

Célforgalmi mátrix becslése valós idejű közúti forgalmi paraméterek alapján

Ádám Ludvig*, Tamás Tettamanti**

*BME, Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék, hunludvig@gmail.com

**BME, Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék, tettamanti@mail.bme.hu

Abstract: Az intelligens közlekedési rendszerek (ITS) és a hatékony közlekedésirányítás elengedhetetlen eleme a közlekedési igények pontos és aktuális ismerete, amit a célforgalmi mátrix fejez ki. A célforgalmi mátrix hagyományos mérési módszerei nehézkesek és pontatlanok, ugyanakkor a legtöbb, már létező, ITS megoldások számtalan mérőrendszert kínálnak. Ezen mérőeszközök által gyűjtött adatok összefésülésével és újraértelmezésével költséghatékonyan és pontosabban lehet felmérni az igényeket és a forgalom paramétereit.

1. BEVEZETÉS

Korunkban a korszerű, gyors és hatékony közlekedés eszközeivel a világ összezsugorodott, a személyi és az áru fuvarozás egyre bővülő kínálata nyújt megoldást a világ inhomogenitásának haszonra fordításában. A növekvő igények és a fejlődő technika napról napra kihívás elé állítja a korokkal ezelőtt kialakult és sok esetben, mint például történelmi városok, változtathatatlan közlekedési infrastruktúráját.

Az intelligens közlekedési rendszerek (ITS), amik az EIT kutatási hivatal témáinak is szerves részei¹, nyújtanak megoldást a növekvő igények kielégítésére és a közlekedés hatékonyabbá tételére.

A közlekedésmérnöki tervezés feladata a közlekedési igények kielégítése. Ehhez elengedhetetlen azok pontos és aktuális ismerete. A közlekedési igények leírásának eszköze a célforgalmi mátrix, mely kifejezi az úthálózat egyes régiói közötti forgalmakat.

A célforgalmi mátrix meghatározása hagyományosan mintavételezéses kikérdezés segítségével történik, mikor is a lakosság egy kis, de reprezentatív szeletének utazási szokásait és igényeit összeírják és ebből következtetnek a teljes lakosság igényeire Horváth et al. [2007].

Látszik, hogy a mérés rengeteg bizonytalansággal terhelt, a kis minta nem feltétlenül tud helyesen szolgálni az általánosítás alapjául, a kérdezett személy emlékezetből, bizonytalanul válaszolhat a kérdésekre, valamint az időbeliséget sem reprezentatívan mutatja.

A kapott célforgalmi mátrix értéke pontatlan, a lakosság vagy a környezet változásait követni képtelen statikus adatként megfelelhet a közlekedés nagyobb volumentű tervezéséhez, de alkalmatlan a forgalom dinamikáját követő, gyors, valós idejű, alkalmazkodó forgalomirányításra.

¹ <http://www.eitictlabs.eu/innovation-areas/intelligent-mobility-and-transportation-systems/>

A közlekedési igények aktuális és pontos meghatározására több modern technológia is nyújt lehetőséget, többek között a hagyományos hurokdetektor és a közlekedésben frissen felkapott mobiltelefon-hálózat. A mobiltelefonok felhasználása új utakat nyithat meg a közlekedési és városrendezési módszerek között, mellyel Tettamanti et al. [2012] is foglalkozik.

A számtalan rendelkezésre álló, szigetszerű mérőrendszer adatainak vizsgálatával természetes kérdésként merül fel, hogy a rendelkezésre álló adatokból milyen információ bányászható ki.

2. MATEMATIKAI MODELL

A vizsgált közút hálózatot egy gráffal lehet ábrázolni, aminek a csúcsai a közúti csomópontok, az azok közötti útvonalakat pedig az élek reprezentálják. A közút hálózatot reprezentáló gráfot \mathcal{G} szimbólum jelöli a cikk további részében.

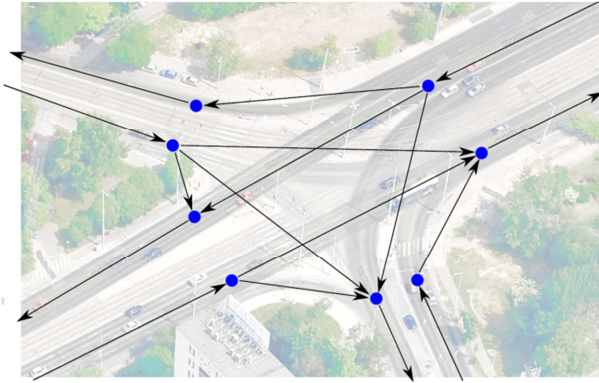
Amennyiben egy csomópontban nem lehet minden irányba fordulni, az adott csomópont több csúcsra bontható, amik között a fordulási lehetőségeket a valóságnak megfelelően lehet élekkel kifejezni.

Az 1. ábrán látható egy valós közúti csomópontból kialakított gráf részlet a Műegyetemtől nem messze található Bogdánfy és Irinyi József utcák forgalmas kereszteződéséről, ahol a magas forgalom miatt korlátozták a fordulási lehetőségeket, például a Bogdánfy utcáról Karinthy Frigyes út felé.

2.1 Folyamváltások

A közlekedés egy időben és térben lezajló, összetett folyamat, mely állapotának pontos ismerete valamennyi, az úthálózaton tartózkodó jármű időfüggő helyzetének ismeretét jelenti. Az egyedi közlekedési események lezajlását meghaladó időintervallumokra bontott vizsgálat esetén lehet alkalmazni a statikus ráterhelés módszerét, amihez elegendő az adott kezdő és végpontok között, adott útvonalon közlekedő járműfolyamokkal végzett számolások. A

dinamikus, időben változó közlekedési folyamatok vizsgálatával a dinamikus ráterhelés témaköre foglalkozik.



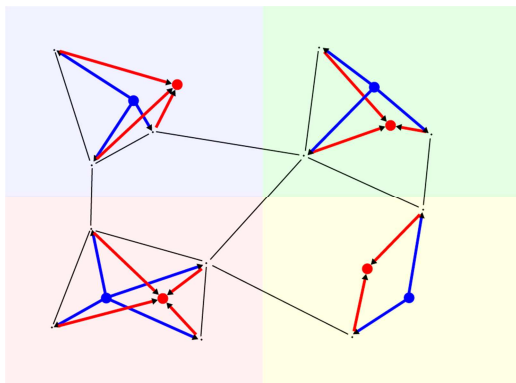
1. ábra A Bogdánfy és Irinyi József utcák által alkotott csomópont

A klasszikus közlekedésmérnöki forgalom felvétel régiókra bontja a vizsgált területet és a régiók közötti folyamatok mértékét vizsgálja. A régiók közötti forgalom kiinduló és végpontja a régió belül bárhol lehet, a vizsgálat szempontjából érdektelen. A ráterhelési feladat régiónkénti célforgalmi mátrixszal visszavezethető egy módosított úthálózatú ráterhelési feladatra, melyben a célforgalmi mátrix a csúcsok közötti forgalmat fejezi ki.

A régiók forrás és nyelő középpontjának régióként egy-egy fiktív csúcsot felvéve és azokat megfelelően irányított, 0 súlyú élekkel a régió területén található összes csomóponttal összekötve alkotható meg a módosított úthálózat. A korábbi célforgalmi mátrix az új csúcsok közötti célforgalmi mátrix lesz.

Ez a konstrukció nem befolyásolja az útvonal kereséseket az úthálózaton, mivel az új élek súlya nem befolyásolja az utak súlyát, az újonnan keletkező csúcsok pedig források és nyelők, útvonal azokon keresztül nem vezethet.

A konstrukciót a 2. ábra mutatja be, melyen az eredeti fekete úthálózat lett módosítva a kék és piros, forrás és nyelő csúcsok hozzáadásával.



2. ábra A közút hálózat régióinak kiegészítése virtuális forrás és nyelő csúcsokkal

$$F \subseteq V(\mathcal{G}), Ny \subseteq V(\mathcal{G}) \quad (1)$$

$$D = (D_{o,d}) | o \in F, d \in Ny \quad (2)$$

A vizsgált feladatban az úthálózatot leíró \mathcal{G} gráf csúcshalmazának két részhalmaza az F források és Ny nyelők halmaza, amik között a célforgalmi mátrix felírható. A célforgalmi mátrixot D , elemeit pedig $D_{o,d}$ jelöli.

Egy forrás és egy nyelő csúcs között több lehetséges útvonal létezik a gráfnak megfelelően, ezeket sorban $p_{o,d}^k | o \in F, d \in Ny, k \leq K_{o,d}$ jelöli, valamint jelölje \mathfrak{P} az összes útvonal halmazát.

$$\mathfrak{P} = \{p_{o,d}^k | o \in F, d \in Ny, k \leq K_{o,d}\} \quad (3)$$

A $p_{o,d}^k$ által jelölt útvonalon képződő forgalom folyam mértékét $f_{o,d}^k$ mutatja. Valamint $K_{o,d}$ jelöli az o és d csúcsok közötti lehetséges útvonalak számát.

$$K_{o,d} = |\{p | p \text{ út } \mathcal{G} - \text{on } o \text{ és } d \text{ között}\}| \quad (4)$$

A célforgalmi mátrix $D_{o,d}$ eleme az $o \in F$ csúcsból a $d \in Ny$ csúcsba tartó összes folyamatot jelenti.

$$D_{o,d} = \sum_{k \leq K_{o,d}} f_{o,d}^k | \forall o \in F, \forall d \in Ny \quad (5)$$

Az így meghatározott $f_{o,d}^k$ változók által alkotott térben lehet vizsgálni a célforgalmi mátrix meghatározottságát.

2.2 Ellenállás függvény

Az egyes élek ellenállása vagy költsége függ a rajtuk kialakuló forgalom mértékétől. Szakmai neve a Volume Delay Function (VDF), vagyis forgalomnagyság-késés függvény, mely a forgalomfüggő utazási időre utal Taale [2008] alapján. Az útszakaszok ellenállása ugyanúgy a forgalomnagyság és a sebesség tapasztalati összefüggését fejezi ki. Egy útszakaszon az eljutási idő több tényezőtől függ, úgymint az útszakasz hossza, geometriája, minősége és a rajta áthaladó forgalom nagyságától, amit Vision [2010] részletez. Ennek a leírására különböző iparági szabványok adtak.

Az utazási idő függvények általános szerkezete

$$t(q) = t_0 \cdot f(sat) \quad (6)$$

alakú, ahol t_0 az útszakaszon szabad áramlás közben való áthaladás idejét, a szabad áramlási utazási időt jelenti. Ez tipikusan a megengedett maximális sebességgel való haladást jelenti.

Az utazási idő függvény értéke a

$$sat = \frac{q}{q_{max}} \quad (7)$$

telítettségén keresztül függ a forgalomnagyságtól, ahol q_{max} az útszakasz elméleti, ideális maximális forgalomnagysága.

2.3 Mérések

A közlekedésmérnöki gyakorlatban alkalmazott mérőrendszerek jellemzője, hogy a fentebb vázolt $f_{o,d}^k$ változók egy részhalmazára ad összefüggést.

Keresztmetszeti mérés A leggyakrabban hurokdetektor eszközzel az úthálózat egy rögzített keresztmetszetében forgalomnagyság értéket lehet mérni, amit a járműmegmaradás feltételezésével a teljes élre ki lehet terjeszteni. Egy \mathbb{G} -beli e él forgalomnagyságát X_e szimbólummal jelölöm és értéke a rajta áthaladó utak forgalom nagyságainak összege.

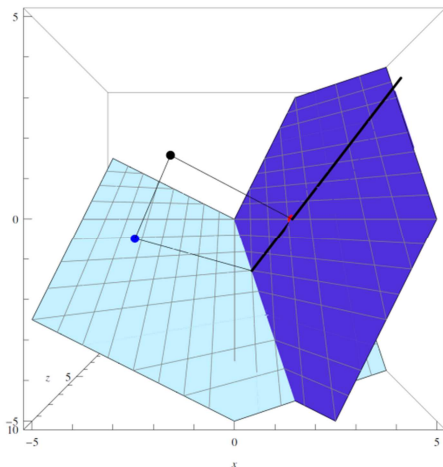
$$X_e = \sum_{\substack{p_{o,d}^k \in \mathfrak{P} \\ p_{o,d}^k \cap e \neq \emptyset}} f_{o,d}^k \mid e \in \mathbb{E}(\mathbb{G}) \quad (8)$$

Hálózati mérés A klasszikus keresztmetszeti mérések mellett terjedőben vannak a vonali vagy hálózati mérést lehetővé tevő technológiák az utakon. Ezek jellemzője, hogy nem az út egy adott keresztmetszetében adnak a forgalomra jellemző értéket, hanem útvonalakra.

Jellemző formája a hálózati méréseknek egy jármű trajektória sűrűbb vagy ritkásabb mintavételezése. Az egyes minták között a jármű útja ismeretlen, a Wardrop [1952] által közlekedésre átfogalmazott Nash egyensúly, vagy felhasználói egyensúly alapján valamennyi lehetséges útvonalon azonos az eljutási idő a trajektória két pontja között. Így egy hálózati mérés útvonalanként egy-egy egyenletet jelent.

3. A CÉLFORGALMI MÁTRIX KISZÁMOLHATÓSÁGA

A rendelkezésre álló mérések alapján célforgalmi mátrix kiszámíthatósága a kérdés. A teljes rendszer folyamátváltozónak megállapítása nem szükséges ahhoz, hogy a célforgalmi mátrix elemeit ki lehessen számolni. Mivel a mátrix elemei lineáris kombinációi a folyam változóknak, elég megvizsgálni a mérések által kifizített lineáris altér és a célforgalmi mátrix elemei által kifizített altér viszonyát.



3. ábra A célforgalmi mátrix elemei és a mérések által kifizített alterek kapcsolatának illusztrációja

A 3. ábra illusztrálja, hogy az $f_{o,d}^k$ folyamatok által kifizített $|\mathfrak{P}|$ dimenziós valós térben a világos színnel jelölt altér

generálja a mérések. A fekete ponttal jelölt pont szimbolizálja a valóságot, annak kékkkel jelölt vetülete a mérések alterére ami ismert és mérhető.

A célforgalmi mátrix elemei által generált alteret a sötétkék sík jelképezi, amin a valóság, piros színnel jelölt, vetületét a feladat meghatározni. Ha a célforgalmi altér nem esik bele a mérések alterébe, akkor a kívánt információ nem határozható meg egyértelműen, azaz marad szabadságfoka.

Az ábrán vastag fekete vonallal jelölt egyenes a célforgalmi mátrix által felvehető értékek altere a mérések ismeretében.

3.1 Eszközök

A matematikai modell kidolgozása után a konkrét implementáció (Matlab és Mathematica) két elterjedt matematikai programcsomag segítségével készült el, melyek alkalmasak mind egyszerűbb, mind komolyabb matematikai műveletek elvégzésére. A Wolfram Research Institute által fejlesztett Mathematica szoftvercsomag egy kimagaslóan összetett, egyszerűen használható, kiváló megjelenítési lehetőségeket biztosító megoldás a kor kutatásainak segítésére (Szili and Tóth [1996]).

3.2 A kifizített alterek meghatározása

$$X_e = \sum_{\substack{p_{o,d}^k \in \mathfrak{P} \\ p_{o,d}^k \cap e \neq \emptyset}} f_{o,d}^k \mid e \in \mathbb{E}(\mathbb{G}) = \underline{\underline{M}}_{mes} \cdot \underline{f} \quad (9)$$

Az élek és az utak lineáris kapcsolatát kifejező $\underline{\underline{M}}_{mes}$ mátrix megfelel az éleken forgalomnagyságokat nyújtó mérőrendszer által kifizített altérnek a folyamok tere felett, ahogyan azt 9. egyenlet kifejezi.

Az $\underline{\underline{M}}_{mes}$ konstrukciója hasonlóan bővíthető vagy csökkenthető a rendelkezésre álló mérőrendszereknek megfelelően, attól függően, hogy az eszköz a folyamok milyen lineáris kombinációját képes mérni.

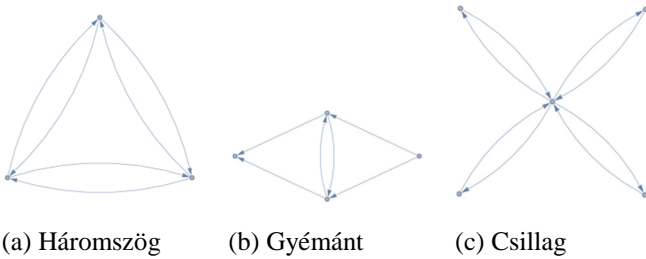
$$D_{o,d} = \sum_{k \leq K_{o,d}} f_{o,d}^k = \underline{\underline{M}}_{OD} \cdot \underline{f} \mid \forall o \in F, \forall d \in Ny \quad (10)$$

Az adott útvonalakra meghatározható a $(o, d) \in F \times Ny$ pár és az utakon realizálódó folyamatok közötti összefüggést 10. egyenlet szerint leíró $\underline{\underline{M}}_{OD}$ mátrix. A mátrix egy sora összegzi az adott kezdő és végpontok közötti összes útvonal forgalomnagyságát, ezáltal a mátrix a célforgalmi mátrix elemei által kifizített alteret határozza meg.

A $\underline{\underline{M}}_{OD}$ és $\underline{\underline{M}}_{mes}$ mátrixokat összefűzve kapott mátrix rangját a két mátrix rangjával összevetve lehet következtetni a mérések és a meghatározandó célforgalmi mátrix által kifizített alterek viszonyáról. Ha az összefűzött mátrix rangja, az általa kifizített altér dimenziója megegyezik a $\underline{\underline{M}}_{mes}$ rangjával, akkor a mérés egyértelműen lehetséges.

4. TESZT SZÁMÍTÁSOK

A módszert demonstrálja három kisebb gráf, amiket 4. ábra mutat be. Az eredmények összefoglalása 5. táblázatban látható. A $f_{o,d}^k$ jelölésű oszlop a folyam változók által kifeszített tér dimenzióját mutatja, ez az egész tér, amiben a modell értelmezve van. A $D_{o,d}$ oszlop a célforgalmi mátrix elemei által kifeszített alter dimenziója a folyamok teljes terében. A következő, X_e jelű oszlop az éleken egyesével végzett méréseknek megfelelő alter dimenziója valamint az $D_{o,d} + X_e$ oszlop a mérések és a célforgalmi mátrix együttesen kifeszített alterének dimenzióját mutatja be a folyamatok terében.



4. ábra Kisebb tesztesetek

Az utolsó deg_f oszlop a közösen kifeszített alter dimenziójának és a mérések alterének dimenziójának különbsége, kifejezi a célforgalmi mátrix szabadságfokát a mérésektől, annak függetlenségére utal.

gráf	$f_{o,d}^k$	$D_{o,d}$	X_e	$D_{o,d} + X_e$	deg_f
	12	6	6	10	4
	4	1	4	4	0
	12	12	7	12	5

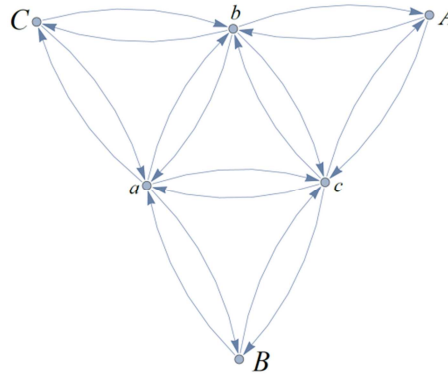
5. ábra Kisebb teszhálózatok tulajdonságai

A három példa három különböző, kanonikus esetet mutat be.

A háromszög nevű, 4a. ábrán látható tesztgráfban minden csúcsból minden csúcsba két különböző útvonalon lehet eljutni, ezáltal a folyamatok tere 12 dimenziós, mivel a célforgalmi mátrix diagonálistól különböző elemeinek száma 6. Ez a hat elem mind független egymástól, ezt mutatja a következő oszlop is, valamint a hat él forgalma is független, tehát az X_e alter is hat dimenziós. A vizsgált, együttesen kifeszített alter 10 dimenziós, így a célforgalmi mátrix négy paraméterben független a mérésektől, arra csak részleges becslés adható.

A 4b. ábrán látható, gyémánt fantázianevelű tesztgráfnak a célforgalmi mátrixa 1 elemű, mivel az irányított élek miatt abban csak jobbról balra lehet haladni. A lehetséges útvonalak száma négy, ezt a mérések tere teljesen ki is fészíti, a célforgalmi mátrix tehát pontosan megállapítható a mérések alapján, annak szabadságfoka nincs.

A csillag nevű gráfnak, amit 4c. ábra mutat, a négy periférikus csúcsa közötti célforgalmi mátrixát határoztam meg, ami a lehetséges hurokmentes utak egyértelműsége miatt kifeszíti a teljes 12 dimenziós teret. Az elvégezhető mérések ebből csupán egy 7 dimenziós alteret határoznak meg, így a célforgalmi mátrix szabadságfoka 5 marad.



6. ábra Kettős háromszög

Komolyabb vizsgálatra a kettős háromszög nevű, a 6. ábrán látható kitalált közúthálózatot reprezentáló gráf érdemes.



7. ábra A kettős háromszög \underline{M}_{OD} mátrixának ábrázolása



8. ábra A kettős háromszög \underline{M}_{mes} mátrixának ábrázolása



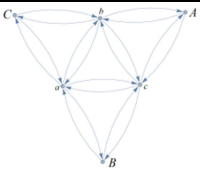
9. ábra A \underline{M}_{mes} és \underline{M}_{OD} mátrixok összefűzésével kapott mátrix

A kettős háromszög két külső csúcsa között 10 lehetséges útvonal létezik, ennek megfelelően 60 dimenziós a folyamváltozók tere. A gráfnak 6 csúcsa és 18 éle van, a célforgalmi mátrix a kis háromszög gráf célforgalmi mátrixával egyezik meg, ennek is 6 meghatározandó eleme van, amiket 10. mátrix ábrázol.

A célforgalmi mátrixot a folyamváltozók függvényében leíró \underline{M}_{OD} mátrix és a méréseket reprezentáló \underline{M}_{mes} mátrix 7 és 8. ábrákon látható, a két mátrix összefűzéséből kapott mátrixot pedig 9. ábra mutatja.

	A	B	C
A	–	$D_{A,B}$	$D_{A,C}$
B	$D_{B,A}$	–	$D_{B,C}$
C	$D_{C,A}$	$D_{C,B}$	–

10. ábra A kettős háromszög célforgalmi mátrixa

gráf	$f_{o,d}^k$	$D_{o,d}$	X_e	$D_{o,d} + X_e$	deg_f
	60	6	15	19	4

11. ábra A kettős háromszög tulajdonságai

A 11. táblázat tartalmazza a teszhálózatra elvégzett számíthatósági vizsgálat eredményét. A célforgalmi mátrix altere 4 dimenzióban független a rendelkezésre álló mérések terétől, annak értékére csak eléggé pontatlan becslés adható.

5. ÖSSZEGZÉS

A kialakított eszközök közös alapot nyújthatnak későbbi adatfűzés megoldásokhoz. Valamint segítségükkel könnyen vizsgálhatóvá válhat a kiépített mérőrendszerek további

lehetséges felhasználásainak kutatása és azok célirányos bővítésének hatékony tervezhetősége.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerzők köszönetet mondanak a TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0012: "Smarter Transport" - Ko-operatív közlekedési rendszerek infokommunikációs támogatásáért. A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

A munka tartalma kapcsolódik az EITKIC_12-1-2012-0001 projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. Az EITKIC_12-1-2012-0001 projekt a Magyar Kormány támogatásával a Nemzeti Fejlesztési Ügynökség kezelésében a Kutatási és Technológiai Innovációs Alap finanszírozásával valósul meg.

„TÁMOP-4.2.2.A-11/1/KONV-2012-0012: Hibrid és elektromos járművek fejlesztését megalapozó kutatások - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

REFERENCES

- Balázs Horváth, Csaba Koren, István Prileszky, and Zsuzsanna Tóth-Szabó. *Közlekedéstervezés*. Széchenyi István Egyetem, 2007.
- L. Szili and J. Tóth. *Matematika és Mathematica*. ELTE Eötvös Kiadó, 1996.
- Henk Taale. *Integrated Anticipatory Control of Road Networks*. PhD thesis, Technische Universiteit Delft, 2008.
- Tamás Tettamanti, Hunor Demeter, and István Varga. Route choice estimation based on cellular signaling data. *Acta Polytechnica Hungarica*, 9(4):207{220, 2012.
- PTV Vision. *VISUM 11.5 - Basics*. PTV AG, 2010.
- John GlenWardrop. Some theoretical aspects of road traffic research. In *ICE Proceedings: Engineering Divisions 1*, 1952.