadni.

Az irányítási stratégiát, úgynevezett modell prediktív MPC alapú irányításként célszerű megfogalmazni a valós időnél nagyságrendekkel gyorsabb modellszámítás mellett, - amelyre képes a matematikai modellünk.

Mivel, az utazás vegyes trajektóriákon történik (amelyen szabálytalanul váltakoznak a gyalogos és járműves közlekedések) ezért az optimálási célnak legjobban az olyan integrált kritériumok felelnek meg, mint pl. a minimális utazási költség, a minimális energia felhasználás, a legrövidebb utazási idő tervezésre és ezek kombinációja.

A legrövidebb utazási idő tervezése esetében első lépésként, a hálózati unió, valamely meghatározott forgalomirányítás

mellett történik a modellezés. Az indulás tervezett időpillanatát figyelembe véve, a hálózat tetszőlegesen kiválasztott pontpárja esetén, a közöttük alternatívákat jelentő vegyes trajektóriákon, kiszámíthatók külön – külön az utazási idők. Az optimális trajektória ez alapján kiválasztható. (Ez ebben a formában még egy útvonal ajánlás.)

A stratégia **második lépése** szerint a forgalomirányítást optimáljuk oly módon, hogy az irányítás a legrövidebb utazási idők minimumát érje el.

Ez az optimális irányítás szekvenciális, adott időintervallumonként folyamatosan ismétlődik.

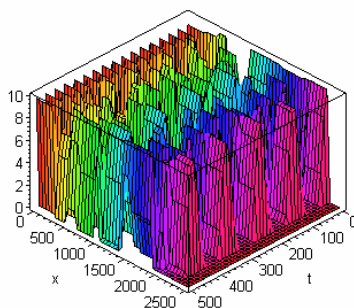
A stratégia **harmadik lépéseként** az irányítás tovább általánosítható oly módon, hogy meghatározzuk a tartományban az utazók közlekedési igényeit figyelembe véve a célforgalmi mátrixot, amely kifejezi a hálózat egyes régiói közötti forgalmakat.

Ekkor, az optimális irányítás célja biztosítani a régiók közötti trajektóriákon, a legrövidebb utazási idők összegének a minimumát. (A célfüggvénynél a legrövidebb utazási időket célszerű súlyozni az utas számokkal is, - a többség igényét jobban figyelembe véve.)

5. Vegyes trajektóriákon történő mozgások együttes sebességfolyamatainak analízise, optimális utazási idők tervezése

A hálózatok uniójának modelljéből közvetlenül kinyerhetők a sebességfolyamatok az egyesített hálózat tetszőleges trajektóriáin is. Ekkor az egyesített hálózat egy tetszőleges „A” pontjából t_0 időpontban elindulunk a hálózat egy másik „B” pontjába egy megválasztott vegyes (gyalogos és tömegközlekedési hálózati szakaszokat tartalmazó) trajektória mentén.

A kijelölt trajektória mentén kiszámítható a haladás szempontjából fontos $X(t)$ út-idő függvény és a hozzá tartozó T - célba érési idő is. Az állapotegyenlet által kiszámítható a kiegyenesített vegyes trajektória mentén az X trajektóriához és t időponthoz tartozó $V(t,X)$ kétváltozós sebesség függvény 6. ábra.



6. ábra. egy kiegyenesített X trajektóriához és t időponthoz tartozó $V(t,X)$ függvény

Az $X(t)$ út-idő függvényt kiszámíthatjuk a meghatározott $V(t,X)$ kétváltozós sebesség függvény ismeretében 5. ábra, az alábbi integrál-egyenletet megoldásával:

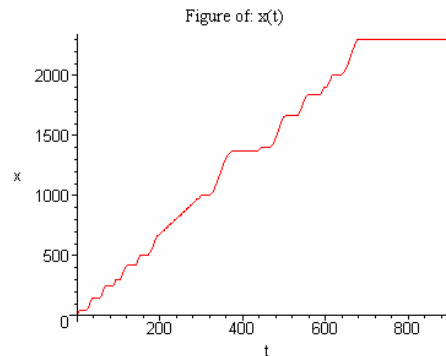
$$x(t) = \int_{t_0}^t V(\tau, x(\tau)) d\tau \quad (5)$$

A feladat az alábbi elsőrendű nemlineáris differenciálegyenlet megoldását igényli, az $X(t_0)=x_0$ kezdeti feltétel mellett:

$$\frac{dX(t)}{dt} = V(t, X(t)) - V(t_0, X(t_0)) \quad (6)$$

$$x(t_0) = x_0$$

A megoldás numerikus módszer alkalmazásával a rendelkezésünkre áll, pl. 7. ábra:



7. ábra: út-idő diagram

A t_1 célbaérési időponttól $X(t)$ már nem növekszik, tehát pl. a célba érési idő $T=t_1-t_0$.

Megjegyzés: Ha több trajektória esetén az optimális célba érési időt vizsgálunk, a probléma egy variációs számítási feladat megoldását igényli T. Peter, and M. Basset (2009). Minden trajektória mentén, a t időpontig befutott X hosszúságú út egy $X(t)$ útvonal-függvényt eredményez, amelyhez a „B”- pontba érkezéskor egy T eljutási idő tartozik és ez a leképezés szolgáltatja a J valós funkcionált:

$$J: X(t) \rightarrow T \quad (7)$$

A nagyméretű közlekedési hálózatokat leíró modell tehát alkalmazható valós idejű, a forgalom alakulást figyelembe vevő útvonalajánláshoz is

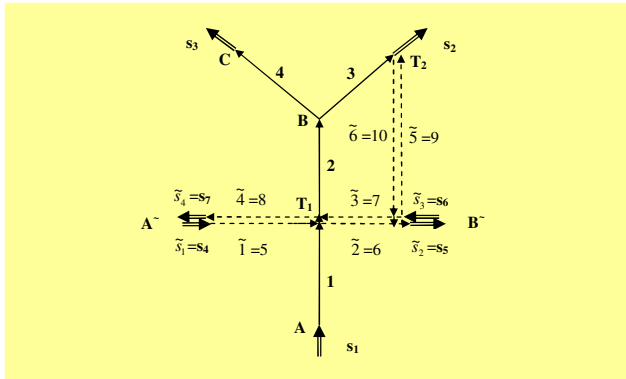
6. Mintapélda a járműforgalmi és a gyalogos közlekedés hálózati modellek uniójára

6.1 A minta-modell ismertetése

A folytonos vonal a közúti hálózatot, a szaggatott vonal a gyalogos hálózatot jelöli. Mindegyikhez kapcsolódó input és output kapcsolatokat a kettős vonalú nyíl jelöli.

A hullámos jellel jelölt szakaszszámzások, pontok és input-outputok, a gyalogos forgalomra vonatkoznak. A jel nélküli,

normál szakaszszámozások, pontok és input-outputok a közúti forgalomra vonatkoznak. A T_1 és T_2 a gyalogos forgalom és a közúti forgalom közötti átszállók (Transitok)



8. ábra: Egyszerű példa a közúti és gyalogos közlekedési hálózati kapcsolatrendszerre

A két hálózat kapcsolatát az alábbi jellemzi:

Közúti forgalom befolyásolását figyelhetjük meg:

Az 1 - 2 közötti közúti forgalmat akadályozza a kijelölt „zebrás” kereszteződésen áthaladó 2^- és 4^- gyalogos szakasz forgalma, amelyet a gyalogos sűrűséggel veszünk figyelembe.

A gyalogos forgalomnál fellépő disztribúciók:

$3^- @ 4^-$ re és $3^- @ 2^-$ re.

$1^- @ 2^-$ re és $1^- @ 2^-$ re.

$6^- @ 3^-$ ra és $6^- @ s_2^-$ re.

$2^- @ 5^-$ ra és $2^- @ s_2^-$ re.

$s_3^- @ 5^-$ ra és $s_3^- @ 3^-$ ra.

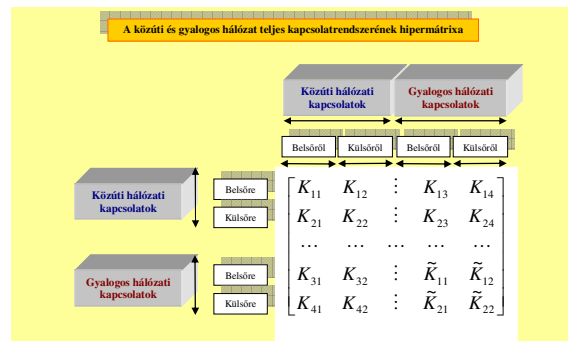
Közúti forgalomnál fellépő disztribúciók:

$2 @ 3$ ra és $2 @ 4^-$ re.

$3 @ s_2^-$ re és $3 @ 6^-$ ra.

6.2 A minta-modell computer-algebrai, matematikai modellje

A járműforgalom és a gyalogos közlekedés hálózat uniójának elemzése. Tekintsük, a már tárgyalt teljes kapcsolatrendszert leíró kapcsolati hipermátrixot



8. ábra: A mintamodel teljes kapcsolatrendszerének elemzése

9. ábra

A minta-modellnél az alábbi részmatrixok zérus matrixok

- mivel saját hálózatokon belül nincsenek külső-külső kapcsolatok: $K_{22}=0, K_{22}^- = 0$

- mivel nem indul kapcsolat külső gyalogshálózatról közúti hálózatra: $K_{14}=0, K_{24}^- = 0$

- mivel nem indul kapcsolat külső közúti hálózatról gyalogos hálózatra: $K_{32}=0, K_{42}^- = 0$

- mivel nem indul belső közúti hálózatról kapcsolat külső gyalogos hálózatra: $K_{41}^- = 0$.

Fentiek alapján, a kapcsolati hipermátrix alábbi részmatrixai írják le a hálózati unió kapcsolatrendszerét:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \vdots & K_{13} & 0 \\ K_{21} & 0 & \vdots & K_{23} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{31} & 0 & \vdots & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ K_{41} & 0 & \vdots & \tilde{K}_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A (2) differenciálegyenlet-rendszer alapján bemutatott szűkített hálózati modellt felhasználva, a részmatrixok konstrukcióját MAPLE MODELL elkészítésével végeztük el. Az alábbi összefüggésekben alkalmazott jelölések jelentése megtalálható a 2.2 alfejezetben, az univerzális járműforgalmi hálózat matematikai modelljének leírásánál.

A közúti hálózati modell leírásához az alábbi matrixokat határoztuk meg:

K_{11} :

$$\begin{bmatrix} -\beta_{2,1} S(s_2) V(s_2, s_1) E(s_1) & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{2,1} S(s_2) V(s_2, s_1) E(s_1) & -\alpha_{3,2} S(s_3) V(s_3, s_2) E(s_2) - (1 - \alpha_{3,2}) S(s_4) V(s_4, s_2) E(s_2) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{3,2} S(s_3) V(s_3, s_2) E(s_2) & -\beta_{inp,2,3} S(s_2) V(s_2, s_3) E(s_3) & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_{3,2}) S(s_4) V(s_4, s_2) E(s_2) & 0 & -S(s_3) V(s_3, s_4) E(s_4) \end{bmatrix}$$

A minta modellnél, a gyalogosok közúti forgalmat lassító befolyásolása a T_1 pontnál található gyalogos átjárónál jelentkezik a modellben, a gyalogos sűrűséget figyelembe vevő $\beta_{2,1}(x_2, x_4)$ függvény által.

K_{12} :

$$\begin{bmatrix} \beta_{inp,1,1} S(x_1) V(x_1, s_1) E(s_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A gyalogos hálózati forgalmi modell leírásához a következő matrixok kerülnek felhasználásra:

K_{11}^- :

$$\begin{bmatrix} -\beta_{2,1} S(x_2) V(x_2, s_1) E(s_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{2,1} S(x_2) V(x_2, s_1) E(s_1) & -\alpha_{1,2} S(x_1) V(x_1, s_2) E(s_2) - \alpha_{imp,2,2} S(x_2) V(x_2, s_2) E(s_2) & 0 & 0 & \alpha_{1,6} S(x_1) V(x_1, s_6) E(s_6) \\ 0 & 0 & -\alpha_{4,3} S(x_4) V(x_4, s_3) E(s_3) & 0 & (1 - \alpha_{2,4}) S(x_2) V(x_2, s_4) E(s_4) \\ 0 & 0 & \alpha_{4,3} S(x_4) V(x_4, s_3) E(s_3) & -S(x_4) V(x_4, s_4) E(s_4) & 0 \\ 0 & \alpha_{1,2} S(x_1) V(x_1, s_2) E(s_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 - \alpha_{2,4} S(x_2) V(x_2, s_4) E(s_4) - (1 - \alpha_{2,4}) S(x_2) V(x_2, s_4) E(s_4) \end{bmatrix}$$

\tilde{K}_{12} :

$$\begin{bmatrix} S(x_1) V(x_1, s_1) E(s_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{imp,3,3} S(x_3) V(x_3, s_3) E(s_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \alpha_{imp,3,3}) S(x_3) V(x_3, s_3) E(s_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A gyalogos forgalomból járművekre átadásra kerülő mennyiségek, pl. T_1 ponton az 1[~] és 3[~] szakaszokról, értelemszerűen csak a gyalogos forgalom sűrűségét csökkentik, - viszont a jármű sűrűséget nem növelik. Hasonlóan, a T_2 ponton leszállók sem csökkentik a jármű sűrűséget, de a gyalogos sűrűséget növelik a 6[~] szakaszon. Az 5[~] szakasz esetében azt látjuk, hogy erről külső közúti hálózati szakaszra történik a gyalogos áramlás.

Ugyanakkor, a járműveken elhelyezkedő gyalogosok időszakosan kikerülnek a gyalogos forgalomból, ily módon, helyzetük a közúti forgalomban található a parkolók szerepével azonos. Annyiban speciális, hogy ők mozog „parkolóhelyeken” vannak.

A T_1 ponton felszálló gyalogos forgalmat és hasonlóan, a T_2 ponton le –és felszálló gyalogosforgalmat a menetrendhez igazodó és. azt követő $\gamma_i(t)$ intenzitás függvényekkel tudjuk szabályozni.

7. Konklúzió

A modellek unióját végrehajtva, bemutattunk egy új saját fejlesztésű makroszkopikus matematikai modellt. A modell a matematikai kutatások terén is rendkívül új és modern területhez tartozik, mivel a nemlineáris pozitív rendszerosztályban helyezkedik el. A speciális hipermátrix struktúra definiálja a hálózati elemek kooperációját és a kapcsolatokat leíró differenciálegyenlet rendszert. Ezen modell kitűnő lehetőséget biztosít a Lyapunov függvény-módszer alkalmazásaira a tartomány-szintű nemlineáris irányítások különböző területein is. Kiemelendők az alkalmazási lehetőségek a nagyváros tartomány-szintű irányításaira. Kiválóak a modell képességei a trajektória menti mozgások optimalizálására és a forgalom-orientált környezet szennyezések csökkentésére is.

A nagyméretű bonyolult közlekedési hálózatokon lejátszódó folyamatok működésének feltárása és jobb megismerése elvezetett bennünket egy új elvű modellezéshez és flexibilis

optimális irányítási módszerek bevezetéséhez. A hálózat különböző tartományain fellépő különböző állapotok alapján, rugalmasan változhat az irányítás célja is. A hálózati ITS egy olyan variábilis hálózat, amely működése során egyszerre értékeli a forgalomhoz tartozó közvetlen igények optimális kielégítését, pl. optimális célba érést, a környezetterhelést, a biztonságot és az energiatakarékos működést is. A városi forgalmi modellek létrehozására irányuló projektek a torodásokat és a környezeti terhelések csökkentését egyaránt szolgálják (Lakatos I. (2007), Lakatos I., Hajdu F. 2014).

A kutatásokhoz kapcsolódó további szoftverfejlesztés, eszközt kíván biztosítani a nagyméretű intelligens közúti hálózatok esetén a valós idejű ipari irányítási feladatok ellátására. Kiemelendő, hogy minden esetben, az intelligens város forgalmi rendszertervnek elkészítése az elsődleges irányítást az ITS hálózat megvalósításához. Rendkívül pozitív a fellépő szinergia és az eredmények további hasznosításának lehetősége. Új gyorsított vizsgálati módszerek szülehetnek a trajektórák menti mozgások, a környezetterhelés és a biztonság-analízisére is.

IRODALOMJEGYZÉK

Bede, Zs. and Péter, T. (2010) The Extraction of Unique Velocity Processes from a Macro Model PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING 38:(1-2) pp. 114-121. (2010)

Bede, Zs. and Péter, T. (2011.1) The development of large traffic network model, PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING 39:(1-2) pp. 3-5. (2011)

Bede, Zs. and Péter, T. (2011.2) The mathematical modeling of Reversible Lane System PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING 39:(1-2) pp. 7-10. (2011)

Bede, Zs., Péter, T. and Szauter, F. (2013) Variable network model pp 173-177. Doi: 0026, IFAC Workshop on Advances in Control and Automation Theory for Transportation Applications (ACATTA 2013) which is to be held in Istanbul, Turkey, 16-17 September 2013. <http://www.acatta13.itu.edu.tr/>

Caccetta and Rumchev, (2000) A survey of reachability and controllability for positive linear systems,' Annals of Operations Research, vol. 98, pp 101-122, 2000.

Farina, L. and Rinaldi, S, (2000) *Positive Linear Systems Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Inc.

Földes, D. and Csiszár, Cs. (2015) Route Plan Evaluation Method for Personalized Passenger Information Service, Transport Volume 30 (3): 273-285 (Special Issue on Smart and Sustainable Transport) DOI: 10.3846/16484142.2015.1086889

Lakatos I. (2007) Effect of valve timing on exhaust emission, 8th International Conference on Heat Engines and Environmental Protection, BME, Department of Energy

Engineering, (ISBN:978 963 420 907 2) Balatonfüred, 2007.05.28-30. pp. 207-214.

Lakatos I., Hajdu F. (2014) Examination of the effect of sensor properties on the secondary battery model in simulation environment ACTA TECHNICA JAURINENSIS (ISSN: 1789-6932) (eISSN: 2064-5228) 7: (1) pp. 71-86. (2014).

Luenberger (1979) Introduction to Dynamics Systems, Wiley, New York, 1979

Oussama Derbel, Tamás Péter, Hossni Zebiri, Benjamin Mourllion and Michel Basset (2012) Modified Intelligent Driver Model, Periodica Polytechnica-Transportation Engineering 40/2 (2012) 53-60. doi: 10.3311/pp.tr.2012-2.02 web: <http://www.pp.bme.hu/tr> ISSN 1587-3811 (online version); ISSN 0303-7800 (paper version)

Oussama Derbel, Peter Tamas, Hossni Zebiri, Benjamin Mourllion and Michel Basset (2013) Modified Intelligent Driver Model for driver safety and traffic stability improvement, 7.IFAC Symposium Tokyo 2013 szept. 4-7. <http://www.sice.or.jp/IFAC-AAC2013/details.html>
Organized by: International Federation of Automatic Control, Technical Committee on Automotive Control (IFAC-TC7.1) pp, 734-739 132-ik anyag. Doi: SaB2.3

Peter, T. and Basset, M. (2009) Application of new traffic models for determine optimal trajectories, pp. 89-94. Sessions 1 Automation and Mechatronics. (1-C-1 Sistem Modelling and Control). Oct.21-Oct.23, INTERNATIONAL FORUM ON STRATEGIC TECHNOLOGIES (IFOST 2009) HoChiMinh City University of Technology, Vietnam.

Peter, T. Fülep, T. and Bede, Zs. (2011) The application of a new principled optimal control for the dynamic change of the road network graph structure and the analysis of risk factors, 13th EAEC European Automotive Congress 13th-16th June 2011. Valencia – SPAIN Society of Automotive Engineers (STA), 2011. pp. 26-36. (ISBN:978-84-615-1794-7)

Péter, T. (2012) Modeling nonlinear road traffic networks for junction control, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS), 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 723-732. DOI: 10.2478/v1006-012-0054-1

Peter, T. Bokor, J. and Strobl, A (2013) Model for the analysis of traffic networks and traffic modelling of Győr, pp 167-172. Doi: 0023, IFAC Workshop on Advances in Control and Automation Theory for Transportation Applications (ACATTA 2013) which is to be held in Istanbul, Turkey, 16-17 September 2013. <http://www.acatta13.itu.edu.tr/>

Péter, T. and Fazekas, S. (2014) Determination of vehicle density of inputs and outputs and model validation for the analysis of network traffic processes. Periodica Polytechnica, Transportation Engineering Vol. 42.. No 1. 2014. pp. 53-61.

Sándor, Zs. and Csiszár, Cs. (2015) Role of Integrated Parking Information System in Traffic Management,

Periodica Polytechnica Civil Engineering. Volume 59 (3): 327-336 DOI:10.3311/PPci.7361

Sándor, Zs. and Csiszár, Cs. (2013) Késési események elemzése helyi autóbusz közlekedésben, "Innováció és fenntartható felszíni közlekedés" konferencia, Budapest, 2013. augusztus 28-30. Paper 6

