Új modellezési módszer és kutatási irány nagyméretű légiforgalmi hálózatok irányításának és hatékonyságának vizsgálatára

Szabó Krisztián*, Dr. Péter Tamás, Dr. Renner Péter, (Ph.D.)*****

** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék, (e-mail: szabo.krisztian@mail.bme.hu)*
*** Széchenyi István Egyetem, Járműipari Kutató Központ, (e-mail: peter.tamas@mail.bme.hu)*
**** HungaroControl Magyar Légiforgalmi Szolgálat Zrt., (e-mail: peter.renner@hungarocontrol.hu)*

Abstract: A légiforgalmi irányítás területén komoly kihívást és veszélyforrás jelent, hogy gyakran igen nagy forgalmi igény jelentkezik egy-egy légtérblokkban. További problémát jelent az is, hogy igen jelentős költségtöbbletet idéz elő, ha nem megfelelő a légiforgalmi áramlásszervezés hatékonysága. A most leadásra kerülő anyag új hálózati modellt ad meg a nagyméretű légiforgalmi hálózatok vizsgálatára, amely a légiforgalmi irányítás terén is új lehetőségeket biztosít. Áttekinti az ezzel kapcsolatos makroszkopikus modellezési technikát és a pozitív rendszerek osztályának alkalmazását is. Az anyag célja, az új kutatási irány bemutatása mellett, a tanagyagba történő beépítés is.

1. BEVEZETÉS

A légifolyosók alkalmazása már közel húsz éve megszűnt. Jelenleg a forgalom légi útvonalakon zajlik. A kettő között az a legfontosabb különbség, hogy a légi útvonalnak nincs oldalirányú kiterjedése.

A légtérszerkezet korszerűsítése és átalakítása folyamatos feladat. A légtérszerkezet átalakítása részben azt jelenti, hogy új légi útvonalakat alakítanak ki az érkező, illetve induló gépek számára. Erre akkor van szükség, amikor a régi rendszer már nem bírja el az időközben erősen megnövekedett forgalmat.

1. ábra: Légiforgalmi irányítás a HungaroControl Magyar Légiforgalmi Szolgálat Zrt.-nél

Ezzel együtt nagyon fontos szerep hárul a légiirányító rendszerek korszerűsítésére és a légiirányítók felkészítésére is, mert veszélyeket is rejt magában minden új rendszer és, ha a légiirányítókat nem készítették fel megfelelően, Szabó K., Szabó G., és Renner P., (2009). A jelentős gazdasági kihívások is megkövetelik a korszerű irányítást és az útvonalhálózat megfelelő kialakítását.

Egy légiforgalmi hálózatnál jelentkező késedelem igen jelentős költségtöbbletet idéz elő. A repülés közbeni késések miatt a többlet üzemanyag-felhasználásból eredő költségek mellett további költségek merülnek fel, ill. származnak, pl. az elszalasztott kapcsolatokból is.

Ezen a területen ezért sok algoritmus a légiforgalmi folyamatirányítás céljaként legalább részben, a késedelem minimalizálását követeli meg, például [Bertsimas and Patterson, 1998] és Krozel et al, (2006).

További problémát jelent az is, hogy gyakran maximális teljesítményeket terhelnek rá a légtér régióira. Különösen fontos ezért az, hogy az irányítók biztonságosan irányíthassák a repüléseket a zsúfolt területeken keresztül is. Ebből a célból, a légi forgalomáramlás irányítás egy fontos feladata az olyan irányítás megvalósítása, amely biztosítja, hogy a kapacitáskorlátokkal találkozva szintén optimális irányítás valósuljon meg.

A minimalizálandó késedelem célját szolgáló irányítás, kapacitáskorlátok mellett, különös érdeklődéssel bír a légi forgalomáramlás irányítás területén. (Például a légáramlás és az időjárási események korlátozzák azon repülőgépek számát, amelyek az érintett területeken keresztül biztonságosan irányíthatók, mivel a kapacitáskorlátok megváltoznak a légtér régióiban ilyen esetekben.)

2. A LÉGIIRÁNYÍTÁS KUTATÁSA

Az érintett irányítás pozitív osztályba sorolt rendszerekre vonatkozik. Ilyen csoportba tartoznak a hálózatba kapcsolódó tározók között dinamikusan mozgó folyékony anyagok, amennyiben az Euler-féle tömegmegmaradási törvény fennáll és az alapstruktúra maga az összekapcsolódó hálózat, Bastin, (1999). Ilyen rendszerek lehetnek pl. a természetes kényszerekkel rendelkező összefüggő víztárolók bármilyen rendszere, például az öntözésre épített hálózatok Cantoni et al, (2007).

Ezeket a modelleket arra használják, hogy sokaságot írjanak le különböző rendszereknél, pl. a közlekedési rendszereknél is, amelyek a közutakon gépkocsi áramlást, illetve a légtérben légiforgalmi áramlást tartalmaznak és a szabályozás számítógép-csoportokkal történik Fu et al, (2006). Az Euler modell használata légiforgalmi áramlási irányítás problémákban részben azért is vált népszerűvé, mert ezek a modellek alkalmasak hagyományos lineáris rendszerirányítási tervezésre is. Például, lineáris kvadratikus szabályozóelméletet használtak Menon et al, (2004). Mindazonáltal, az így meghatározott irányítás nem biztosítja azt a zárt hurokrendszert, amelynek szintén pozitívnak kellene maradnia, ezért további kényszereket kellett alkalmazni, hogy pozitív reakciót biztosítsanak. Probléma az is, hogy ez a szabályozási terv csak egy megközelítése a vezérlőparaméterként használt áramlás szétosztás arányoknak. További néhány létező módszer a légi-forgalmi folyamatirányításra: Euler modelleket alkalmaz útvonal meghatározásra, például Le Ny and Balakrishnan, (2009). Ők a nemlineáris irányítási technikát Max Weight (maximális súly) elv alapján adják meg. A repülések együttes célja alapján irányítanak Menon et al, (2004).

A légiközlekedési szektorok esetén, a hálózatokon keresztül történő áramlását írja le a légiforgalmi áramlásirányítás területén [Arneson and Langbort, 2009] pozitív, konzervatív rendszerek alkalmazásával. Ebben a munkában a statikus irányító paraméterek tervezésére koncentrálnak lineáris módszerekkel. Egyetlen célhálózaton az összes késések minimalizálásának igényével dolgoznak, mialatt további késedelemkényszereket vagy kapacitáskorlátokat elégítenek ki. Az áramlás egy adott hálózati részből több más hálózati részbe, köztük saját magába is újra beléphet. A hálózatban a végső részek azok, amelyek kivezetések. A hálózat mindegyik részének csatlakoznia kell egy kivezetéshez, ezért legalább egy útvonalnak kell lennie a hálózat mindegyik részéről egy végső (légikikötő, repülőtér) részhez. Az i. rész állapotát jelöli x_i, ez valamennyi légi járművet képviseli ebben a részben. Felteszik, hogy az áramlás mindegyik részben állandó sebességgel történik és egy szekció bejárási ideje $\tau_i > 0$. Az áramlás egyes esetekben vissza is folyhat (recirkuláció is felléphet) abba a részbe, amelyből éppen kiindult. Végül minden, az áramlásban részt vevő légi jármű egy végső részben ki fog lépni a hálózatból. Az i. rész kiáramlásának részei a $\{\beta_{ij}\}$ irányító paraméterek szerint történnek. A hálózat konzervatív, tehát minden olyan áramló anyagnak, amely kilép egy adott i részből, egy következő részben meg kell jelennie. A szerzők három problémát mutattak be (1. késedelem-minimalizálás, 2. késedelem-minimalizálás és további késedelem-megszorítások kielégítése, amelyek a hálózati állapotokra vonatkozó integrálformulával megadott kikötések és 3. kapacitási megszorítások kielégítése), amelyet légi tervezésre, statikus útvonal paraméterek irányításával használtak. Pozitív konzervatív rendszert alkalmaztak, amely a hálózatokon keresztüli anyagáramlást képviselte. Ezekkel a technikákkal, egy kis hálózat forgalomirányítását végezték el.

2. ábra: Légiforgalmi irányítók munkában a HungaroControl Magyar Légiforgalmi Szolgálat Zrt.-nél

A jövőbeli munkák azt célozzák meg, hogy az irányítási tervhez át kell alakítani azokat az eszközöket, amelyeket bemutattak. Ez egyrészt időfüggő paraméterek irányítását jelenti, másrészt a kényszereket is megváltoztatja. A robusztus optimalizálásról szóló munkák további segítséget nyújthatnak ebben a törekvésben. További feladat lehet a fentiek kiterjesztése és különböző légiforgalmi modellekben többkritériumos célok kezelése, pl. Le Ny and Balakrishnan, (2009) vonatkozó eredményeinek az alkalmazásai.

3. MAKROSZKOPIKUS MODELLEZÉS ÉS A POZITÍV RENDSZEREK OSZTÁLYÁNAK FELHASZNÁLÁSA

Az előzőekben láttuk, hogy dinamikus rendszerek nyerhetők valamilyen folyékony anyag hálózati tározóinak összekapcsolása során, amely szemlélet igen eredményesen alkalmazható a különböző felszíni, ill. légi közlekedési áramlási modelleknél is.

A **makroszkopikus** modellek esetében, a forgalmat egy közeg áramlásaként kezeljük „ún. folyadék, vagy gáz-áram megközelítést” alkalmazva. A közlekedési folyam, forgalom (traffic flow) leírására, a forgalom és egy folyadék árama közötti analógiából kiindulva Lighthill and Whitham, (1955), Ashton, (1966), Bécsi T, Péter T (2008), Zs. Bede, T. Péter (2011.1) és Zs. Bede, T. Péter (2011.2) vizsgált makroszkopikus modellt. A közlekedési folyam folytonossági elve két összefüggésen alapul, az egyik az Euler-féle folytonossági egyenleten, amely kifejezhető, mint a járművek megmaradásának törvénye, a másik a fundamentális egyenlet. A forgalom változását néhány fő jellemző: járműsűrűség, forgalomsebesség, és forgalomáramlás funkciójaként határozzák meg Bécsi T, Péter T (2006). Ezek a modellek a legegyszerűbb lineáris kapcsolattól Greenshields, (1934), egyre bonyolultabb és összetettebb irányba fejlődtek Greenberg, (1959, (Greenberg, NWU modell, Drew modell, diffúziós modellek). A hagyományos makroszkopikus modellezés kiválóan alkalmas hálózati szintű vizsgálatra.

A közlekedési folyamatok makroszkopikus modellezésénél természetes módon fellépett a **pozitív rendszerek osztálya** fogalom is.

A pozitív rendszerek első definícióját Luenberger, (1979) adta meg: *A pozitív rendszer egy olyan rendszer, amelyben az állapotváltozók nemnegatívak.* A vizsgált közlekedési folyamatok többségében az állapotok eredeti fizikai jelentése alapján megfelelnek ennek. A klasszikus irodalomban a közlekedési folyamatok leírása során a legtöbb esetben általános lineáris rendszeregyenleteket állítanak fel, és nem használják ki a folyamat pozitív tulajdonságait.

Azt gondolhatjuk, hogy az általános lineáris rendszereknél megismert tulajdonságok minden probléma nélkül igazak a pozitív rendszerekre is, azonban ez nem így van, Varga, (2007). A pozitív rendszerek irányíthatóságának és megfigyelhetőségének feltételei nem vezethetők le egyértelműen az általános rendszereknél megismert módszerekből. A probléma különösen igaz, ha nemcsak az állapotokra, de még a beavatkozó jelre is nemnegatív értékkészletet követelünk meg. Ezért, a közúti folyamatok tisztán pozitív rendszerként történő leírása irányításelméleti szempontból nem triviális feladat. Az irányítási feladat ebben az esetben azt jelenti, hogy úgy kell egy állapotból egy másik állapotba irányítani a rendszert, hogy az állapotátmenet közben is érvényes, hogy nemnegatív értékeket vehetnek fel az állapotok. A tárgykörben a rendszerek leírását és irányíthatóságát Caccetta and Rumchev, (2000) és Farina and Rinaldi, (2000) rendszerező munkái, továbbá Bacciotti, (1983), Coxson and Shapiro, (1987) és Valcher, (1996) adták meg. Boothby, (1982) és Sachkov, (1997) publikációikban az irányításelméletben alkalmazott ***A*** valós mátrixot tekintve kijelenthető a következő tétel: A rendszer pontosan akkor pozitív, ha az ***A*** mátrix Metzler mátrix, azaz a főátlón kívüli elemek mind nemnegatívak, (a főátlóban lévő elemek pedig tetszőlegesek lehetnek).

4. AZ ÚJ HÁLÓZATI MODELL LÉTREHOZÁSA

4.1. A témakörben a felszíni közlekedés makroszkopikus modellezése a legbonyolultabb

A közúti közlekedés korszerű tervezéséhez és korszerű szabályozásához elengedhetetlen a közlekedési folyamatok mélyebb ismerete. A hagyományos modellezési szemlélet alkalmazása igen sok megválaszolatlan kérdést vet fel és állandóan méretproblémákkal küzd.

A folyamatokat leíró közúti közlekedési rendszerek nagyméretű sztochasztikus dinamikus rendszerek. Nyilvánvaló, hogy egy közúti közlekedési hálózati modell igen bonyolult dinamikus rendszer:

- Számos geometriai jellemző szab feltételeket.
- Számos egyedi szabályozás működik.
- A párhuzamos sávok hatással vannak egymásra. Ez kölcsönhatás, ami egymásra történő átdolgozást és egymás zavarását jelenti. Befolyásolja a párhuzamos sávokon kialakuló járműsűrűséget és a járművek sebességét.
- A szembejövő járművek is kölcsönhatással vannak egymásra. Ez a kölcsönhatás természetes módon érvényesül a bizonytalan vezetőknél, de elsősorban az előzések következtében fellépő zavarásában, illetve este, a szembe jövő járművek világításának zavaró hatásában mutatkozik meg.
- A definiált parkolók, valamint az utak melletti parkoló sávok a klasszikus hálózat működésében „idegen elemek”, ugyanakkor az ott leparkolt járművek is kölcsönhatásban vannak azokkal a hálózati szakaszokkal, ívekkel, amelyekkel közvetlen forgalmi kapcsolatban állnak. Ez, az időben változó intenzitású kapcsolat, képes pl. önmagában is csúcsterhelést létrehozni a vizsgált hálózaton anélkül, hogy erre a hálózatra egy definiált külső hálózatról forgalom beérkezne.
- Járműátadást érintő belső automatizmusok is működnek a kapcsolatban álló hálózati elemek között. Pl. hiába zöld a lámpa, nem történik átadás, ha túl nagy a járműsűrűség a felvevő szakaszon, vagy nulla az átadó szakaszon.
- Igen nagyszámú résztvevő kap szerepet.
- Igen jelentős befolyása van a humán tényezőknek.
- Sokféle külső tényező, szezonális hatások, időjárás, útminőség, útszélesség, domborzat, stb. játszik közre.

Mindezek ellenére a használható modellekkel szemben alapkövetelmény a hatékonyság:

- A modell vegyen figyelembe minden olyan elemet, amely a rendszer működése során tényleges hatást gyakorol, és elhanyagolása eltorzítaná az eredményeket.
- Matematikailag legyen korrekt és megalapozott.
- A szimuláció esetén numerikusan gyors legyen.
- Szabályozás esetén valós idejű szabályozás valósuljon meg.

4.2. A nagyméretű közúti hálózati modell létrehozásánál nyert tudományos eredmények összefoglalása

A modellezés szempontjából egyik igen fontos új szerkezeti eredmény, hogy egyazon elemek sokaságából épül fel a közúti hálózat dinamikus modellje és minden x_i állapotjellemző értékkészlete a [0,1] intervallumban helyezkedik el. Tehát ennek következében a parkolók szintén általánosított szakaszokként kezelhetők a modellben és ugyanolyan dinamikus elemei a hálózatnak, mint a sávok. Péter T. és Bokor J., (2007), Péter T., (2007.1) és Péter T., (2007.2).

Másik igen fontos új szerkezeti eredmény, hogy a térképgráftól függetlenül, a nagyméretű közúti közlekedési hálózati folyamatok matematikai modellezésére egységes, hipermátrix struktúra adható meg, amely egy nem feltétlenül egyszeresen összefüggő tartományban elhelyezkedő hálózat esetén leírja a hálózati elemek közötti teljes kapcsolat rendszert (belső-belső, külső-belső, belső-külső és a külső-külső kapcsolatokat). Péter T., (2005), Péter T. és Bokor J., (2006), Péter T., (2007.1) és Péter T., 2007.2).

A dinamikus modell új felírása szolgál alapul a rendszer folyamatainak számítására és azok irányítására. Ezzel kapcsolatban tetszőleges zárt görbe által körülhatárolt tartomány esetében megadtuk a belső és külső hálózat működését egyszerre leíró általános hálózati modellt és a belső és külső hálózati folyamatok működését leíró nemlineáris pozitív differenciálegyenlet-rendszert, Péter T., (2008).

A belső és külső hálózat működését egyszerre leíró általános hálózati modell a következő:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle L \rangle^{-1} & \\ & \langle P \rangle^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{11}(x,s) & K_{12}(x,s) \\ K_{21}(x,s) & K_{22}(x,s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Ahol: $K_{11} \in \Re^{n\times n}$, $K_{12} \in \Re^{n\times m}$, $K_{21} \in \Re^{m\times n}$, $K_{22} \in \Re^{m\times m}$ és $x \in \Re^{n}$, $s \in \Re^{m}$.

K_{11} belső-belső kapcsolati mátrix, K_{12} külső-belső kapcsolati mátrix, K_{21} belső-külső kapcsolati mátrix és K_{22} külső-külső kapcsolati mátrix. A mátrix elemek fizikai jelentése kapcsolati (átadási) sebesség.

A K_{11} és K_{22} fődiagonálisában 0 vagy negatív érték lépnek fel. Az összes mátrix minden más eleme 0 vagy pozitív értéket vesz fel.

$\langle L \rangle$ és $\langle P \rangle$ a belső és külső hálózati szakaszok hosszát tartalmazó diagonális mátrixok:

$$\langle L \rangle = \langle l_1, l_2, \ldots, l_n \rangle, \quad \langle P \rangle = \langle p_1, p_2, \ldots, p_m \rangle \qquad (2)$$

x a belső szektorok állapotjellemző vektora,

s a külső szektorok állapotjellemző vektora,

$\dot{x}$ a belső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

$\dot{s}$ a külső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

$$x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ x_n(t) \end{bmatrix}, s = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ s_m(t) \end{bmatrix}, \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}, \dot{s} = \begin{bmatrix} \dot{s}_1(t) \\ \dot{s}_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ \dot{s}_m(t) \end{bmatrix} \qquad (3)$$

A modell általánosításával megadtuk a globális hálózati folyamatok működését leíró nemlineáris pozitív differenciálegyenlet-rendszert is, Péter T., (2011.1), Péter T., (2011.2).

Irányítás szempontjából fontos a következő eredmény: Ljapunov függvények módszerével kimutattuk, hogy a tetszőleges zárt görbe által körülhatárolt tartományban az autonóm rendszer aszimptotikusan stabilis. A nem autonóm rendszernél a peremekre vonatkozó Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási törvényt adtunk meg, amely elégséges feltételt ad a rendszer aszimptotikus stabilitására és dinamikusan alkalmazható a teljes tartományon, illetve azokon a szubtartományokon, ahol kritikus helyzet lép fel. Péter T., (2009), Péter, T., Bokor, J., (2010) és Péter, T., Bokor, J., (2011). Az irányítás egyaránt figyelembe veszi a tartományba belépő és a tartományból kilépő járműsűrűségeket is. Péter, T., Bokor, J., (2010), Péter, T., Bokor, J., (2011), Péter T., (2011.3), Peter T., Fülep T.,Bede Zs., (2011), Tamas PETER (2012), Zs. Bede, T. Péter (2010.1) és Zs. Bede, T. Péter (2010.2).

4.3. A nagyméretű közúti hálózati modellnél alkalmazott jellemzők összefoglalása

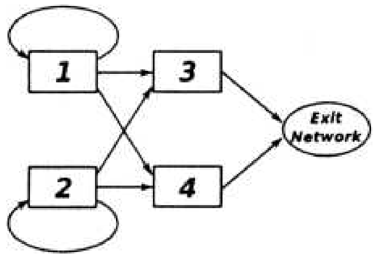
- A modellünkben $0 \le xi(t) \le 1$ normált járműsűrűség állapotjellemzőt használunk (i=1,…,n). Az egy szakaszon, v. szektorban tartózkodó járművek együttes hosszát osztjuk a szakasz hosszával. Ez a számítás alkalmazható a parkolók esetében is, így a parkolók is általánosított szakaszok a modellben.
- A modellezés tárgya egy nemlineáris pozitív rendszer. A hálózaton változó sebességgel és általunk definiált időtől függő $\alpha ij(t)$–vel jelölt szétosztási tényezőkkel áramlik az „anyag”. Az anyagot a közúti járművek testesítik meg. A sebesség a járműsűrűségtől függ, maximuma szakaszonként limitálva van. Ezen kívül a sebességfüggvényt befolyásolja az időjárás, a látási viszonyok, az út geometriája, minősége és szélessége.
- $\beta ij(t)$–vel jelöljük az egyes szakaszok átadásánál fellépő akadályozást ($0 \le \beta ij(t) < 1$), vagy rásegítést ($1 < \beta ij(t)$).
- $0 \le uij(t) \le 1$ kapcsolási függvény az egyes szakaszok átadásánál működő forgalmi lámpák hatását veszi figyelembe.

- A párhuzamosan haladó szakaszok (sávok), továbbá szakaszok és parkolók is adnak át egymásnak járművet a hálózaton. Ezt az átadást 0≤γij(t), vagy 0≤γij(xi(t), xj(t), t) arányossági függvény veszi figyelembe.
- Belső tiltó automatizmusok is működnek a hálózaton: j-ből nem adhatunk át i-re, ha i tele van, xi(t)=1 ⇒ S(xi(t))=0. Ugyancsak j-ből nem adhatunk át i-re, ha j üres xj(t)=0 ⇒ E(xj(t))=0. A normált állapotjellemzők alkalmazásával ezek a feltételek egyszerűen követhetők. Ezek biztosítják a modellben, hogy nem veszünk el „anyagot" onnan ahol nincs (sűrűség nem lép negatív tartományba) és nem adunk oda, ahol a sűrűség már elérte az 1-et.
- A hálózatot egy „G" zárt görbével körülkerített, nem feltétlenül egyszeresen összefüggő tartományban vizsgáljuk. Azon külső szakaszokon, amelyek közvetlen átadási/átvételi kapcsolatban vannak valamely hálózati szakasszal, mérjük a normált 0≤si(t)≤1 forgalomsűrűséget (i=1,…,m).
- A közlekedési modell: ún. „makroszkopikus" modell.
- A matematikai modell: nemlineáris, nem autonóm differenciálegyenlet-rendszer.

4.4. A légiforgalmi modellezés területén alkalmazott hálózati modell tudományos eredményeinek összefoglalása

A légi tervezésnél a késések minimalizálásának elérésére, statikus útvonal paramétereket használnak irányításra pl. Arneson and Langbort, (2009).

A szektorok közötti kapcsolatot feltételekkel felírt gráffal adják meg, pl. a *3. ábrán* szereplő rendszerre: O_1 = {1,3,4}, O_2 = {2,3,4}, O_3 = 0, O_4=0. A légi járművek sebessége állandó.



3. ábra: A légtérhálózat, amelyet a gráffal leírt alkalmazási példában használnak

A modell az alábbi koncepcióra épül:

- Az 0≤xi(t) állapotjellemző, az i-ik szektorban tartózkodó repülőgépek számát jelöli.
- A közlekedési modell makroszkopikus modell.
- A modellezés tárgya egy lineáris, pozitív, konzervatív rendszer. A hálózaton állandó sebességgel és βij szétosztási tényezőkkel áramlik az „anyag". Az anyagot a légi járművek (repülőgépek) testesítik meg.
- A matematikai modell: lineáris időinvariáns, homogén differenciálegyenlet-rendszer.
- Vannak olyan szakaszok, (szektorok) amelyeknél „visszaáramlást" is feltételeznek.
- A vizsgált folyamatnál adott kezdeti értékű állapotjellemzők mellett, konstans sebességű áramlással, βij szétosztási tényezőket figyelembe véve „kifolyik a hálózatból az anyag", tehát az összes repülőgép végül leszáll a repetereken.

Optimálási célok:

- A teljes késedelem minimálása, azaz a megfelelő β_{ij} szabályozó paraméterek megválasztásával a legrövidebb idő alatt történjen meg a repülőgépek leszállása.
- Teljes késedelem minimálása további késedelem megszorításokkal: pl. egyes βij.-re vonatkozó kényszerek (βij<cij), vagy pl. ∫0∞ xi(t)dt<γi. feltétel teljesülése.
- Teljes késedelem minimálása, kapacitás megszorítás mellett, pl. x(t)≤b, ∀ t≥0.

5. AZ ÚJ LÉGIFORGALMI MODELL MEGHATÁROZÁSA

Jól látható, hogy a közúti hálózatok rendkívül bonyolultak a légiforgalmi hálózatokhoz képest. A bemutatottak alapján viszont sikerült meghatározni ezen bonyolult közúti hálózatokra is egy olyan univerzális modellt, amely megfelelően átkonfigurálható, egyszerűsíthető és egy új hatékony eszközzé alakítható a légiforgalmi modellezés területén is. Ugyanakkor természetesen mindezek során, a légiforgalom rendelkezik olyan specialitásokkal is, amelyeket szintén figyelembe kell venni.

Ezek az alábbiak:

- A légi jármű térközökkel tölti ki a szakaszt, tehát modellbeli hossza a valós hosszánál jóval nagyobb. Ez a hossz a járműhossz, és az előtte és utána meglévő térközök összege.
- A légi jármű sebessége igen csekély mértékben függ a járműsűrűségtől, inkább az adott időpontban fellépő külső tényezőktől függ, de ezektől is kis mértékben. Tehát a sebességét konstansnak, ill. erre rászuperponálódó, időtől függő perturbáció függvénnyel írhatjuk le.
- Belső automatizmus függvények ugyanúgy működnek, mint a közúti hálózatoknál, így nem vehetünk el anyagot arról a szakaszról, amelyen nincs, tehát E(x) alkalmazása megmarad. Az S(x) vizsgálat is megmarad, azonban légi jármű nem maradhat egy szakaszon addig, amíg az előtte levő sűrűsége 1 alá nem csökken! Ilyen esetben a légi

útvonal adott szakaszának modellben kialakított valamely párjára kell irányítani a légi járművet, tehát az anyagáramot. Ez azt jelenti, hogy a forgalmat leíró alap gráfnak szükséges számú másolatát is létre kell hozni a modellben és a kapcsolati pontoknál torlódás esetén nem az alap gráfon fut tovább az átadás, hanem valamelyik másolaton, viszont a következő kapcsolati pontnál, ha ez lehetséges visszaadódik az átadás az alap gráfra. Valójában, a modell az alap gráf és másolatai együtteséből áll. Ez megfelel annak a valóságos helyzetnek, ahogy a légiforgalmi irányítás a gyakorlatban történik. Előfordul ugyanis, hogy két, egymáshoz közel haladó, ugyanazt az útvonalat követő légi jármű ugyanazon a magasságon szeretne utazni. Ilyenkor a légiforgalmi irányító, aki szeretné tartani az előírt elkülönítést, elsődlegesen repülési magasság változtatást ajánl fel. Ha sikerül megegyezni, ami általában sikerül, akkor nincs szükség sebességváltoztatásra. Ha a többi repülési szint, ill. magasság is zsúfolt, akkor szóba jöhet az, hogy megkérik a személyzeteket, tartsanak egy meghatározott sebességet. Ha például a normál utazó sebesség 0,78 Mach, akkor az elől haladó repülőgépnek az irányító azt mondja: - Haladj 0,78 Mach-al vagy többel! A hátul haladónak: - Haladj 0,78 Mach-al vagy kevesebbel! Ha az irányító szeretné az elkülönítést megnövelni, akkor kérhet sebesség csökkentést vagy növelést, de ez szinte miden esetben maximum 0,02 Mach-al tér el az optimumtól, ami mindössze 2,6%-ot jelent a sebesség változásában. Ennél többet nem szoktak kérni. (Az optimális sebességet leginkább a repülőgép típusa, tömege és a Cost Index befolyásolja. Értékét a pilóta közli az irányítóval.) Az összes Budapesti járatnak körülbelül a fele közlekedik zsúfolt, nagy gépsűrűségű légtérben (Pl. Rhein, Maastricht, Langen, London FIR). A pilóták tapasztalata szerint, kb. az összes járat 5-10%-ánál fordul elő, hogy az irányító valamilyen sebességtartást kér az útvonalon. Természetesen a megközelítéskor ez már jóval gyakoribb.

- Anyagáram szétosztás és intenzitás függvény, az előbbit figyelembe véve ugyanúgy működik, mint a közúti modellnél.
- Átadásnál zavarás, ill. rásegítés szintén működhet, értékhatárait viszont meg kell vizsgálni.
- Hagyományos értelembe vett lámpajel nincs, viszont a légiforgalmi irányítás ezt oly módon használhatja, hogy az S(x) vizsgálattal összekötve, a szakasz modellben kialakított valamely párjára történhet általa az irányítás.

6. KONKLÚZIÓ

A bemutatott munka új légiforgalmi modell meghatározását szolgálta. Megmutattuk, hogy a bonyolult közúti hálózatokra kidolgozott új modell Péter T., (2008), átkonfigurálható a légiforgalmi modellekre is Péter és Szabó (2012). Létezik tehát egy olyan univerzális hálózati modellt, amely egy új hatékony eszköz nem csak a közúti hálózatokra, hanem a légiforgalmi hálózatok modellezése területén is és rendelkezik mindazokkal a specialitásokkal, amelyeket a légi forgalomnál figyelembe kell venni!

A modellel a légiforgalmi hálózat dinamikus működése vizsgálható, közelebbről a hálózatfejlesztés és irányítás azon alapkérdései, hogy egy meglévő, vagy fejlesztendő hálózaton milyen folyamatok zajlanak le. Rámutattunk arra, hogy a hagyományos modellezési szemlélet alkalmazása igen sok megválaszolatlan kérdést vet fel és állandóan méretproblémákkal küzd. Nehezítette a helyzetet, hogy a közlekedési hálózat rendkívül bonyolult, sokféle szabály, geometriai adat, szezonalitás, stb. jellemzi. A kutatás célja az volt, hogy rámutassunk arra, hogy a hagyományos térkép-gráf szemlélet helyett egy új modell kidolgozása vált lehetővé, amely matematikai területen a pozitív nemlineáris rendszerek elméletéhez vezet. Általa elérhető a nagyméretű hálózati problémák megoldása és új irányítási lehetőségek alkalmazása (a Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási elv és optimálás megvalósítható). Ezek révén pl. olyan vizsgálatok végezhetők el, hogy megfelel-e az adott hálózat jelenleg, ill. a fejlesztéseket követően a fenntartható fejlődés kritériumainak?

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

„TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0012: "Smarter Transport" - Kooperatív közlekedési rendszerek infokommunikációs támogatása - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

IRODALOMJEGYZÉK

Szabó K., Szabó G., és Renner P., (2009) Szabó Krisztián, Szabó Géza, dr. Renner Péter: Emberi hibamodellezés alkalmazása a légiközlekedési kockázatelemzésekben. Közlekedéstudományi szemle. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE* LX. (2009/5). *pp. 29-36.* ISSN 0023 4362.

Bertsimas and Patterson, (1998) Bertsimas, D. and Patterson, S.S. (1998) The air traffic flow management problem with enroute capacities. *Operations Research*, 46(3), 406 – 422.

Krozel et al, (2006) Krozel, J., Jakobovits, R., and Penny, S. (2006). An algorithmic approach for airspace How progiams. *Air Traffic Control Quartelly*,14(3), 203-229.

Bastin, (1999) Bastin, G. (1999) Stabikty and Stabihzation of Nonhnear Systems, volume 246 of Lecture Notes in Control and Information Sciences. Chaptcr Issues in Modeling and Control of Mass-balanced Systems 53-74 Springer Verlag Ben-Tal.

Cantoni et al, (2007) Cantoni, M , Weyer, E , Li, Y , Ooi, S K., Mareels, I , and Ryan, M (2007). Control of large-scale irrigation networks. *Proceedings of the IEEE*, 95(1), 75-91.

Fu et al, (2006) Fu, Y , Wang, H , Lu, C , and Chandra, R S. (2006) Distributod utilization control for realtime clusters with load balancing *Proceedings of the 27th IEEE International Real-Time Systems Symposium.*

Menon et al, (2004) Menon, P.K., Sweriduk, G.D., and Bilimoria, K.D. (2004). New approach for modeling, analysis, and control of air traffic How *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* 27(5), 737 – 744.

Le Ny and Balakrishnan, (2009) Le Ny, J. and Balakirshnan, H. (2009) Distributed feedback control for an Eulerian model of the National Airspace System. Accepted for presentation at American Control Confercnce.

Arneson and Langbort, (2009) Heather Arneson, Cédric Langbort Linear Programming Based Routing Design for a Class of Positive Systems with integral and Capacity Constraints. Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Estimation and Control ofNetworked Systems, Venice, Italy, September 24-26, 2009

Lighthill and Whitham, (1955) Lighthill, M. J. and Whitham, G. B. (1955). On kinetic waves. I: Flood movement in long rivers. II: A theory of traffic flow on long crowed roads. *Proceedings Royal Society,* London, A229, pp. 281-345.

Ashton, (1966) Ashton, W. D. (1966), *The Theory of Road Traffic Flow,* Methu-hen and CO LTD, London.

Greenshields, (1934) Greenshields, B.D.: A study of traffic capacity. Proceedings of the highway Research Board, Proc. Vol. 14. pp. 448-477. 1934.

Greenberg, (1959) Greenberg, H.: "An Analysis of Traffic Flow", Operations Research, Vol.7, pp.79-85, 1959.

Luenberger, (1979) Luenberger, D.: Introduction to Dynamics Systems, Wiley, New York, 1979

Varga, (2007) Varga I.: "Közúti folyamatok paramétereinek modell alapú becslése és forgalomfüggő irányítása", PhD Értekezés, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2007.

Caccetta and Rumchev, (2000) Caccetta, L., Rumchev, V.: A survey of reachability and controllability for positive linear systems,' Annals of Operations Research, vol. 98, pp 101-122, 2000.

Farina, L. and Rinaldi, S, (2000) Farina, L. and Rinaldi, S,: *Positive Linear Systems Theory and Applications.* John Wiley &; Sons, Inc.

Bacciotti, (1983) Bacciotti, A.: On the positive orthant controllability of two-dimensional bilinear sys-tems, Sys. Control Lett., 3: 53-55, 1983.

Coxson and Shapiro, (1987) Coxson, P.G., Shapiro, H.: Positive input reachability and controllability of positive systems, Linear Algebra and its Applications 94 (1987) 35-53.

Valcher, (1996) Valcher, M.E.: ControUability and reachability criteria for discrete-time positive sys-tems, International Journal of Control 65(3) (1996) 511-536.

Boothby, (1982) Boothby, W. M.: Somé comments on positive orthant controllability of bilinear systems, SIAM J. Control Optim., 20: 634-644, 1982.

Sachkov, (1997) Sachkov, Y. L.: On positive orthant controllability of bilinear systems in small codi-mensions, SIAM J. Control Opt., 35: 29-35, 1997.

Péter és Bokor, (2007) Dr. Péter Tamás- Dr. Bokor József : „Nagyméretû közúti közlekedési hálózatok nemlineáris modelljének kapcsolati hipermátrixa" A jövõ jármûve,1-2. Bp. 2007. pp 16-21.

Péter, (2007.1) Dr. Péter Tamás: Nagyméretû nemlineáris közlekedési hálózatok modellezése, *Közlekedéstudományi szemle,* 9. 2007. Szept. LVII. Évf. pp. 322- 331.

Péter, (2007.2) Dr. Péter Tamás: Nagyméretû közúti közlekedési hálózatok analízise. MMA „Innováció és fenntartható felszíni közlekedés" - Konferencia, 2007. szeptember 4-5-6 Budapest, BMF http://www.kitt.bmf.hu/mmaws/index.html

Péter T., (2005) Péter T.: Intelligens közlekedési rendszerek és járműkontroll. Előírások a közlekedés biztonságának növelésére. Bp.2005. pp.1-465. Magyar Mérnökakadémia Symposium.

Péter és Bokor, (2006) Dr. Péter Tamás - Dr. Bokor József: „Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányításának kutatása" A jövő járműve,1-2. Bp. 2006. pp19-23.

Péter T., (2008) Péter T.: Tetszőleges méretű nemlineáris közúti közlekedési hálózatok modellezése speciális hálózati gráffal, amelyben a gráf csúcsai általánosított szakaszok, a gráf élei a csúcsok közötti kooperálót leíró dinamikus relációk. A jövő járműve, III:(3-4) 26-29 (2008).

Péter T., (2011.1) Dr. Péter Tamás: Csomópontok optimális működtetése közúti közlekedési hálózatban, a matematikai modell tárgyalása. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE* LX. évfolyam:(1.) *pp. 27-33. Paper Közúti közlekedés.* (2011).

Péter T., (2011.2) Dr. Péter Tamás: Csomópontok optimális működtetése közúti közlekedési hálózatban, a számítási eredmények vizsgálata. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE* LX. évfolyam:(2) *pp. 4-14. Paper 1.* (2011).

Péter T., (2009) Péter T.: Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányítása, célok, kutatási területek és eredmények. A jövő járműve, IV:(1-2) 59-78 (2009).

Péter, T., Bokor, J., (2010) Péter, T., Bokor, J.: Modeling road traffic networks for control. Annual international conference on network technologies & communications: NTC 2010. Thaiföld, 2010.11.30-2010.11.30. *pp. 18-22. Paper 21.* (ISBN:978-981-08-7654-8).

Péter, T., Bokor, J., (2011.) T. Peter, J. Bokor: New road traffic networks models for control, *GSTF International Journal on Computing,* vol. 1, Number 2. pp. 227 -232. DOI: 10.5176_2010-2283_1.2.65 February 2011.

Péter T., (2011.3) Dr. Péter Tamás: A globális közúti hálózati modell és alkalmazása az intelligens hálózatok létrehozásánál, a BME kutatóegyetemi programjában Budapest, IFFK 2011. aug.29-31. Paper 03, pp.8-19.

Peter T., Fülep T., Bede Zs., (2011) Peter T., Fülep T.,Bede Zs.: The application of a new principled optimal control for the dynamic change of the road network graph structure and the analysis of risk factors, 13th EAEC European Automotive Congress 13th-16th June 2011. Valencia – SPAIN

Péter és Szabó (2012) Dr. Péter Tamás - Szabó Krisztián: Új hálózati modell, nagyméretű légiforgalmi hálózatok vizsgálatára, *Közlekedéstudományi szemle*, 4. 2012. pp. 46-54.

Tamas PETER (2012) Tamas PETER: MODELING NONLINEAR ROAD TRAFFIC NETWORKS FOR CONTROL OF JUNCTIONS, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS), 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 1- 9.

Zs. Bede, T. Péter (2011.1) Zsuzsanna Bede, Tamás Péter: The development of large traffic network model *PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING* 39:(1-2) *pp. 3-5.* (2011)

Zs. Bede, T. Péter (2011.2) Zsuzsanna Bede, Tamás Péter: The mathematical modeling of Reversible Lane System *PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING* 39:(1-2) *pp. 7-10.* (2011)

Zs. Bede, T. Péter (2010.1) Bede Zsuzsanna, Szabó Géza, Péter Tamás: Optimalization of road traffic with the applied of reversible direction lanes *PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING* 38:(1) *pp. 3-8.* (2010)

Zs. Bede, T. Péter (2010.2) Zsuzsanna Bede, Tamás Péter: The Extraction of Unique Velocity Processes from a Macro Model *PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING* 38:(1-2) *pp. 114-121.* (2010)

Bécsi T, Péter T (2008) Bécsi T, Péter T: Development and Evalution of a Fuzzy-based Microscopic Vehicle-following Modell *PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING* 36:(1-2) *pp. 15-19.* (2008)

Bécsi T, Péter T (2006) Bécsi T, Péter T: A Mixture of Distributions Background Model for Traffic Video Surveillance *PERIODICA POLYTECHNICA-TRANSPORTATION ENGINEERING* 34:(1-2) *pp. 109-117.* (2006)