Közúti hálózatok elméleti kutatása és alkalmazási lehetőségei Győr város forgalmi modellezésénél

Dr. Péter Tamás

BME Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék, 1111 Budapest, Stoczek u. 2.
(e-mail: peter.tamas@mail.bme.hu)

Abstract: A nagyméretű közlekedési hálózatok kutatása téma az elméleti kérdések vizsgálata mellett kiemelt gyakorlati jelentőséggel is bír! A kutatást több olyan alapkérdés motiválja, amelyeket a jelenlegi modellezési technikákban elhanyagolnak, viszont a gazdaságilag már jelentős problémákra választ kereső nagyméretű hálózati modellek alkalmazásakor nem hanyagolhatunk el és nem kerülhetünk meg. A bemutatott kutatás egy új elvű megközelítést ad a globális közúti hálózati folyamatok leírására és az intelligens hálózatok megvalósítására.

1. BEVEZETÉS

A kutatás témája általánosabb megközelítésben, a hálózat általános dinamikus működését vizsgálja. A gyakorlatban természetesen a hálózatfejlesztés és tervezés olyan problémáira összpontosít, amelyeknek a megoldásai pontos választ adnak arra, hogy egy meglévő, vagy fejlesztendő hálózaton milyen konkrét folyamatok zajlanak le? Megfelel-e az adott hálózat, (ill. a fejlesztéseket követően) a fenntartható fejlődés kritériumainak? A hagyományos modellezési szemlélet alkalmazása igen sok megválaszolatlan kérdést vet fel, és állandóan méretproblémákkal küzd. Természetesen, maga a feladat is igen összetett: a közlekedési hálózat rendkívül bonyolult, belső automatizmusok, humán tényezők, sokféle szabály, geometriai adat, szezonalítás, stb. jellemzi. Minden részhálózat más, sokféle az egyedi szabály, ennek kapcsán, bármely részhálózat, csak egy nagyon kis rész az egészből és minden esetben csak a nagy hálózatból kivett példa lehet! Alapkérdés, hogy lehet-e ezekből a példákból következtetni az egészre, a teljesre? Ha megoldjuk egy résznek az optimálását, nincs válasz arra, hogy mi van a komplementerrel? Például, nem tudjuk, hogy nem toltuk-e át oda a problémát? Ha szoftveresen algoritmizált modelleket alkalmazunk, ezek nem alkalmasak arra, hogy egzakt (matematikai) következtetéseket, ill. eredmények adjanak! Ugyanakkor, a viszonylag kisméretű modellek is támaszthatnak rendkívüli számításigényt, pl. parciális differenciál-egyenletrendszerrel dolgozó egyes makroszkopikus modellek.

A rendkívül komplex témakörben az elméleti kutatások az OTKA CNK78168 – CONTRA 2009-12 projektben indultak el, melyet Bokor József akadémikus irányított és folytatódtak a „TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0012: "Smarter Transport" projekten belül a Széchenyi István Egyetemen, a Járműipari Kutató Központban, ahol Bokor akadémikus az igazgató.

A kutatás célja a hagyományos térkép-gráf szemlélet helyett egy új modell létrehozása, amely matematikai területen a pozitív nemlineáris rendszerek elméletéhez vezetett. Az általa elérhető nagyméretű hálózati problémák megoldása és az új irányítási lehetőségek kiemelése, Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási elv és optimálás megvalósítása.

A tárgyalt modellt alkalmazzuk nagyméretű közúti közlekedési hálózatok modellezésére – **Győr Város Forgalmi Modell** - és folyamatban van a közlekedési rendszerek szabályozásának vizsgálata is. Célkitűzés olyan alkalmazás létrehozása, amely tartományon mért valós idejű járműsűrűség, vagy emisszió alapján ad utasításokat a forgalomirányító központoknak a forgalmi dugók vagy környezeti ártalmak elkerülésére. Tartományon történő optimális és biztonságos áthaladási útvonalra ad előszámítások alapján útvonal információt a járműveknek ugyancsak a forgalmi dugók elkerülésére. A rendelkezésre álló hálózati IT eszközök és a járművekbe beépített számos elektronikus és elektromechanikai alkatrésznek köszönhetően a kitűzött célok java része ma már elérhető.

A témakörben kiemelt cél közös pályázat elkészítése európai partner-egyetemeinkkel is a Horizon 2020 EU-s pályázatok körében. Az **Université de Haute-Alsace Mulhouse, MIPS Laboratory**, France vonatkozásában a közös kutatás univerzális közúti hálózati modellt épít fel és Intelligent Driver Model (IDM) modellt alkalmazó járműcsoportok optimális áthaladását határozza meg, Oussama Derbel, Tamás Péter, Hossni Zebiri, Benjamin Mourllion and Michel Basset (2012). A feladat kettős irányítást igényel, egyrészt a nagyméretű hálózat adott tartományának irányítását, másrészt az IDM modellcsoportba tartozó járművek irányítását. Gyakorlati szempontból az irányítás többkritériumú, kiterjed a városi forgalom, a környezeti terhelések és a konvojban mozgó járművek optimális trajektórián történő célba juttatására is.

Online: ISBN 978-963-88875-3-5
CD: ISBN 978-963-88875-2-8
Paper 02
Copyright 2013 Budapest, MMA.
Editor: Dr. Péter Tamás

Az **Université de Grenoble GIPSA-lab.**, France vonatkozásában a közös kutatás, a forgalmi modellből kinyerhető nagyszámú adat felhasználásával válik érdekessé. A forgalmi modell alapján a sebességfolyamatok ismertté vállnak és ez alapján, a szakaszokon fellépő hosszirányú gyorsulások is kiszámíthatók a forgalmi modell tetszőleges i-ik szakaszán. A sebességvektor deriválásának elvégzésével a gyorsulásvektor is felírható és a rendszer állapotegyenlete alapján közvetlenül számítható a folytonos gyorsulásvektor is. Összegezve: kiszámítható a kiválasztott trajektória mentén az út-idő függvény, amely megadja a gépjármű tartózkodási helyét a t időpontban, továbbá ismerjük a sebességét és gyorsulását is a t időpontban a trajektória aktuális szakaszán. A sebesség adatok a függőleges dinamikára vannak hatással az útprofil révén, a hosszirányú gyorsulások a hosszdinamikára hatnak. Tehát, a hálózati forgalmi modell fontos adatokat szolgáltat a járműdinamikai, stabilitási és biztonsági vizsgálatokhoz is. Ez az analízis a gyorsasága miatt és az egy időben, a nagyszámú járműre történő alkalmazhatósága miatt, igen fontos hatást gyakorol a további járműipari kutatásokra és az irányítási vizsgálatokra is.

2. A NAGYMÉRETŰ KÖZÚTI HÁLÓZATOKON LEJÁTSZÓDÓ FOLYAMATOK

A közúti közlekedés korszerű tervezéséhez és korszerű szabályozásához elengedhetetlen a közlekedési folyamatok mélyebb ismerete. A folyamatokat leíró közúti közlekedési rendszerek nagyméretű sztochasztikus dinamikus rendszerek. Nyilvánvaló, hogy egy közúti közlekedési hálózati modell igen bonyolult dinamikus rendszer:

1. Számos geometriai jellemző szab feltételeket.
2. Számos egyedi szabályozás működik.
3. A párhuzamos sávok hatással vannak egymásra. Ez a kölcsönhatás, ami egymásra történő átdolgozás, egymás zavarása, befolyásolja a párhuzamos sávokon kialakuló járműsűrűséget és a járművek sebességét.
4. A szembejövő járműforgalom is kölcsönhatással van egymásra. Ez a kölcsönhatás, természetes módon érvényesül a bizonytalan vezetőknél, de elsősorban az előzések következtében fellépő zavarásában, illetve este, a szembe jövő járművek világításának zavaró hatásában mutatkozik meg.
5. A definiált parkolók, valamint az utak melletti parkoló sávok a hálózat működésében, mint általánosított szakaszok vesznek részt, és az ott leparkolt járművek is kölcsönhatásban vannak azokkal a hálózati szakaszokkal, ívekkel, amelyekkel közvetlen forgalmi kapcsolatban állnak. Ez, az időben változó intenzitású kapcsolat képes pl. önmagában is csúcsterhelést létrehozni a vizsgált hálózaton anélkül, hogy erre a hálózatra valamely definiált külső hálózatról forgalom beérkezne.
6. Jármű átadást érintő belső automatizmusok is működnek a kapcsolatban álló hálózati elemek között. Pl. hiába zöld a lámpa, nem történik átadás, ha túl nagy a járműsűrűség a felvevő szakaszon, vagy ha nulla az átadó szakaszon.
7. Igen nagyszámú résztvevő kap szerepet.
8. Igen jelentős befolyása van a humán tényezőknek.
9. Sokféle külső tényező, szezonális hatások, időjárás, stb. játszik közre.

Mindezek ellenére a használható modellekkel szemben alapkövetelmény a hatékonyság:

1. A modell vegyen figyelembe minden olyan elemet, amely a rendszer működése során tényleges hatást gyakorol, és elhanyagolása eltorzítaná az eredményeket.
2. Matematikailag legyen korrekt és megalapozott.
3. A szimuláció esetén numerikusan gyors legyen.
4. Szabályozás esetén valós idejű szabályozás valósuljon meg.

I. Általános hálózati modell felírása esetén a vizsgálatunkban beszámozunk minden olyan külső szakaszt is, amely a komplementer tartományban a térképen található, ezeket rendre: 1,2, … , m számmal jelöljük.

II. A szűkített hálózati modell felírása esetén, a térkép alapján, csak minden olyan külső szakaszt számozunk be, amely közvetlen kapcsolatban áll valamely tartományon belüli szakasszal, tehát amely a közlekedési forgalom szempontból input, vagy output szakaszt jelent, ekkor ezeket jelöljük rendre: 1,2, … , m számmal.

Összefoglalva: az n db. belső szakaszból álló közlekedési hálózati modellünk írja le azt a közúti/városi közlekedési rendszert, amely egy G zárt görbével körülhatárolt nem feltétlenül egyszeresen összefüggő $\mathbf{H_B}$ tartományában helyezkedik el.

A **rendszer állapotjellemzői**, rendre $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$,…, $x_n(t)$, amelyek uniformizáltak abban az értelemben, hogy útszakaszra, vagy parkolóra is vonatkozhatnak és az állapotjellemzők bármely szektor esetében a [0,1] -on normáltak.

A modellhez tartozik a $\mathbf{H_K}$ tartomány is, amely a külső szakaszokból álló közlekedési hálózatot foglalja magában (ez egyben a $\mathbf{H_B}$ komplementer tartománya is). **Általános hálózati modell esetében,** ez minden külső szakaszt tartalmazza, a **szűkített hálózati modell esetében viszont** csak azon részhálózati szakaszokat, amelyeknek közvetlen kapcsolatuk van valamely belső szakasszal. Az ezeken kialakuló járműsűrűségeket jelöli $s_1(t)$, $s_2(t)$,…, $s_m(t)$. **Szűkített hálózati modell** esetben feltesszük, hogy ezeket **mérések alapján ismerjük**.

3. A HÁLÓZATI FORGALOM ÁLTALÁNOS MATEMATIKAI MODELLJE

A hálózati forgalom általános matematikai modelljének megalkotásához szükséges alapvető összefüggések Péter, T. (2012), Péter, T., Szabó, K. (2012). A kooperálással kapcsolatos rövid összefoglaló és néhány további kiegészítő megjegyzés:

1. A modellünkben $0 \le x_i(t) \le 1$ normált járműsűrűség állapotjellemzőt használunk (i=1,…,n). Ez térbeli lefedettséget jelent, amelynél az egy szakaszon, (vagy

szektorban) tartózkodó járművek együttes hosszát osztjuk a szakasz hosszával. Ez a számítás alkalmazható a parkolók esetében is, így a parkolók is általánosított szakaszok a modellben.

2. A modellezés tárgya egy nemlineáris pozitív rendszer. A hálózaton változó sebességgel és α_{ij}–vel jelölt (α_{ij} általános esetben időtől függő $\alpha_{ij}=\alpha_{ij}(t)$, vagy időtől és állapottól függ $\alpha_{ij}=\alpha_{ij}(\underline{\mathbf{x}}(t),t)$,) szétosztási tényezőkkel, v. rátákkal áramlanak a járművek, általánosabb makroszkópikus szemlélettel: áramlik az anyag. Egy szakaszon a sebesség a járműsűrűségtől függ. A sebesség maximuma szakaszonként limitálva van. A sebesség függvényt befolyásolja még az időjárás, a látási viszonyok, a domborzat, az út geometriája, minősége és szélessége is. Ezeket a sebesség függvény típusának megválasztásával és az $\underline{e}=[e_1, e_2,..,e_n]$ paramétervektor megfelelő paraméterezésével lehet figyelembe venni.
3. β_{ij} –vel jelöljük az egyes szakaszok átadásánál fellépő akadályozást $0\leq\beta_{ij}<1$, vagy ráségítést $1<\beta_{ij}$. (β_{ij} általános esetben időtől függő $\beta_{ij}= \beta_{ij}(t)$. vagy időtől és állapottól függ $\beta_{ij}= \beta_{ij}(\underline{\mathbf{x}}(t),t)$.
4. $0\leq u_{ij}(t) \leq 1$ függvény, az egyes szakaszok átadásánál működő forgalmi lámpák hatását veszi figyelembe.
5. A párhuzamosan haladó szakaszok (sávok), továbbá szakaszok és parkolók is adnak át egymásnak járművet a hálózaton. Ezt az átadást $0\leq\gamma_{ij}(t)$, vagy $0\leq\gamma_{ij}(x_i(t), x_j(t), t)$ intenzitás függvény veszi figyelembe.
6. Belső tiltó automatizmusok is működnek a hálózaton: j-ből nem adhatunk át i-re, ha i tele van (ha: $x_i(t) =1 \Rightarrow S(x_i(t)) =0$). Ugyancsak j-ből nem adhatunk át i-re, ha j üres (ha: $x_j(t) =0 \Rightarrow E(x_j(t)) =0$). A normált állapotjellemzők alkalmazásával a belső tiltó automatizmus-feltételek egyszerűen teljesíthetőek. Ezek biztosítják a modellben azt, hogy nem veszünk el járművet onnan ahol nincs (sűrűség nem lép negatív tartományba) és nem adunk oda, ahol a sűrűség már elérte az 1-et.
7. A hálózatot egy „G” zárt görbével körülkerített, nem feltétlenül egyszeresen összefüggő tartományban vizsgáljuk. A komplementer tartományban az $0\leq s_i(t) \leq 1$ állapotjellemzőkkel, a belsővel hasonlóan működő hálózat helyezkedik el. Szűkített modell esetén csak azon külső szakaszokat vesszük figyelembe, amelyek közvetlen átadási, vagy átvételi kapcsolatban vannak valamely belső hálózati szakasszal, és ezeknél mérjük a normált $0\leq s_i(t) \leq 1$ járműsűrűségeket (i=1,…,m).

A belső automatizmusok: S, E és a forgalmi lámpák: $u_{i,j}(t)$ irányítás függvényei, a modellezés különösebb megszorítása nélkül folytonosan differenciálhatóvá tehetők.

4. AZ ÚJ HÁLÓZATI MODELLT TÉNYLEGESEN LEÍRÓ GRÁF

A hálózati forgalom lebonyolítása valójában elemek (szakaszok) sokaságának a dinamikus kooperációja. A kooperáció az átadás és befolyásolás, amely állapottól és időtől függő. Az egész hálózatot tekintve, ténylegesen szakaszok kooperálnak szakaszokkal és ezek a szakaszok (elemek) alkotják az irányított hálózati gráf csúcsait. **Az élek dinamikus relációk. Ezek a dinamikus relációk egyszerre szabályoznak átadási sebességet és anyagáram mennyiséget is!**

A dinamikus kapcsolati gráf általános felépítésű, ily módon térkép-hálózat invariáns, bármely város, közúti hálózat leírható ezzel a módszerrel. (A dinamikus kapcsolati gráf nem duálisa a térkép-hálózati gráfnak.)

Ha egy szektor esetében, valamely időtartamon az átadott járműszámot vizsgáljuk, automatikusan eljutunk a térbeli lefedettséget alkalmazó járműsűrűség fogalmához, amely egy egzakt geometriai definíció és belátható, hogy bármely parkoló is jellemezhető ezzel a sűrűséggel!

5. ÁLLAPOTJELLEMZŐK ÉS KAPCSOLATTÍPUSOK

Állapotjellemző sűrűség az egy szakaszon tartózkodó járművek együttes hosszának és a szakasz hosszának arányát méri a *t* időpillanatban:

$$x_i(t) = \frac{\sum_{k=1}^{n_i(t)} h_k}{l_i} \qquad (1)$$

Tehát, a modellben használt $x_i(t)$ állapotjellemzők és az $s_j(t)$ input-output sűrűségek normáltak:

$$0\leq x_i(t) \leq 1,\ 0 \leq s_j(t) \leq 1,\ (i=1,2,\dots,n;\ j=1,2,\dots,m)$$

Az *i*-ik parkoló hosszát az összes lehetséges teljes foglaltság mellett, a parkolóban lévő járművek együttes hosszának maximuma határozza meg:

$$l_i = Max\left(\sum_{k=1}^{N_i} h_k\right) \qquad (2)$$

Ez egzakt definíció, viszont ha ezt kívánjuk használni, akkor a sűrűség számításához minden esetben ki kell számítani a parkolókban lévő járművek összes hosszúságát is, ezért a gyakorlatban jobban alkalmazható az alábbi definíció, amely esetében elég megfigyelni, hogy hány gépjármű van adott időpontban a parkolóban.

Ebben az esetben az *i*-ik parkoló hosszát a rá jellemző *h* járműhossz és az N_i férőhelyszám szorzata határozza meg:

$$l_i = h \cdot N_i \qquad (3)$$

A modell felhasználja a $\boldsymbol{H_K}$ külső tartományában elhelyezkedő hálózatot is, amely $\boldsymbol{H_B}$ belső tartományban elhelyezkedő hálózat komplementere. **Általános hálózati modell esetében** minden külső szakaszt is figyelembe veszünk, míg a **szűkített hálózati modell esetében csak** azt a külső részhálózatot használjuk, amely elemeinek közvetlen input vagy output kapcsolatuk van valamely belső szakasszal. Az ezeken kialakuló járműsűrűségeket jelöli $s_1(t), s_2(t),\dots, s_m(t)$. **Szűkített hálózati modell** esetben feltesszük, hogy ezeket **mérések alapján ismerjük**!

Mindkét esetben a hálózati matematikai modell megalkotásához alapvető fontossággal bír a hálózatot definiáló kapcsolati mátrix, Péter, T. (2012).

6. AZ ÚJ MODELL A NEMLINEÁRIS POZITÍV RENDSZEREK OSZTÁLYÁBA TARTOZIK

A pozitív rendszerek első definícióját Luenberger (1979) adta meg: *A pozitív rendszer egy olyan rendszer, amelyben az állapotváltozók nem negatívak.* A vizsgált közúti közlekedési folyamatok többségében az állapotok eredeti fizikai jelentése alapján megfelelnek ennek. A klasszikus irodalomban a közúti folyamatok leírása során a legtöbb esetben általános lineáris rendszer egyenleteket állítanak fel, és nem használják ki a folyamat pozitív tulajdonságait!

7. EGY TETSZŐLEGES BELSŐ ÉS TETSZŐLEGES KÜLSŐ HÁLÓZATI SZEKTOR ÖSSZES KAPCSOLATA

Járműsűrűség meghatározása az *i*-ik belső szektorban, folytonos modellel:

$$\dot{x}_i(t)=\frac{1}{l_i}\left[\left[\sum_{j=1;(j\neq i)}^{n} v_{ij}\cdot x_j(t)+\sum_{q=1}^{m} v_{iq}\cdot s_q(t)-\left(\sum_{r=1;(r\neq i)}^{n} v_{ri}+\sum_{w=1}^{m} v_{wi}\right)x_i(t)\right]\right]$$

A hálózat működését a kapcsolati hipermátrix foglalja egy rendszerbe. A kapcsolati hipermátrix egyrészt megadja bármely szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal áll átadási kapcsolatban, másrészt a kapcsolati mátrixot tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának a működését, azaz a teljes hálózat működését.

A belső tartomány kapcsolatainál mindenféle kapcsolat fellép, kivéve a külső-külső kapcsolatokat. A belső szektor működését tehát, három mátrix: $\boldsymbol{K_{11}}\in\mathfrak{R}^{nxn}$, $\boldsymbol{K_{12}}\in\mathfrak{R}^{nxm}$ *és* $\boldsymbol{K_{21}}\in\mathfrak{R}^{mxn}$ írja le, amelyekből épül fel, a $\boldsymbol{K_B}\in\mathfrak{R}^{(n+m)x(n+m)}$ kapcsolati hipermátrix.

Járműsűrűség meghatározása az *i*-ik külső szektorban, folytonos modellel:

$$\dot{s}_i(t)=\frac{1}{p_i}\left[\sum_{j=1}^{n} v_{ij}\cdot x_j(t)+\sum_{q=1;(q\neq i)}^{m} v_{iq}\cdot s_q(t)-\left(\sum_{r=1}^{n} v_{ri}+\sum_{w=1;(w\neq i)}^{m} v_{wi}\right)s_i(t)\right]$$

A külső tartomány kapcsolatainál mindenféle kapcsolat fellép, kivéve a belső-belső kapcsolatokat.

A külső szektor működését tehát, három mátrix: $\boldsymbol{K_{12}}\in\mathfrak{R}^{nxm}$, $\boldsymbol{K_{21}}\in\mathfrak{R}^{mxn}$ *és* $\boldsymbol{K_{22}}\in\mathfrak{R}^{mxm}$, írja le, amelyekből épül fel, a $\boldsymbol{K_K}\in\mathfrak{R}^{(n+m)x(n+m)}$ kapcsolati hipermátrix.

8. AZ UNIVERZÁLIS ÉS A SZŰKÍTETT HÁLÓZATI FORGALMI MODELLT

Amint azt megfogalmaztuk az előző pontban, a $\boldsymbol{K_B}$ belső kapcsolatokat leíró hipermátrixnál mindenféle kapcsolat fellép, kivéve a külső-külső kapcsolatokat és a $\boldsymbol{K_K}$ külső kapcsolatokat leíró hipermátrixnál pedig mindenféle kapcsolat fellép, kivéve a belső-belső kapcsolatokat. A külső-belső ill., belső-külső kapcsolatokat a $\boldsymbol{K_B}$ és $\boldsymbol{K_K}$ egyaránt tartalmazza. A két hipermátrix halmazelméleti uniója határozza meg a teljes kapcsolati rendszert leíró kapcsolati hipermátrixot.

$$K=K_K\bigcup K_B=\begin{bmatrix}K_{11}(x,s) & K_{12}(x,s)\\ K_{21}(x,s) & K_{22}(x,s)\end{bmatrix}$$

Ahol: $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{K_K}$ $\boldsymbol{K_B}\in\mathfrak{R}^{(n+m)x(n+m)}$, $\boldsymbol{K_{11}}\in\mathfrak{R}^{nxn}$, $\boldsymbol{K_{12}}\in\mathfrak{R}^{nxm}$, $\boldsymbol{K_{21}}\in\mathfrak{R}^{mxn}$, $\boldsymbol{K_{22}}\in\mathfrak{R}^{mxm}$ *és* $x\in\mathfrak{R}^{n}$, $s\in\mathfrak{R}^{m}$.

A belső és külső hálózat működését egyszerre leíró általános hálózati modell a fenti levezetések alapján a következő:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{s}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\langle L\rangle^{-1} & \\ & \langle P\rangle^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K_{11}(x,s) & K_{12}(x,s)\\ K_{21}(x,s) & K_{22}(x,s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ s\end{bmatrix}\qquad(4)$$

Ahol: $\langle L\rangle$ a belső szektorok és $\langle P\rangle$ a külső szektorok hosszát tartalmazó diagonális mátrixok:

$$\langle L\rangle=\langle l_1,l_2,...,l_n\rangle,\ \langle P\rangle=\langle p_1,p_2,...,p_m\rangle$$

A $\boldsymbol{K}_{11}$ és $\boldsymbol{K}_{22}$ főátlójában 0 vagy negatív értékek lépnek fel, minden más elemük nemnegatív értéket vesz fel. A $\boldsymbol{K}_{12}$ és $\boldsymbol{K}_{21}$ minden eleme nemnegatív értéket vesz fel. Tehát ezek a mátrixok Metzler matrixok, következésképpen az általuk meghatározott teljes kapcsolati rendszert leíró $\boldsymbol{K}$ kapcsolati hipermátrix is Metzler matrix.

$x\in\mathfrak{R}^{n}$ a belső szektorok állapotjellemző vektora,

$s\in\mathfrak{R}^{m}$ a külső szektorok állapotjellemző vektora,

$\dot{x}\in\Re^{n}$ a belső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

$\dot{s}\in\Re^{m}$ a külső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

Összefoglalva: a kapcsolati hipermátrix felhasználásával egy egységes matematikai modellt állítottunk fel. Ugyanakkor, a forgalmat leíró térkép-gráf, minden kezdeti kiindulás alapja és ez a valóságot képviselve, mindig jelen van a modellben, de „el van fedve" a modellezés során. Ez eredményezi azt, hogy a felírt matematikai modell formailag egy egységes, „univerzális hálózati forgalmi" modell, amelyben az egy-egy térképre utaló sajátosságok csupán a kapcsolati mátrix elemeinél jelennek meg. Fentiek alapján, az egyes kapcsolatokat befolyásoló, pl. a domborzati, éghajlati, látási, útviszonyok stb., minden esetben figyelembe vannak véve a kapcsolati mátrixok azon elemeinél, amelyekre ezek hatnak, így pl. az ott felírt sebesség-járműsűrűség függvényeknél is.

Megjegyzés: az (4) differenciálegyenlet-rendszer korszerű numerikus integrálási módszerekkel oldható meg. A numerikus integrálás legegyszerűbb esetben az Euler-módszer, amely Δt diszkrét időlépés esetén az alábbi formában írható fel:

$$\begin{bmatrix}x(t+\Delta t)\\ s(t+\Delta t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)\\ s(t)\end{bmatrix}+\Delta t\cdot\begin{bmatrix}\langle L\rangle^{-1} & \\ & \langle P\rangle^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K_{11}(x(t),s(t)) & K_{12}(x(t),s(t))\\ K_{21}(x(t),s(t)) & K_{22}(x(t),s(t))\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ s(t)\end{bmatrix}$$

Δt=1 sec diszkrét időlépték, t_i, t_{i+1} diszkrét időpontokban és $x(t_i) = x_i$, $s(t_i) = s_i$, $x(t_{i+1}) = x_{i+1}$, $s(t_{i+1}) = s_{i+1}$, jelölések alkalmazásával (i=0,1,2, … ,N), az Euler-módszer az alábbi egyenletrendszer megoldását igényli $x(t_0) = x_0$, $s(t_0) = s_0$ kezdeti feltételek mellett:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ s_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ s_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \langle L \rangle^{-1} & \\ & \langle P \rangle^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{11}(x_i,s_i) & K_{12}(x_i,s_i) \\ K_{21}(x_i,s_i) & K_{22}(x_i,s_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ s_i \end{bmatrix}$$

Δt=1 sec diszkrét idő lépésköz mellett a gyakorlati számítások stabilitást mutatnak a közlekedési folyamatok lassú változása miatt. Az *E(.)* és *S(.)* belső tiltó automatizmusok diszkrét esetben az átadás előtt mindig működnek, ugyanakkor a numerikus módszer kiegészíthető ezek tiltó hatásának átadás utáni vizsgálatával is, hogy a diszkrét esetben se sérüljön az az elv, hogy nem adható át j-ről jármű, ha ott ez által negatív sűrűség lépne fel, ill. i-re, ha ott ez által 1-nél nagyobb sűrűség lépne fel! Ilyen nem kívánt esetben az átadás utáni helyzet csak kalkulálva lett, de az átadás ennél a kapcsolatán nem lett végrehajtva.

9. A SZŰKÍTETT HÁLÓZATI MODELL RÉSZMODELLJE AZ UNIVERZÁLIS HÁLÓZATI MODELLNEK

A szűkített hálózati modell, egy tetszőleges n szektorból álló belső hálózatból és m db. külső s_1, s_2, …, s_m, sűrűségű szektorokból áll, amelyek közvetlen kapcsolatokkal rendelkeznek valamely belső szektorral és ez utóbbiak állapotát mérés alapján ismertnek tekintjük. Ennél a modellnél, a kapcsolati hipermátrixot alkotó mátrixok közül, csak a $\boldsymbol{K}_{11}$ és $\boldsymbol{K}_{12}$ mátrixok játszanak szerepet, mert általuk képviselve van minden átadás, amely a belső szektorokra vonatkozik! Írjuk fel a modellünk differenciálegyenlet-rendszerét:

$$\dot{x} = \langle \boldsymbol{L} \rangle^{-1} [\boldsymbol{K}_{11}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{s})\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{K}_{12}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{s})\,\boldsymbol{s}] \qquad (7)$$

Ahol: $x \in \Re^n$, $\dot{x} \in \Re^n$, $s \in \Re^m$, $L = diag\{l_1, \ldots, l_n\}$, l_i a főátlóban a belső szakaszok hossza ($\forall l_i > 0$, $i=1,2,\ldots,n$), $\boldsymbol{K}_{11} \in \Re^{nxn}$, $\boldsymbol{K}_{12} \in \Re^{nxm}$.

Itt is érvényesül, hogy a hálózat működését a $\boldsymbol{K}_{11}$ és $\boldsymbol{K}_{12}$ kapcsolati mátrixok foglalják egy rendszerbe. A kapcsolati mátrixok egyrészt megadják a szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal állnak kapcsolatban, másrészt a kapcsolati mátrixokat tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának a dinamikus működését, azaz a szűkített hálózat működését.

10. A MODELL STABILITÁSÁNAK VIZSGÁLATA A LJAPUNOV FÜGGVÉNY ALKALMAZÁSÁVAL

Vezessük be az alábbi függvényt:

$$V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \ldots + l_n \cdot x_n \qquad (8)$$

amelynél: $0 < l_i$, az $0 \le x_i \le 1$ állapotjellemzőhöz tartozó szakasz hosszát jelenti ($i=1,2,\ldots,n$).

Ez röviden az $\underline{\boldsymbol{L}} = [\, l_1, l_2, \ldots\ l_n]$ és $\underline{\boldsymbol{x}}$ skaláris szorzata:

$$V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \underline{\mathbf{L}} * \underline{\mathbf{x}} \qquad (9)$$

A $V(\boldsymbol{x})$ skalár-vektor függvény pozitív definit, mert:

$V(\boldsymbol{x})=0$, csak ha $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$

$V(\boldsymbol{x})>0$, értelmezési tartományában minden nemzérus $\boldsymbol{x}$-re.

A további számításokhoz képezzük a V, t-szerinti deriváltját:

$$\dot{V}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} + \ldots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \cdot \frac{dx_n}{dt} = l_1 \cdot \dot{x}_1 + l_2 \cdot \dot{x}_2 + \ldots + l_n \cdot \dot{x}_n = L \cdot \dot{x}$$

Vizsgáljuk meg a

$V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \ldots + l_n \cdot x_n$ függvény fizikai jelentését. Az eredeti felírás alapján a pontos definíció: V az adott t időpontban a belső úthálózaton a járművek által elfoglalt összes úthosszat adja meg.

Látható, hogy $V(t)$, a tartományban tartózkodó összes jármű számával is arányos.

A definíciónk szerint:

$$x_i = \frac{N_i \cdot h}{l_i}$$

ahol: N_i az i-ik szakaszon t időpontban tartózkodó járművek száma

h egységjárműhossz t időpontban a vizsgált tartományon

az $\dfrac{N_i \cdot h}{l_i}, (i = 1,2,\ldots,n)$ helyettesítés után:

$$V(t) = [N_1(t) + N_2(t) + \ldots + N_n \cdot (t)] \cdot h \qquad (10)$$

Tehát, $V(t)$ t-szerinti deriváltjának negatív értéke, az összes járműszám csökkenését, még pontosabban az elfoglalt összes úthossz csökkenését jelenti a belső úthálózaton.

Ha $V(t)$ t-szerinti deriváltjának értéke zérus, akkor nem változik a járművek által elfoglalt összes úthossz, ha a $V(t)$ t-szerinti deriváltjának értéke pozitív, akkor pedig növekszik a járművek által elfoglalt összes úthossz.

A szűkített hálózati rendszer stabilis, ha a peremeken a kiszállítás nagyobb, mint a peremeken történő beszállítás (*1. ábra)*.
Röviden:

$$\sum \mathbf{F}_{\mathbf{input}} < \sum \mathbf{F}_{\mathbf{output}}$$

Az autonóm rendszer viszont mindig stabilis, ekkor ugyanis:

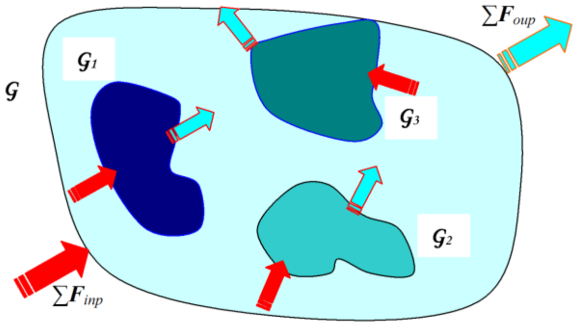
$$s_1 := 0 \quad s_2 := 0 \qquad s_m := 0$$

mivel a szummákban szereplő sebességek nem negatívak.

Ez az eredmény új szabályozási irányt szab tartományszintű irányításra, továbbá tartományban elhelyezkedő csomópontok optimális irányítására is. A

tartomány „mögött" is kialakulhat torlódás és hiba, ha ezt nem vesszük figyelembe. Ez a vizsgálati eredmény, **a *Ljapunov függvényt alkalmazó* irányítási törvényt ad meg**, amely elégséges feltételt ad a rendszer aszimptotikus stabilitására és dinamikusan alkalmazható a teljes tartományon, ill. azokon a szubtartományokon, ahol kritikus helyzet lép fel. Az irányítás, a peremeken kifele mutató $\sum \mathbf{F}_{\mathbf{output}}$ és a peremeken befele mutató $\sum \mathbf{Fi}_{\mathbf{nput}}$ összes fluxus számítása alapján történik és az alábbi feltétel teljesítését írja elő:

$$\sum \mathbf{Fi}_{\mathbf{nput}} \leq \sum \mathbf{F}_{\mathbf{output}}$$



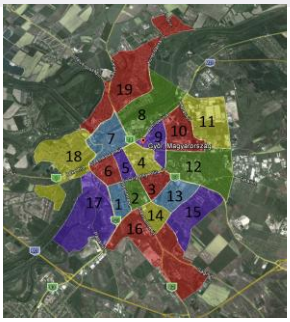
1. ábra: Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási törvény a tartományon, ill. szubtartományok

A módszer tartományon történő optimális forgalomsűrűség fenntartására alkalmas és közvetlen kapcsolatba hozható a környezeti hatások optimálásával is. További alkalmazási területe a csomópontok irányítása Péter T., (2012), a csomópontot körülkerítő zárt görbével határolt tartományon keresztül időegységenként, a maximális járműszám átáramlásának biztosítása. Ez új szabályzási irányt szab. Pl. a tartományban elhelyezkedő csomópontok optimálása szükséges, de nem elégséges feltétele a forgalom optimálásának. A tartomány „mögött" is kialakulhat torlódás és hiba, ha ezt nem vesszük figyelembe.

Ily módon az intelligens hálózatokat központi irányító rendszerek tartomány szinten irányítják és új elven történik a csomópontok irányítása is. Azonnal reagáló rendszerek kell, hogy működjenek, változtatható irányú sávok és intelligens jelzőlámpák alkalmazásával.

11. A HÁLÓZATI MODELLEK SZIMULÁCIÓJA, A PANNONTRAFFIC SZOFTVERCSALÁD FELHASZNÁLÁSÁVAL

A PannonTraffic szoftvercsalád nagyméretű, közúti közlekedési hálózatok komplex modellezésére, analízisére kifejlesztett eszköz, amely egy pozitív rendszerek osztályába tartozó makroszkopikus közúti közlekedési modell alapján végzi a szimulációs számításokat. A tervezés, szimuláció, analízis a PannonTraffic Engineer szoftverrel történik, míg a PannonTraffic Visualization igen látványos 3D-s környezetben képes megjeleníteni a PannonTraffic Engineer által szimulált eredményeket.



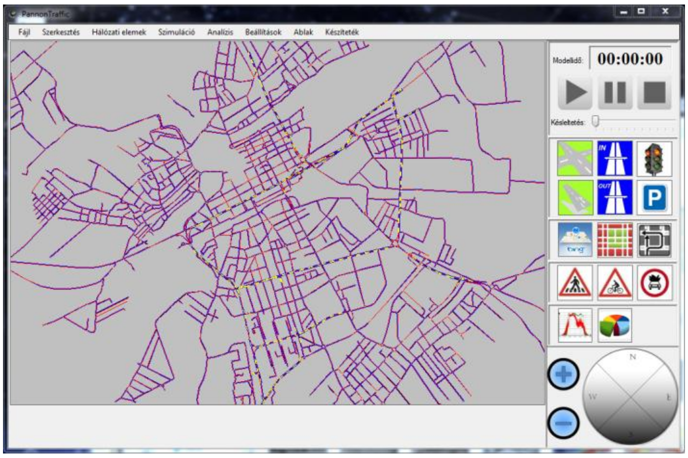
2. ábra: Példa, Győr tartományokra osztására

A szoftverek nem csak a nemzetközileg elvárt angol nyelven, hanem magyar nyelvű menüvel is használhatók. A PannonTraffic Engineer egy olyan, sebességében egyedülállóan gyors szoftver, mely ötvözi a közlekedés modellezésében a tervezés, szimuláció és analízis fázisait. A szoftver fejlesztése többéves múltra tekint vissza; az első verzió 2006-ban látott napvilágot. A jelenleg kiadott verzió, a PannonTraffic 3.5 számos új funkciót, javítást és teljesítmény-optimalizációt tartalmaz. A szoftver fejlesztése mellett az alkalmazott matematikai modell is több ponton bővült, de alapjaiban mindvégig az eredetileg publikált makroszkopikus modellre építettük a számítások menetét és optimálását. A matematikailag egzakt módon leírt modell az út-állapotfüggvényeket, egy a hagyományos közlekedési modellektől eltérő gráf struktúrával jellemzi, amely hálózat-invariáns módon reprezentálja a teljes hálózatot. A közúti közlekedési hálózatok felvétele ily módon igen hatékony, és bármely településre alkalmazható. A szoftverrel fennálló közlekedési problémák elemzése, megoldási alternatívák készítése, tesztelése, vagy egy infrastruktúra fejlesztése kapcsán felmerülő közlekedési modellezés lehetséges. **Készíthetők továbbá olyan tanulmányok is a szoftverrel, mint pl. egy baleset okozta forgalmi problémák modellezése, vagy egy város evakuálásának megtervezése, de egy terület forgalomcsillapításának megvalósítására is van mód. A szoftver képes intelligens csomópontokat is kezelni a forgalmi adatok ismeretével szabályozott adaptív lámpák útján, és ismeri a változtatható irányú sávok fogalmát,** képes azokat alkalmazni a szimuláció során.

OpenStreetMaps integráció: A PannonTraffic Engineer szoftvert továbbfejlesztettük egy modullal, amely képes egy internetes adatbázisra támaszkodva automatikusan felépíteni egy közlekedési hálózatot. A szoftverfejlesztés célja az volt, hogy az egyébként meglehetősen időigényes hálózatszerkesztési folyamatot jelentősen lerövidítsük. Ez gyakorlatban azt jelenti, hogy egy kb. 460 km^2 területű település hálózatát (Magyarország legnagyobb városa Budapest után) 2 perc alatt képes letölteni és rekonstruálni a szoftverünk. Az így létrehozott hálózatban kereszteződések és útszakaszok szerepelnek, utóbbi 1-1 sávval irányonként, kivéve, ahol egyirányú. Ezért a hálózaton szimuláció futtatása ebben a fázisban még nem lehetséges, mivel a hálózat még további kiegészítésekre, javításokra és beállításokra szorul. Egyfelől az útszakaszokon létre kell hozni a szükséges számú sávot, a sávokhoz gyalogátkelőhelyeket, parkolókat kell hozzárendelni. Az

Online: ISBN 978-963-88875-3-5
CD: ISBN 978-963-88875-2-8
Copyright 2013 Budapest, MMA.
Editor: Dr. Péter Tamás

útszakaszok hossza a méretarányos leképezésnek köszönhetően ugyan adott, de pl. a parkolók kapacitásaira vonatkozó információkat manuálisan kell bevinni. Ahogyan az egyes kooperációk beállításait is (pl. az $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ és $\Upsilon_{i,j}$ függvények megadását) a méréseket követően kell felvinnünk.



3. ábra: Győr úthálózatának egy része az alkalmazás szerkesztőablakában

A hálózat elemeinek azonosítása egy belső azonosító szám (ID) használata alapján történik, amely kiegészíthető szöveges változóval (pl. Kossuth Lajos utca 1-15.). Utóbbit is, ahol az internetes adatbázisban rendelkezésre áll, automatikusan felveszi a szoftver az útszakaszok létrehozásánál. A felhasznált adatbázis természetesen tartalmazhat hibákat, hiányosságokat is, amelyek további gondos ellenőrzéssel kiszűrhetők.

Győri tapasztalatok: A győri hálózat esetében szerzett tapasztalataink azt mutatják, hogy a hálózat földrajzi, nevezéktani hibákat nem tartalmaz. Észlelt hiányosságok a parkolók jelzéseinél, a forgalmi sávok számánál és a kisebb mellékutaknál az egymást keresztező utakban a kereszteződés hiánya; illetőleg a kereszteződésbe történő becsatlakozás hiánya. Győr úthálózata is meglehetősen kiterjedt, több mint 4600 útsávról beszélünk, amelyet fel kellett vennünk. Az alprojekt ezen részfeladatának teljesítésére rendkívül rövid határidő állt rendelkezésre. A szoftver fejlesztésének köszönhetően az általa nyújtott eredmény igen jó minőséget szolgáltatott és a hálózat bővítése folyamatosan történi.

Sávok és parkolók felvétele:

A vizsgálandó hálózat szoftverrel történő automatikus felvételét követően a felhasználói beavatkozást igénylő műveletek következtek. A nagy hálózatot 19 körzetre osztottuk, melynek határolói a fontosabb utak, méretüket a terület komplexitásától tettük függővé.

Munkafázisokat határoztunk meg, amelyek jól körülhatárolhatók, szétoszthatók.

KONKLÚZIÓ

A konferencia cikkben a pozitív nemlineáris rendszerek tulajdonságait felhasználó, új szemléletmódot mutattunk be. Erre alapoztuk az új modellezési technikát is. Rámutattunk a megnyíló új és hatékony lehetőségekre, amelyek kiaknázásával olyan bonyolult közlekedési folyamatok modellezésére nyílik lehetőség, mint Győr város közlekedése. A model alapján, egy szuper szimulációs eszközt hoztunk létre, amelynek alkalmazásánál, egy komplex közúti közlekedési nyilvántartási rendszer létrehozásának van nagy gyakorlati jelentőségére. Az adatbank architekturális koncepciójának sokirányú hasznosítási lehetősége van, és a nagyméretű valóságos folyamatokat modellező szoftver futtatása során is kiemelt szerepet játszik. Döntően tehát, az új modellel és az információ- és kommunikációs technológia segítségével növelhető a közlekedés kapacitása. A kitörés iránya, az innováció! A közlekedésszervezést tehát a jövőben intelligens, a forgalmi helyzetet hálózati szinten valós időben nyomon követő és azonnal reagáló rendszerek bevezetésével lehet fejleszteni, amely az adott körülményeknek megfelelően irányítja már a hálózati folyamatokat.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS:

„TÁMOP-4.2.2.A-11/1/KONV-2012-0012: Hibrid és elektromos járművek fejlesztését megalapozó kutatások - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”
„TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0012: "Smarter Transport" - Kooperatív közlekedési rendszerek infokommunikációs támogatása - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Új tehetséggondozó programok és kutatások a Műegyetem tudományos műhelyeiben" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását a TÁMOP-4.2.2.B-10/1--2010-0009 program támogatja.

IRODALOM

OTKA CNK78168 – CONTRA 2009-12, Bokor József, A közúti járműforgalom modellezése és többkritériumú optimalizáláson alapuló irányítása társadalmi és gazdasági hatékonyság figyelembevételével.

Luenberger (1979) Introduction to Dynamics Systems, Wiley, New York, 1979

Péter, T. (2012) Modeling nonlinear road traffic networks for junction control, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS), 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 723-732. DOI: 10.2478/v1006-012-0054-1

Péter, T., Szabó, K. (2012). A new network model for the analysis of air traffic networks. In: Peridoica Polytechnica-Transportation Engineering 40/1 (2012) 39–44. doi: 10.3311/pp.tr.2012-1.07 web: http://www.pp.bme.hu/ tr ISSN 1587-3811 (online version); ISSN 0303-7800 (paper version)

Oussama Derbel, Tamás Péter, Hossni Zebiri, Benjamin Mourllion and Michel Basset (2012). Modified Intelligent Driver Model, Peridoica Polytechnica-Transportation Engineering 40/2 (2012) 53–60. doi: 10.3311/pp.tr.2012-2.02 web: http://www.pp.bme.hu/ tr ISSN 1587-3811 (online version); ISSN 0303-7800 (paper version)