

Variábilis hálózati modell

Dr. Bede Zsuzsanna*, Dr. Péter Tamás**

BME Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék, 1111 Budapest, Stoczek u. 2.

* (e-mail: bede.zsuzsanna@mail.bme.hu)

** (e-mail: peter.tamas@mail.bme.hu)

Abstract: Az állapotfüggő irányítás lehetséges alkalmazásának kutatása a változtatható irányú forgalmi sávos rendszereknél.

1. BEVEZETÉS

A nemzetgazdaságok fejlődésének egyik fő jellemzője a közúti forgalom állandó növekedése. Közismert, hogy az infrastrukturális körülmények és a korlátozott erőforrások sajnos nem teszik lehetővé az utak kapacitásának ehhez szükséges növelését, ezért egyre gyakrabban alakulnak ki különböző típusú közlekedési anomáliák.

A forgalom optimalása a nagyméretű közúti hálózaton igen szép és összetett feladat. [Peter, Basset; 2009], [Péter, Bokor; 2010], [Péter, Bokor; 2011], [Péter; 2012]

Ebben a témakörben egy érdekes speciális módszer a változtatható irányú forgalmi sávok alkalmazása, amely a közlekedési folyamatok dinamikájában (napszakonként, szezonálisan stb.) meglévő fő áramlatirányok változását maximálisan támogatja a rendelkezésre álló útfelületen [Wolshon, Lambert; 2006], [Golub; 2012]. Ilyen esetben a nagyméretű hálózat bizonyos részrendszerei megszűnnek és helyükbe új kapcsolatokkal működő részrendszerek lépnek be. Ez az irányítás tehát a rendszer struktúráját változtatja meg - „optimális irányban” -, miközben természetesen sok gyakorlati és biztonsági kérdés is felmerül.

A matematikai modell pozitív nemlineáris dinamikus rendszer vizsgálatához vezet. [Luenberger; 1979], [Boothby; 1982], [Bacciotti; 1983], [Coxson and Shapiro; 1987], [Valcher; 1996], [Sachkov; 1997], [Caccetta and Rumchev; 2000], [Farina and Rinaldi; 2000], [Arneson and Langbort; 2009] A modell lényegét tekintve makroszkopikus modell.

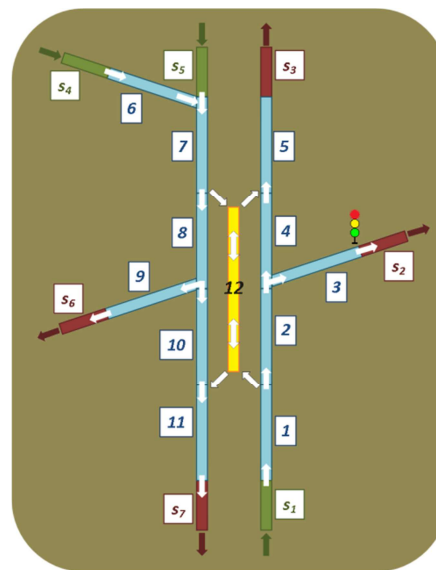
A kutatás célja:

- Változtatható irányú forgalmi sávok – mint részrendszerek – beillesztése a hálózati rendszereket leíró modellekbe. A rendszerek matematikai modellezése és analízise.
- A változtatható irányú forgalmi sávok – mint részrendszerek – beillesztésének sztochasztikus szimulációja. Az állapotfüggő irányítás lehetőségének feltárása és vizsgálata a fenti közúti közlekedési rendszerek struktúrájának módosításával.

- A hálózati rendszereket leíró modellből kinyert adatok járműdinamikai paraméterekkel való összehasonlító analízise. Ezek alapján a modell finomítása.
- Környezetterhelés vizsgálata, a modellből kinyert és mért jellemzők együttes analízise.

2. VÁLTOZTATHATÓ IRÁNYÚ FORGALMI SÁVOK BEILLESZTÉSE A MODELLBE.

Egy tetszőleges méretű közúti hálózat bármely részhálózatán kialakított megfordítható irányú közlekedési rend modellezését vizsgáltuk [Péter et. al.; 2011], [Bede, Péter; 2011.1-2].



1. ábra Minta modell

Bármely részhálózaton történő irányváltás esetén a hálózat egyes elemeinek funkciói és az elemek közötti kapcsolatok megszűnnek, helyettük új kapcsolatok és új funkciójú elemek lépnek működésbe. A minta-modell 12 szabadságfokú, 7 külső kapcsolattal rendelkező nemlineáris pozitív rendszer. (1. ábra). A 12-es szakasz változtatható irányú forgalmi sáv. A modell kapcsolati mátrixa látható a 2. ábrán.

$$\begin{bmatrix}
 k_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 k_{2,1} & k_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & k_{3,2} & k_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & k_{4,2} & 0 & k_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & k_{5,4} & k_{5,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{5,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{6,6} & k_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{8,6} & 0 & k_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{9,8} & k_{9,9} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{10,8} & 0 & k_{10,10} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{11,10} & k_{11,11} & k_{11,12} \\
 k_{12,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12,12}
 \end{bmatrix}$$

2. ábra $K_{1,1}(x,s)$ kapcsolati mátrix

Modellünk a hálózati elemek egyedi struktúráját határozza meg. Az új struktúra eredménye, hogy a dinamikus közúti hálózat azonos típusú elemekből épül fel, azaz minden állapotváltozó a $[0, 1]$ intervallumon értelmezett. Így a parkolók is általánosított szakaszok a modellben és ezek a dinamikus hálózati elemek ugyanolyan elemeknek tekinthetők, mint a sávok. Ezek a szakaszok kooperálnak egymással az egész hálózaton és ezek a kooperációk az irányított gráf élei. Az alkalmazott módszer, egy n db belső szakaszból és m db külső szakaszból álló dinamikus kapcsolati struktúrát definiál. A hálózati modell egy zárt görbével körülhatárolt tartományban helyezkedik el. A külső szakaszok közvetlen kapcsolatban állnak a belső szakaszokkal, amelyek állapotát mérések alapján ismerünk. A differenciál-egyenlet rendszer az alábbi:

$$\dot{x} = <L>^{-1} [K_{11}(x,s)x + K_{12}(x,s)s]$$

ahol $x \in \mathcal{R}^n$, $\forall x_i \in [0,1]$, $(i=1,2,\dots,n)$, $\dot{x} \in \mathcal{R}^n$, $s \in \mathcal{R}^m$, $\forall s_i \in [0,1]$, $(i=1,2,\dots,m)$, $L = \text{diag}\{l_1, \dots, l_n\}$, l_i szakasz hossz $(\forall l_i > 0, i=1,2,\dots,n)$, $K_{11} \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $K_{12} \in \mathcal{R}^{n \times m}$.

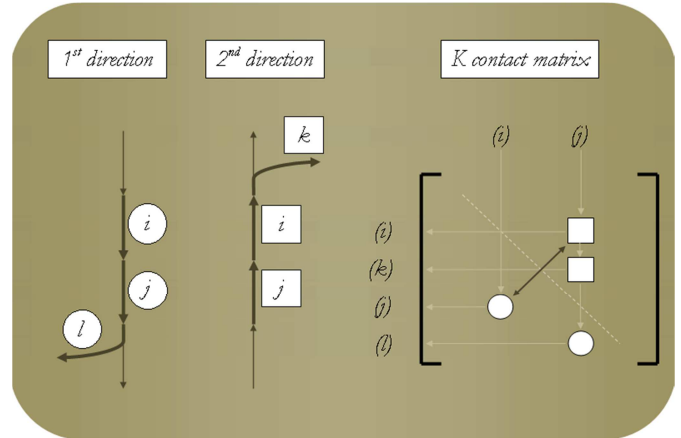
A hálózati elemek közötti kapcsolatokat a K_{11} és K_{12} kapcsolati mátrixok írják le. Tehát, ezek a mátrixok tartalmazzák a hálózat minden szakasza között fennálló kapcsolatokat. A szakaszok dinamikus működését a fenti differenciálegyenlet rendszerrel írjuk le.

A $K_{11}(x,s)$ and $K_{12}(x,s)$ kapcsolási mátrixok elemei a kapcsolási függvények, amelyek az időtől és a sűrűségi állapotoktól függenek. A mátrix elemek fizikai jelentése átadási sebesség és egyszerre szabályozzák az átadás sebességét és az anyagáram mennyiségét is.

Az optimalálás érdekében ennek során, a hálózat több részhálózatán egymástól függetlenül is megváltozhat az irány. Ez a hálózati folyamatok (pl. forgalomsűrűség) optimális irányításánál egy új elvű irányításra ad lehetőséget, amely a hálózati gráf struktúrájának dinamikus változtatásával történik. A modellben, ahogy a valóságban is, a szóban forgó geometriai elemek természetesen nem szűnnek meg, de új funkciójuk és kapcsolatrendszerük következtében egy variábilis hálózatot alkotnak.

Megállapítható, hogy kétféle kapcsolati forma létezik (3. ábra):

- Állandó geometriai kapcsolat: ez esetben a geometriai kapcsolat minden forgalmi irányváltásnál megmarad, az átadás iránya az, ami megváltozhat.
- Irányhoz fűződő kapcsolat: ez esetben a geometriai kapcsolat a forgalmi iránytól függ.



3. ábra Két forgalmi irány és a kapcsolati mátrix

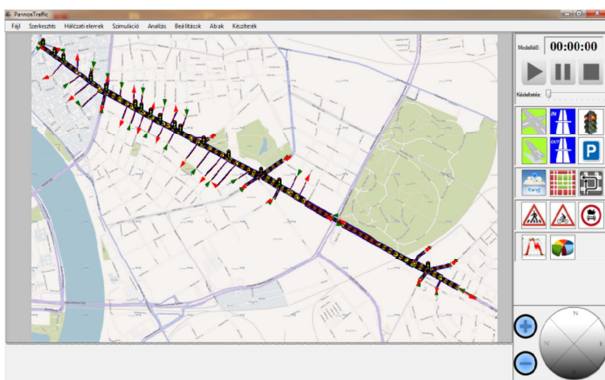
A kapcsolati mátrix sok információt tartalmaz. Jelen esetben két dolgot kell kiemelni: megmutatja, hogy van-e kapcsolat i és j elemek között és azt, hogy milyen irányú ez az átadás.

- A kapcsolati mátrixban minden olyan kapcsolat változatlan marad, amelyet nem érint az irányváltás.
- Az irányváltás által érintett kapcsolatoknál az 1. és 2. irányokhoz fűződő kapcsolatokat egymást kizárják.
- Állandó geometriai kapcsolat esetén a főátlóra tükröződik a kapcsolat az irányváltás következtében.
- A csak egy irányhoz fűződő kapcsolat esetén nincs tükrözés. Csak az egyik irányban jelenik meg ez a kapcsolat.
- Végül a biztonságos működés miatt nagyon fontos, hogy nem egy időben történik a kapcsolattartás a kapcsolati mátrixban. Egy irány esetén is két lépésben történik a kapcsolatok bontása. Pl., 1. irány esetén, először az összes bemeneten szűnik meg a kapcsolat, azonban minden belső kapcsolat és minden kimeneteli kapcsolat még mindaddig működik, amíg teljesen ki nem ürül ez a részhálózat.

A hálózatot leíró matematikai modell pozitív nemlineáris dinamikus rendszer, a modell lényegét tekintve makroszkopikus modell. Egy mintahálózaton a forgalomsűrűségtől függően vizsgáltuk az új elvű optimális irányítás lehetőségét, amely a hálózati gráf struktúrájának dinamikus változtatásával történik.

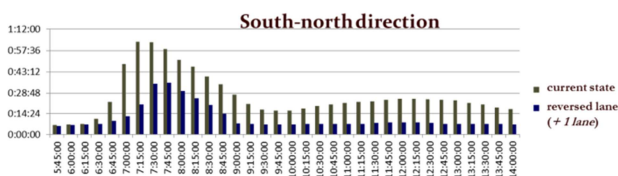
3. VÁLTOZTATHATÓ IRÁNYÚ FORGALMI SÁVOK ALKALMAZÁSI LEHETŐSÉGEINEK VIZSGÁLAT

Új közúti modellt konstruáltunk nagyszámú közlekedési lámpával ellátott, összetett csomópontokból álló forgalmi rend leírására és irányítására a változtatható irányú forgalmi sávok bevezetésének lehetőségével. A rendszer bemutatására Budapesten az Üllői utat választottuk, mivel ez a város egyik sugárirányú főútja. Erre a szakaszra jellemző a délelőtti központ felé haladó nagyobb járműmennyiség és a délutáni kifelé haladók nagy száma. A kijelölés másik szempontja pedig a geometriai adottságok voltak. A Ferenc körút és Ecseri út közötti szakaszon mindkét irányban 3 sáv áll rendelkezésre, a felüljárón (Népliget) és a Kálvin tér Ferenc körút közötti résznél is csak 2-2 sávra szűkül, így ha az egyik irányból elveszünk egy sávot, még mindig marad minimum egy sáv a teljes szakasz hosszon.

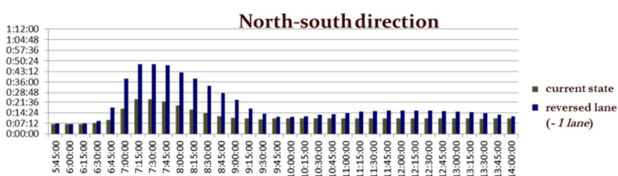


4. ábra A modell felvétele

Modell felvétele térképre történt, ahogy a **4. ábrán** is látható, így a szakaszok hosszát a valóságnak megfelelően méretarányosan adtam meg.



5. ábra Átlagos utazási idő a városközpontja felé haladó sávokon



6. ábra Átlagos utazási idő a városközpontból kifelé haladó sávokon

Először az eredeti állapotoknak megfelelően futtattuk a szimulációt, majd az egyik irányba (központból kifelé) egy sáv

irányítást a délelőtti órákban megfordítottuk. A kétféle szimulációval vizsgált eredmények láthatók az **5. és 6. ábrán**on.

Az alábbi megállapítást tehetjük: ha a reggeli csúcsidőben a befelé haladókat plusz egy sávval segítjük, akkor az eljutási idő a legtöbb esetben több mint 60%-kal, átlagban a felére csökken, míg az ellenkező irányban, ha elveszünk egy sávot, akkor is ott legfeljebb 30%-kal nő az eljutási idő.

A teljes rendszer szimulációjával igazoltam a konkrét lámpa beállítási adatok mellett a javasolt modell hatékonyságát. Ugyancsak megállapíthattam, hogy a kapott eredmények összhangban vannak azokkal a forgalmi értékekkel, amelyeket a gyakorlatban megvalósított változtatható irányú forgalmi sávokkal működő közúti közlekedési rendszereken végzett mérések alapján más kutatók kaptak.

Mivel a forgalomszimulációs program alkalmas egyedi folyamatok kinyerésére is, ezért a továbbiakban alkalmazható az optimális útvonalak keresésére is, az egyéni igények figyelembe vételével.

4. A VARIÁBILIS HÁLÓZAT ÁLTALÁNOS FELÉPÍTÉSE

A változtatható irányú útvonalak tervezését ott célszerű megvizsgálni, ahol nem az útvonalról történő lehajtásoknál, ill. a végén keletkező dugók okozzák a torlódást, hanem magán a sávon az időszakonként megnövekedett járműsűrűség okoz lassú előrehaladást és torlódásokat. Az ilyen sávok elhelyezkedését tekintve két esetet különböztethetünk meg:

- Diszjunkt rendszerekre történő alkalmazás. A gyakorlatban azok az esetek, amely esetekben geometriailag különböző hálózati tartományokban helyezkednek el a vizsgált rendszerek és egymástól függetlenül működtethető rendszereknek tekinthető alkalmazás történik. Bár, mindig fontosak a komplex vizsgálatok, de ilyenkor elvben külön-külön rendszertervek készíthetők az egyes esetekre.
- Nem diszjunkt rendszerek esete: Egy közös rendszertervet kell készíteni az ilyen rendszer esetére, amelynek praktikusán lehet az a célja is, hogy kezelhető diszjunkt rendszerekre bontsuk szét ezt is.

Mind egyik esetben, a rendszertervben meg kell tervezni és ki kell alakítani a szükséges infrastruktúrát, amely minden felépülő irány esetére biztosítja a hálózati elemek között szükséges geometriai kapcsolatokat és egyúttal végrehajtja az adott irányokhoz tartozó irányítást is. A közbelső időt is figyelembe véve, minden változtatható irányú részrendszert 3 fázisállapot jellemez. Ha egymástól függetlenül, n helyen valósítunk meg irányváltást, a kapcsolási rendszer egyetlen kapcsolati hipermátrixa 3^n féle fázisállapotot valósít meg az alkalmazás során.

Az optimális forgalom lebonyolódása azt igényli, hogy mindenkor vegyük figyelembe azokat a különböző terhelési értékeket, amelyek a napi, heti, és irányonkénti változások során fellépnek, tehát biztosítsuk az irányítás adaptivitását.

Az irányítást tekintve szintén két esetet különböztethetünk meg:

- A fogalomirányító központból kiadott utasítás alapján, a napszaki forgalmi helyzethez alkalmazkodó időbeni vezérlés működik. Ebben az esetben az új közlekedési rendre vonatkozó modell-számítások és kialakítást követő mérések alapján kell meghatározni az időbeni vezérlést.
- II. A forgalmi helyzet alapján, állapotfüggő automatikusan működő intelligens irányítás alkalmazása. Ebben az esetben modell prediktív irányítási (MPC) módszert javasolunk, amely olyan numerikus-optimalizáláson alapuló irányítási módszer, amelyenél – diszkrét időt feltételezve – a beavatkozó jel jövőbeni értékeit (véges időhorizonton előre tekintve) minden diszkrét időlépésben egy előírt célfüggvény optimalása révén határozzuk meg. A célfüggvény értéke függ a rendszer jövőbeni állapotaitól, melyeket a rendszer modellje alapján, a beavatkozó jelek és a kezdőállapot függvényében számolni tudunk. Az ily módon működő irányítási eljárás esetén, a programalkotó rendszer már teljesen forgalomtól függő és a fő jellemzője az adaptivitás.

Diszjunkt rendszerek esetén külön-külön a peremsűrűségek mérését feltételezve összefoglalható az egyes változtatható irányú szakaszokra egy közös irányítási séma!

Jelölje valamely változtatható irányú szakasznál a t időpontban az időegység alatt átbocsájtott járműszámot az l -es irányban engedélyezett haladás esetében az inputoknál $n_1^{Inp}(t)$, az outputoknál $n_1^{Outp}(t)$, valamint a belső hálózati elemek között $n_l(t)$.

A 2-es irányban engedélyezett haladás esetében pedig az inputoknál $n_2^{Inp}(t)$, az outputoknál $n_2^{Outp}(t)$, valamint a belső hálózati elemek között $n_2(t)$.

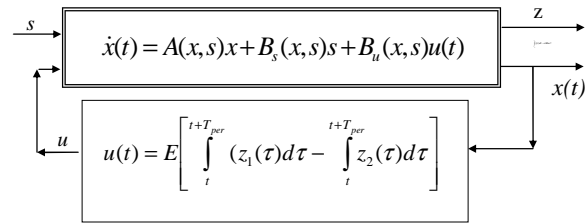
Tekintsük a 7. ábrán látható irányítási hurkot a $z(t)$ performance jel figyelembevételével, amely a diszjunkt rendszert magában foglaló hálózati modellnél az alábbi:

$$z(t) = [n_1^{Inp}(t) + n_1^{Outp}(t) + n_l(t)] \cdot u(t) + [n_2^{Inp}(t) + n_2^{Outp}(t) + n_2(t)] \cdot (1-u(t))$$

Ahol: $z(t)$ az adott változtatható irányú szakaszra vonatkozó performance jel, amelyről feltesszük, hogy nemnegatív, integrálható valós függvény. Az $A(x,s)$, $B_s(x,s)$ és $B_u(x,s)$ mátrixok konstruálásáról [Péter; 2012] cikkben olvashatunk. Ekkor a $z(t)$ valamely $[t_0, t]$ intervallumon történő integrálásával az irányítás az alábbi cél megvalósítását tűzi ki:

$$\int_{t_0}^t z(\tau) \cdot d\tau = Z(t) - Z(t_0) \rightarrow Max!$$

Ahol a $Z(t) - Z(t_0)$ különbség az a járműszám, amelyet egy t_0 kezdeti időponttól az adott t időpontig a változtatható irányú szakasz átbocsájtott, az addig megvalósult $u(t)$ irányítás mellett.



7. ábra Az irányítási hurok

Az eljárás T_{per} lépésközönként végez vizsgálatot a lehetséges fázisokra, ahol T_{per} egyúttal az a fázisidő, amelyre előre számolunk és felhasználjuk az alábbi E függvényt:

$$E(x) = 1 \text{ if: } x > 0 \text{ and } E(x) = 0 \text{ if: } x \leq 0.$$

Az $u(t)$ irányítójel az adott perióduson:

$$u(t) = E \left(\int_t^{t+T_{per}} z_1(\tau) d\tau - \int_t^{t+T_{per}} z_2(\tau) d\tau \right)$$

Ha $E(x) = 1$ akkor $u(t) = 1$, ez esetben az l -es irányhoz tartozó $z_1(t)$ performance jel valósul meg az adott perióduson:

$$z_1(t) = n_1^{Inp}(t) + n_1^{Outp}(t) + n_l(t)$$

Ha $E(x) = 0$ akkor $u(t) = 0$, ez esetben a 2-es irányhoz tartozó $z_2(t)$ performance jel valósul meg az adott perióduson:

$$z_2(t) = n_2^{Inp}(t) + n_2^{Outp}(t) + n_2(t)$$

5. KONKLÚZIÓ

A változtatható irányú szakasz maximális járműátbocsátására a hálózati modell alapján, MPC-alapú, rapid irányítási stratégiát határoztunk meg, amely irányítás egyaránt figyelembe veszi mindkét esetben a szakaszon, illetve annak minden bemenetén és kimenetén a járműsűrűségeket a szakasz optimális működtetése érdekében.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

„TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0012: "Smarter Transport" - Kooperatív közlekedési rendszerek infokommunikációs támogatása - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Új tehetséggondozó programok és kutatások a Műegyetem tudományos műhelyeiben" c. projekt szakmai célkitűzéseinek megvalósításához. A projekt megvalósítását a TÁMOP-4.2.2.B-10/1--2010-0009 program támogatja.

„TÁMOP-4.2.2.A-11/1/KONV-2012-0012: Hibrid és elektromos járművek fejlesztését megalapozó kutatások - A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

REFERENCES

- H. Arneson, C. Langbort (2009): Linear Programming Based Routing Design for a Class of Positive Systems with integral and Capacity Constraints. *Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Estimation and Control of Networked Systems, Venice, Italy, September 24-26, 2009*
- Bacciotti, A. (1983), On the positive orthant controllability of two-dimensional bilinear systems, *Sys. Control Lett.*, 3: 53-55, 1983.
- Bede, Zs. and Péter, T. (2011.1). The mathematical modeling of Reversible Lane System *Periodica Polytechnica - Transportation Engineering* 39:(1) pp. 1-6.
- Bede, Zs. and Péter, T. (2011.2). The development of large traffic network model, *Periodica Polytechnica-Transportation engineering* 39:(1) pp. 7-14.
- Boothby, W. M. (1982): Somé comments on positive orthant controllability of bilinear systems, *SIAM J. Control Optim.*, 20: 634-644, 1982.
- Caccetta, L., Rumchev, V. (2000): A survey of reachability and controllability for positive linear systems, *Annals of Operations Research*, vol. 98, pp 101-122, 2000.
- Luenberger, D. (1979): Introduction to Dynamics Systems, *Wiley, New York*, 1979
- Coxson, P.G., Shapiro, H. (1987): Positive input reachability and controllability of positive systems, *Linear Algebra and its Applications* 94 (1987) 35-53.
- Farina, L. and Rinaldi, S (2000): Positive Linear Systems Theory and Applications. *John Wiley & Sons, Inc.*
- Golub, A. (2012): Perceived Costs and Benefits of Reversible Lanes in Phoenix, Arizona, *ITE JOURNAL / february 2012*, pp. 38-42, 2012
- Péter, T. (2012): Peter, T, Modeling nonlinear road traffic networks for junction control, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS)*, 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 723-732. DOI: 10.2478/v1006-012-0054-1
- Péter, T. and Basset, M. (2009). Application of new traffic models for determine optimal trajectories, *Sessions 1 Automation and Mechatronics. (1-C-1 Sistem Modelling and Control). Oct.21-Oct.23, INTERNATIONAL FORUM ON STRATEGIC TECHNOLOGIES (IFOST 2009) HoChiMinh City University of Technology, (Vietnam), pp.89-94, 2009*
- Péter, T. and Bokor, J. (2010): Modeling road traffic networks for control. Annual international conference on network technologies & communications: NTC 2010. Thaiföld, 2010.11.30-2010.11.30. pp. 18-22. *Paper 21.* (ISBN:978-981-08-7654-8)
- Péter, T. and Bokor, J. (2011). New road traffic networks models for control, *GSTF International Journal on Computing, Volume 1, Number 2*, pp. 227-232. DOI: 10.5176_2010-2283_1.2.65, February 2011.
- Péter, T., Fülep, T. and Bede, Zs. (2011). The application of a new principled optimal control for the dynamic change of the road network graph structure and the analysis of risk factors, *13th EAEC European Automotive Congress, Valencia, Spain, 13-16 June, Paper E44 pp. 1 – 11*
- Sachkov, Y. L. (1997): On positive orthant controllability of bilinear systems in small co-dimensions, *SIAM J. Control Opt.*, 35: 29-35, 1997.
- Valcher, M.E. (1996): Controllability and reachability criteria for discrete-time positive systems, *International Journal of Control* 65(3) (1996) 511-536.
- B. Wolshon, L. Lambert (2006): Reversible lane systems: Synthesis of practice, *Journal of Transportation Engineering*, vol. 132, pp. 933–944, December 2006.