

Paradigmaváltás, amely elvezetett a globális közúti hálózat működésének leírásához és a dinamikus modell létrehozásához

Dr. Péter Tamás *

* *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedésautomatikai Tanszék
H 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. (tel.: +36-1-4631013, e-mail peter.tamas@mail.bme.hu)*

Abstract: Ma már a járműfolyamatok és a közlekedési folyamatok vizsgálata, egymástól elválaszthatatlan! A területen a korszerű modellezés, nem nélkülözhető a modern irányításmélettel sem, - a kettő ugyancsak elválaszthatatlan egymástól! Kihívás a rendszerek rendkívüli bonyolultsága, a sokféle megközelítési lehetőség és a hagyományos modellezés területén tapasztalt hiányosságok!

A fejlett világban véget ért az a korszak, amelyben a közlekedés problémáit több út építésével és több járat üzemeltetésével lehetett megoldani. A kitörés iránya a paradigmaváltás és az innováció! Az iparilag fejlett régiókban, döntően az új modell-megközelítésekkel és az információs és kommunikációs technológiák segítségével növelhető a közlekedés hatékonysága és kapacitása. A most bemutatott kutatás az elmélet vonatkozásába a közúti hálózat általános dinamikus működését vizsgálja. A gyakorlat terén pedig, a hálózatfejlesztés és tervezés olyan problémáira összpontosít, amelyeknek a megoldásai pontos választ adnak arra, hogy egy meglévő, vagy fejlesztendő hálózaton milyen konkrét folyamatok zajlanak le? Megfelel-e az adott hálózat, (ill. az a fejlesztéseket követően) a fenntartható fejlődés kritériumainak? A kutatás során rámutatunk arra is, hogy a hagyományos modellezési szemlélet alkalmazása igen sok megválaszolatlan kérdést vet fel, és állandóan méretproblémákkal küzd. Választ kell adni tehát, olyan alapkérdésekre, mint: Lehet-e bármely ilyen, rendszerre egységes matematikai modellt felírni, pl. olyant, mint a Lagrange rendszereknél ismert Hamilton-féle variációs elv? Lehet-e, nem csak részhálózati problémákat tárgyalni (pl. csomópontokat, csomópont-együtteseket, v. körgyűrűket, stb.), hanem tetszőleges méretű hálózatra általános elvű modellt felírni? Végül, felírható-e a globális modell, amely figyelembe vesz minden létező hálózati elemet és folyamatot?

1. BEVEZETÉS

A közúti forgalom modellezésére sokféle technika terjedt el. A szimulációs modellek részletessége a makroszkopikus modellezéstől indulva a mezoszkopikuson át a mikroszkopikus, illetve szub-mikroszkopikus modellekig terjednek.

1. A **makroszkopikus** modellek esetében a forgalmat egy közeg áramlásaként kezeljük „u.n. folyadék vagy gáz-áram megközelítés” alkalmazva. A közlekedési folyam, forgalom (traffic flow) leírására, a forgalom és egy folyadék árama közötti analógiából kiindulva [Lighthill and Whitham, 1955] és [Ashton, 1966] vizsgált makroszkopikus modellt. A közlekedési folyam folytonossági elve két összefüggésen alapul, az egyik a folytonossági egyenleten, amely kifejezhető, mint a járművek megmaradásának törvénye, a másik a fundamentális egyenlet. A forgalom változását néhány fő jellemző: forgalomsűrűség, forgalomsebesség, és forgalomáramlás funkciójaként határozzák meg. Ezek a modellek a legegyszerűbb lineáris kapcsolattól [Greenshields, 1935], egyre bonyolultabb és összetettebb irányba fejlődtek [Greenberg, 1959] (Greenberg, NWU modell, Drew modell,

diffúziós modellek). A hagyományos makroszkopikus modellezés kiválóan alkalmas hálózati szintű vizsgálatra.

2. A **mikroszkopikus** modellek esetében, minden jármű külön egyedként szerepel a modellben és a járművek, illetve járművezetők viselkedése már a közvetlen környezetüktől függ. Az első mikroszkopikus modellek [Reuschel, 1950] és [Pipes, 1953] nevéhez fűződnek, és az egymást követő jármű-párok mozgását írták le. Az általános mikroszkopikus modellek alapeleme a járműkövetési, sávválasztási, illetve útvonal-választási modell. E modellek általában egy modellként kezelik a jármű-járművezető rendszert. A kezdeti modellek az ún. cellás (diszkrét) modellek voltak, ekkor az útszakaszt egység hosszúságú cellákra osztották, és a járművek az ezekkel, a cellákkal meghatározott diszkrét pozíciókat vehették fel.

3. A **mezoszkopikus** modellek kötik össze a makro-, és a mikromodelleket. Az ilyen jellegű modellekben már megjelenik a jármű entitásként, de viselkedése még vagy a makroszkopikus jellemzőktől függ, vagy nagyon alacsony szintű modellezést alkalmaz, illetve nem minden esetben jelentkezik az összes valós résztvevő a szimulációban, csak egyes elemek viselkedését vizsgálják. Ezek a modellek igen sok formát ölthetnek. Pl. tekinthetőek a

járművek, mint valamilyen csoportba szervezett és e módon átvezetett egységek, de számos irodalom joggal ide sorolja az automata modelleket is (pl. Nagel-Schreckenberg modell [Nagel and Schreckenberg, 1992]). A diszkrét eseményű rendszerek leírására alkalmasak az automaták. A témakörben a közlekedési rendszereknél alkalmazott automaták a *determinisztikus automaták* és *hibrid automaták*, [Parsini and Saccone, 2001], [Pepine and Cassandras, 1998], valamint az ágensekkel rokon *celluláris automaták*, [Rickert et al, 1996], [Emmerich and Rank, 1997], [Nishinari and Takahashi, 1998], [Emmerich and Rank, 1998], [Nassaba et al, 2005] és [Larraga and del Rio, 2005], továbbá a Petri hálók, [Jensen and Rosenber, 1992], [Jensen, 1992, 1995], [Di Febraro and Saccone, 1998], [Alla and David, 1998, 2001], [Silva, and Recalde, 2004], [Di Febraro and Sacco, 2004], és [Tolba et al, 2005]. A mezoszkopikus modellek leginkább az ún. „Dynamic Traffic Assignment”, azaz dinamikus forgalomszétosztás vizsgálatára alkalmasak.

4. A **szub-mikroszkopikus modellek** legjobban az emberi viselkedés vizsgálatára felelnek meg. E modellek esetén teljesen szét van választva a többdimenziós pálya, a jármű és a járművezető. A modellezési mechanizmusnak figyelembe kell vennie a jármű-út kapcsolatot, a vezető-jármű kapcsolatot, a jármű saját dinamikáját, illetve a járművezető belső (tulajdonságai, idegállapot, reakcióidő, járművezetői képesség stb.) lehetőségeit, továbbá külső (percepció, látási viszonyok, stb.) viszonyait. E-tényezők figyelembevételével történik a modell felépítése, amely a percepció-döntés-beavatkozás-járműreakció-útkölcsönhatás szálán fut végig. Az emberi viselkedés vizsgálatában olyan szub-mikroszkopikus modell lehet segítségünkre, amely egy adott forgalmi környezet minden elemét megfelelő pontossággal írja le és abban, a vizsgálatnak megfelelően tudja elhelyezni a külön modellezhető út-jármű-ember rendszert. [Goodrich et al, 1998], [Boer and Hoedemaeker, 1998], [Boer, 1999], [Salvucci and Liu, 2001], [Salvucci and Liu, 2002], [Salvucci, 2006]. A szub-mikroszkopikus modellek hátránya éppen a modell igen nagy komplexitása, így a használható eredményt produkáló szimuláció csak megfelelő számítási teljesítmény megléte mellett érhető el. Ide sorolható az ágens-alapú modellezés. Az "agens" szó a számítástudomány és a szoftverfejlesztés egyik kulcsszava, amely mögött a mesterséges intelligencia (MI) ([Russel and Norvig, 2003]) és általánosabban az informatika egy, az utóbbi évtizedben virágzásnak indult, dinamikus területe áll. **Általános jelentése** szerint ágens, ami bizonyos fokú önállósággal bír (independence, autonomy); valamilyen környezet veszi körül; reaktív (reactive), azaz érzékeli környezetét és reagál az abban bekövetkezett változásokra. A több kölcsönható ágensekből álló rendszereket **multi-ágens rendszernek** (multi-agent system, MAS) nevezzük.

Pozitív rendszerek osztálya

A pozitív rendszerek első definícióját [Luenberger, 1979] adta meg: *A pozitív rendszer egy olyan rendszer, amelyben az állapotváltozók nem negatívak.* A vizsgált közúti közlekedési folyamatok többségében az állapotok eredeti fizikai jelentése

alapján megfelelnek ennek. A klasszikus irodalomban a közúti folyamatok leírása során a legtöbb esetben általános lineáris rendszer egyenleteket állítanak fel, és nem használják ki a folyamat pozitív tulajdonságait. Azt gondolhatjuk, hogy az általános lineáris rendszereknél megismert tulajdonságok minden probléma nélkül igazak a pozitív rendszerekre is, azonban ez nem így van, [Varga, 2007]. A pozitív rendszerek irányíthatóságának és a megfigyelhetőségének a feltételei nem vezethetők le egyértelműen az általános rendszereknél megismert módszerekből. A probléma különösen igaz, ha nemcsak az állapotokra, de még a beavatkozó jelre is nem negatív értékkészletet követelünk meg. Ezért, a közúti folyamatok tisztán pozitív rendszerként történő leírása az irányítástechnikai szempontból nem triviális feladat. Az irányítási feladat ebben az esetben azt jelenti, hogy úgy kell egy állapotból egy másik állapotba irányítani a rendszert, hogy az állapotátmenet közben is érvényes, hogy nem negatív értékeket vehetnek fel az állapotok. A tárgykörben a rendszerek leírását és irányíthatóságát [Caccetta and Rumchev, 2000] és [Farina and Rinaldi, 2000] rendszerező munkái, továbbá [Bacciotti, 1983], [Coxson and Shapiro, 1987] és [Valcher, 1996] adták meg. [Boothby, 1982] és [Sachkov, 1997] publikációikban az irányításméletben alkalmazott **A** valós mátrixot tekintve, kijelenthető a következő tétel: A rendszer pontosan akkor pozitív, ha az **A** mátrix Metzler mátrix, azaz a főátlón kívüli elemek mind nemnegatívak, (a főátlóban lévő elemek pedig tetszőlegesen lehetnek).

A forgalmi problémának, és megoldásainak több felhasználása létezik. A három legjellemzőbb felhasználási terület a következő: [Kachroo and Özbay, 1999]

1. **Forgalomtervezés:** Igények tervezése, utazási idő előrejelzése, útvonal-generálás, útvonalelosztás illetve a vezérlési mód kiválasztása, melyeknek célja az, hogy lássuk egy új út, vagy az adott területen végrehajtott változás hatásait.
2. **Szimulációk:** Létező forgalmi szabályozások összehasonlítására lehet felhasználni. A forgalomtervezés analizálására képes, feltétele az adott O-D (Origin-Destination, induló-érkező) viszonyok ismerete.
3. **Valós idejű forgalomszabályozás:** A valóságos forgalom irányítása, felhasználva az adott helyen és időben a forgalom viselkedését és alakulását. A szabályozás különösen fontos területe a valós idejű forgalomszabályozás, de a forgalomtervezés esetében is jól felhasználható.

A további vizsgálatok szempontjából fontos modellezési megfontolások és irányok

A modellezés nagyon merész lépése volt a Makro modellek létrehozása, [Lighthill and Whitham, 1955], [Ashton, 1966], amikor is a jármű forgalmat egy közeg áramlásaként kezelték és a modell két reláción alapult, az egyik az Euler-féle folytonossági egyenleten, (amely jelen esetben kifejezhető, mint a járművek megmaradásának törvénye) a másik, a fundamentális egyenlet. Ez a modell parciális differenciál-

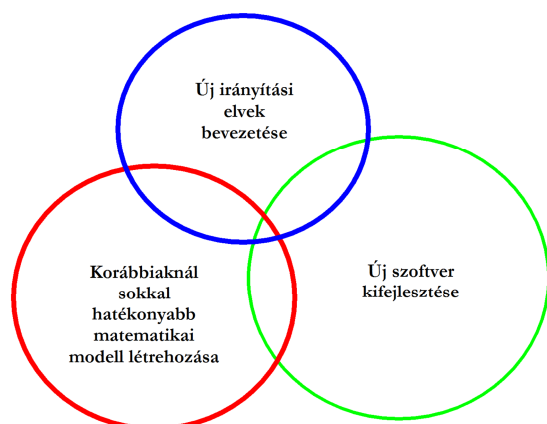
egyenletet eredményezett, amely igen egyszerű modelleknél is rendkívül számításgényes volt.

Ezt a klasszikus makroszkopikus modellezési technikát jelentősen továbbfejlesztette Papageorgiou. A forgalom modellezését valós idejű forgalom-becsléssel is összekötötte és irányítást is megvalósított. Ilyen pl. a Papageorgiou és munkatársai által alkalmazott modell autópályákra és körgyűrűkre, ahol $\Delta_s=500$ m szegmens-hosszakkal dolgoznak és egy szegmensnél, $k \cdot T$ diszkrét időpontokban állandónak tekintik a járműsűrűséget. **Mérésekkel igazolt igen jól alkalmazható modellt nyertek** [Cremer & Papageorgiou, 1981]; [Wang, Papageorgiou et al., 2009].

2. ÚJ ELVŰ MEGKÖZELÍTÉS A GLOBÁLIS KÖZÚTI HÁLÓZATI FOLYAMATOK LEÍRÁSÁRA.

A kutatás és fejlesztés céljai az 1. ábrán láthatók. A konferencia anyag közzététele az alábbi fő szempontokat szolgálja:

- Egy új szemléletmód bemutatása
- Az új modellezési technikában rejlő lehetőségek bemutatása
- Egy 3D szuper szimulációs eszközt létrehozása



1. ábra: Cél: új hatékony modell, új irányítási törvények és új szoftver kifejlesztése

A kutatási anyag a nagyméretű közúti hálózatok közlekedési folyamatainak forgalmi modellezését vizsgálja, - speciális makroszkopikus modell felállításával.

A közlekedési folyamat modellezéséhez alapvetően két rendszerelem modellezését kell megoldani.

I. Az infrastruktúra (vagy kínálati oldal), amely magában foglalja a hálózatot (utakat, parkolókat, kereszteződéseket), a szabályozó és információs rendszereket (jelzőlámpákat, táblákat), VMS (Variable Message Signs).

II. A közlekedésben résztvevők (a keresleti oldal), amely a közlekedőket és viselkedésüket modellezi (útvonalválasztás, sebességválasztás, stb.).

A nagyméretű közlekedési hálózatok kutatása, az elméleti kérdések vizsgálata mellett kiemelt gyakorlati jelentőséggel is bír [Péter T., 2009]. Napjainkban, a gazdasági és társadalmi folyamatok egyre nagyobb kihívásokat támasztanak a közlekedési rendszerekkel szemben. Különösen igaz ez, a közúti közlekedési alágazatra, amely a szárazföldi közlekedés meghatározó tényezője. A közúti közlekedés bír a legnagyobb teljesítménnyel a közlekedési módok között, az áru és személyszállításnál egyaránt 70-75%-ot képvisel az Európai Unióban és Magyarországon is. Ugyanakkor, a gazdasági veszteségeket tekintve egy igen pazarló alágazat. Az Európai Unióban a forgalmi dugók évente közel 20 milliárd EUR veszteséget okoznak. A baleseti költségek a közösségnek évente mintegy 130 milliárd EUR kárt okoznak (ide értve az anyagi károkat, az adminisztratív költségeket, orvosi ellátási költségeket, a termelési veszteségeket és a kockázati értékeket is) [OTKA CNK78168 - CONTRA]. A kettő együtt 1,5 szerese a Magyar GDP-nek! Figyelembe véve a környezeti károkat is, a teljes összeg évente meghaladja Magyarország bruttó hazai össztermékének a kétszeresét.

A közlekedés minősége kiemelkedő szerepet tölt be a különböző társadalmi célok elérésében. Ilyenek pl. a környezetbarát gazdaságos működés és a munkahelyhez, oktatáshoz, egészségügyi ellátáshoz, pihenési és rekreációs lehetőségekhez való hozzáférések. Az említett társadalmi célok elérésnek egyik fontos eleme a közúti forgalomirányítás hatékonyságának javítása. A folyamatok megértésében és a szabályozási problémák megoldásában, segít a különböző diszciplínák által kidolgozott elméleti eredmények integrálása. A közúti közlekedést egyértelműen az jellemzi, hogy nagyméretű hálózaton, hatalmas tömegáram valósul meg. A teljes úthálózat hossza a világban 69 millió km és ezen jelenleg több mint 900 millió közúti jármű közlekedik. A járművek együttes hossza 79-szer kerüli meg az egyenlítő. A hálózaton a növekedés 25-35 millió gépjármű/év.

Természetesen, maga a feladat igen összetett: a közlekedési hálózat rendkívül bonyolult, belső automatizmusok, humán tényezők, sokféle szabály, geometriai, adat, szezonáltság, stb. jellemzi.

A közúti közlekedés területén számos problémával kell megküzdeni. Gyakori torlódásokat és fennakadásokat idéznek elő a korszerűtlen, ill. meg nem épített hálózatok és a meglévőkhöz a hibás szervezések. Súlyos problémát jelentenek a balesetek és a környezeti terhelések.

A problémákra csak komplex hálózatfejlesztési és irányítási megoldásokkal lehet válaszolni.

Az infrastruktúra fejlesztése mellett, a közlekedésbiztonság helyzetének javítása érdekében alapfontosságú a közlekedés szigorú rendjének fenntartása is.

Nem lehet a zaj problémáját sem kisebb térségekben kezelni, az érdemi, komolyabb döntésekhez az egész város közúti szerkezetét kell átalakítani.

A *Fehér könyv* [Európai Közösségek Bizottsága, 2001], *felülvizsgálatánál* az Európai Unió egy évtizedes közlekedési politikájáról készült félidős jelentése, vegyes képet fest az eredményekről. Ez volt az első alkalom, hogy az Európai Bizottság egy félidei felülvizsgálathoz egy konkrét munkaprogramot is hozzátartozott. Az uniós közlekedéspolitika nyilvánvaló eredményeinek elismerése mellett megállapították, hogy amennyiben nem kerül sor a közlekedéspolitika új kihívásokhoz való igazítására, a növekvő zsúfoltság, a környezet romló állapota és a társadalmi fenntarthatóság problémája súlyos akadálya lehet az Európai Unió gazdasági növekedésének.

A közlekedéspolitika gyenge pontja a szabályozás alkalmazásában van. **Nem engedhető meg, hogy egymás rovására történjen a közlekedési ágak fejlesztése.** Jelentős kockázatot jelent az infrastruktúra terén huzamos ideje megmutatózó pénzügyi passzivitás is.

Fel kell ismerni, hogy a közlekedés olyan szolgáltatást jelent, amely kulcsfontosságú szerepet tölt be a gazdasági növekedésben és így a társadalmi jólétben is. A mobilitás nem korlátozható, hanem azt elő kell segíteni. Ki kell elemezni, és figyelembe kell venni minden tagállami sajátosságot az európai hálózatok fejlesztésénél.

A közlekedés a klímaváltás okai között mintegy 12 százalékkal szerepel. Erre is választ kell adni az innováció területén például, amelynek irányába az autógyártók már elindultak.

Ennek érdekében a közlekedésszervezést intelligens, a forgalmi helyzetet valós időben nyomon követő és azonnal reagáló rendszerek bevezetésével szükséges fejleszteni, amelyek az adott körülményeknek megfelelően irányítják a közlekedési lámpákat. Hasonló módon célszerű a haladás szabályozása a változtatható irányú sávokban is és a vezetők információkkal történő ellátása a javasolt útvonalokról [Péter T. és Bede Zs., 2009],[Peter T., Fülep T.,Bede Zs., 2011]. A kommunikáció kétirányú, az utazóközönség tartózkodási helye alapján a közlekedési vállalatok is rugalmasan tervezhetik kapacitásukat.

Mindebből következik, hogy a közlekedésszervezés szerepe meghatározó. Fokozott az igény a közlekedés fejlesztése és az egyre modernebb eszközökkel történő tervezése és irányítása iránt. Ennek során elsődleges és megkerülhetetlen feladat a közúti közlekedési rendszerek modellezésének kérdésköre.

A kutatás célja a hagyományos térkép-gráf szemlélet helyett egy új modell létrehozása volt, amely matematikai területen a pozitív NL. rendszerek elméletéhez vezet [T. PETER, and M. BASSET, 2009] .

Az általa elérhető nagyméretű hálózati problémák megoldása és az új irányítási lehetőségek kiemelése, Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási elv és optimalás

megvalósítása. [Péter, T., Bokor, J., 2010.], [Péter, T., Bokor, J., 2011.].

Ennek megfelelően, a tudományos kutatás jelenleg aktuális célja, a közúti közlekedési folyamatok vizsgálata nagyméretű közúti közlekedési hálózatokon. Alapvető feladat egy új, a korábbiaknál hatékonyabb modell létrehozása a tetszőleges méretű dinamikus hálózati rendszerek leírására és irányítására.

A kutatások eredményeinek alkalmazása különösen fontos a közúti közlekedési hálózatok fejlesztésének területén. Ennek során, meghatározandók azok az elemeket, amelyekből felépíthető bármely tetszőleges méretű közúti közlekedési rendszer. Megvizsgálandók az elemek közötti kapcsolatok (átadási kooperáció és befolyásolási kapcsolat) tulajdonságai. Definiálni kell a kapcsolatokat leíró hálózati hipergráfot és meg kell adni a felépítésének módját. Definiálni kell az új rendszer állapotjellemzőit. Meg kell adni, a hipergráf által definiált kapcsolati rendszerre és az új állapotváltozóra épülő nagyméretű nemlineáris dinamikus rendszer matematikai modelljét.

A fentiek alapján olyan 3D tervező rendszert szükséges létrehozni, amely alkalmas a modell automatikus felépítésére és a közúti közlekedési rendszerek optimalására és optimális irányítására. [Péter T., Stróbl A., és Fazekas S., 2009], [Fazekas S., Stróbl A. és Péter T., 2011.].

3. A HAGYOMÁNYOS MODELLEZÉssel KAPCSOLATOS KRITIKAI MEGJEGYZÉSEK

A hagyományos modellezés felismert problémái, a közlekedési modellekkel kapcsolatos kérdések

1. Minden részhálózat más: Bármelyik részhálózat modellezése, csak egy példa a nagy hálózatban, önmagában nem vezet el, az általános működés leírásához. (Még az olyan méretű modell is, mint pl. Papageorgiou, és munkatársai által megoldott autópálya szakasz is csak egy kis rész az egészből. Ha megoldjuk az optimalását, nincs garancia arra, hogy nem toljuk ki a problémát a nem tárgyalt tartományokra.) A hagyományos modelleknél a közlekedési hálózatot csomópontok és szakaszok halmazának tekintik és ez olyan irányított gráfot eredményez, amely hűségesen leutánozza a térképet: a gráf csúcsai a csomópontok, illetve kereszteződések, az ívek pedig az őket összekötő útszakaszok.

Ezek a modellek csak példák maradnak, ha nem szabadulunk meg a klasszikus térkép-gráf szemlélettől! (A hagyományos modellek térképalapúak, a modell a térkép-gráftól függ, ezért minden egyes hálózati modellt újra fel kell építeni.)

Általános vizsgálatok szempontjából, ez a probléma a "rész és az egész problémája", amelyet Blaise Pascal így fogalmazott meg: „... lehetetlennek vélem, hogy megismerhessük a részeket az egész, s hasonlóképpen: az egészet a részek megismerése nélkül.”

2. Hagyományos modellezés problémája a peremeken, a „kapuk” alkalmazása, ahol J/h forgalmat generálnak. A modell a kapuk által kommunikál a külső hálózattal.

Lényegi alapprobléma, hogy ezzel nem lehet eljutni a Globális hálózathoz, mert ez a modell és a módszer mindenkor egy zárt tartományt tételez fel és **mindig igényli a kapukat!** Ennek következtében, megszakad az a finom struktúra, amely a teljes hálózat elemei között a valóságban fenn áll. A valóságban, u.i. a belső hálózati dinamika és a külső hálózati dinamika kölcsönösen hat egymásra. Minden belső vagy külső szabályozás a másikra is kihat. Ezt nem veszi figyelembe, a kapukon generált input-output folyamat.

3. A parkolók is gondot okoznak a hagyományos modelleknél. „Idegen elemek” a hálózati dinamikában. Ezek a hagyományos modellekben más típusú szereplők, mint az útszakaszok a közúti hálózatban. Ezek lényegüket tekintve „belső kapuk”: források, vagy nyelők a hagyományos szemléletű makroszkopikus modelleknél.

4. Nem pontosak azok a definíciók, amelyekre a hagyományos modellek támaszkodnak, matematikailag pontatlanok pl. a **Járműsűrűség** definíciója: Egységnyi útszakaszon, adott időpillanatban található járművek száma. [jármű/km]. E definíció pontatlan, mert nem tesz különbséget abban, hogy a „jármű” autóbusz, személygépkocsi, motorkerékpár stb., pedig ez jelentős eltéréseket okozhat a jelenségek vizsgálatánál. Pontosabbnak tűnik az egységjármű számot használni. [Ejármű/km], de ez sem elég pontos, mivel az egységjármű statisztikai szám, más hosszát jelent egy kamionúton és mást a zömmel személygépkocsik és motorkerékpárok által használt útszakaszon. Más az értéke egy tartományra számolva és más, az ezen a tartományon áthaladó útvonalon. Más térben és időben számítva is. (A **forgalomsebesség, járműsűrűség** közötti kapcsolatban az alkalmazott fogalmakra épülő modellek dimenzionálisan természetesen hibátlanok.)

5. Az elterjedt szimulációs szoftverek alkalmazásával nem lehet egzakt válaszokat kapni matematikai modellezési kérdésekre! Ha szoftveresen algoritmizált modelleket alkalmazunk, ezek nem alkalmasak arra, hogy egzakt matematikai következtetéseket, ill. eredmények adjanak! Ugyanakkor, a viszonylag kisméretű modellek is támaszthatnak rendkívüli számításgépi igényt, pl. parciális differenciál-egyenletrendszerrel dolgozó egyes makroszkopikus modellek.

6. Nem állandó az anyagáram a nagyméretű hálózaton. A horizontális (közlekedési) folyamat mellett, vertikális folyamat is zajlik a hálózaton. Gyártás és amortizáció egyszerre történik, tehát a **globális hálózat vizsgálata esetében** megkerülhetetlenül fontos kérdés, hogy az **anyagáram sem állandó.** A globális hálózaton, folyamatosan új járműáram lép be, - elvben bármely ponton - és folyamatosan az amortizált járművek kiáramlása is a rendszerből, ugyancsak bármely ponton! Tehát a belső anyagáram összes volumene is folyamatosan változik.

7. Sebesség-sűrűség paradoxon

A hagyományos modellek esetében, különböző típusú matematikai függvényeket definiálnak a forgalom sebessége és a járműsűrűség közötti összefüggések felírására. Pl. Greenshields (lineáris), Kladek, Greenberg (logaritmusos), Pipes and Munjal, Drake and Zachor, Drew, Underwood törvények.

Ha kimondjuk, hogy egy hálózat valamely résztartományán a fenti összefüggések valamelyikét tekintjük érvényesnek, akkor mindjárt ellentmondásba ütközünk, ugyanis érvényes kell, hogy legyen a hálózat minden rész szakaszán is, pl. bármely két szakasz unióján is, - amelyről viszont belátható, hogy egyik függvénytípusnál sem teljesül!

A paradoxonok körében, ez a háromféle fő paradoxon típusfajta közül, a **valódi ellentmondás típusba tartozik,** amelyek a valóságról alkotott kép esetében a paradoxon alapját képező rendszer modell hibás voltára hívja fel a figyelmet! Ezek a típusok a leghasznosabbak, mivel többnyire a rendszer finomítását, továbbfejlesztését eredményezik.

Néhány további komplexitási probléma:

Közúti közlekedés, rendkívül szerteágazó bonyolult hálózaton történik a világon: Rendkívül sok az egyedi jellemző (geometriai adat, út kialakítások, útminőség, út szélessége, domborzat, látásviszonyok), szabály (rengeteg tábla, forgalmi lámpa), forgalmi belső automatizmusok, tömegjelenségek, szezonális érvényesülnek (napszak, hét napja, évszaki), meteorológiai, humán hatások stb. Lassan, de - a **hálózat topológiája is állandóan változik.**

Az új modellezés izgalmas kérdései:

1. **Létezik-e egységes hálózat-invariáns matematikai modell, amely bármilyen méretű és topográfiájú hálózaton lezajló folyamatot leír?**

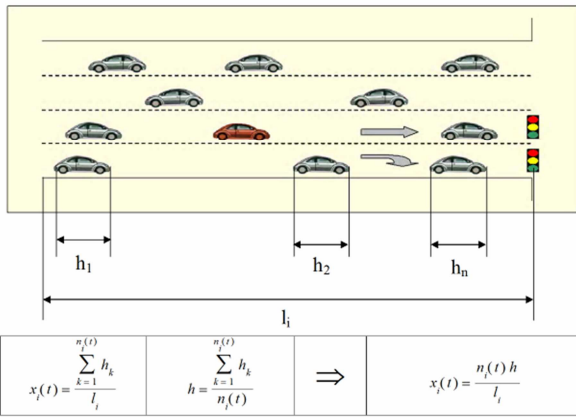
2. **Mire jó egy univerzális matematikai modell?** Olyan modell-szerkezetet nyerünk, amely által bármely hálózat leírható és matematikailag vizsgálható, (egyrészt önmagában is új eredmény) és olyan elméleti eredményt ad, (mint pl. a Lagrange-rendszerekénél) amely révén paraméterek ismerete nélkül is (Pl. Ljapunov függvény alkalmazásával) új irányítási elvhez juthatunk. Megvalósítható a hálózat tartomány szintű irányítása, és a hálózatszintű ITS rendszerek alkalmazása!

4. AZ ÚJ MODELLNÉL ALKALMAZOTT MÓDSZEREK ÉS EREDMÉNYEK

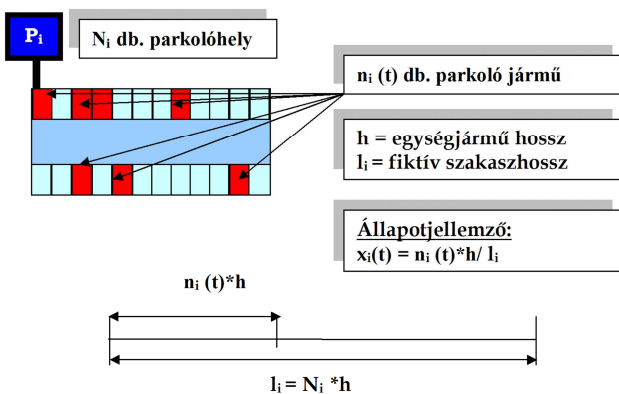
A most tárgyalt új eljárás a teljes globális modellhez vezet el. Ennél, a külső tartományban is ugyanolyan elemek vannak, mint amilyenekből a belső tartományban elhelyezkedő rendszer épül fel és ennél, a külső és belső elemek együtt determinálják az input és output folyamatokat.

1. A modellben az állapotjellemező az a sűrűség, amely az egy szakaszon tartózkodó járművek együttes hosszának és a szakasz hosszának arányát méri. Új eredménye, hogy a parkolók általánosított szakaszokként

kezelhetők a nagyméretű hálózatok modellezésénél és ugyanolyan dinamikus elemei a hálózatnak, mint a sávok. Ennek következtében, minden állapotjellemező értékkészlete a $[0,1]$ intervallumban helyezkedik el, és egyazon elemek sokaságából épül fel a közúti hálózat dinamikus modellje. A parkolóknak fontos az „ébresztő szerepe” a rendszerben!



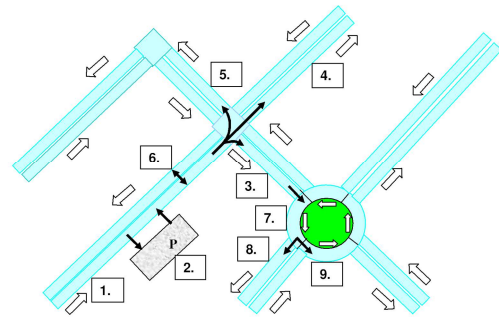
2. ábra: az állapotjellemező a t időpontban a térbeli lefedettség



3. ábra: a parkolók általánosított szakaszok

2. A nagyméretű közúti közlekedési hálózati folyamatok matematikai modellezésére speciális, hipermátrix struktúrát adunk meg, amely egy (nem feltétlenül egyszerűen összefüggő) tartományban elhelyezkedő hálózat esetén leírja a hálózati elemek közötti belső-belső, külső-belső, belső-külső és a külső-külső kapcsolatrendszerét.

Az új hálózati modellt ténylegesen más gráf írja le, mint a hagyományos modelleknél alkalmazott gráf. A hálózati forgalom lebonyolítása valójában elemek (szakaszok) sokaságának a dinamikus kooperációja. 4. ábra.



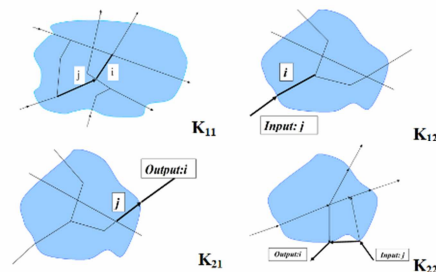
4. ábra

Az egész hálózatot tekintve, ténylegesen szakaszok kooperálnak szakaszokkal és ezek az elemek alkotják az irányított hálózati gráf csúcsait (a kooperálás általános szakaszok között, párhuzamos sávok és parkolók között történnek).

Az irányított gráf élei dinamikus relációk (ezek szétosztást, akadályozást, rásegítést, forgalmi lámpák működését, belső automatizmusokat és átadási sebességeket határoznak meg).

A szakaszok különböző paraméterekkel és kooperációs képességekkel rendelkeznek, amely képességek állapottól, külső feltételektől és az időponttól is függenek. Ezt a kapcsolatot írja le a kapcsolati hipermátrix. 5. ábra.

A hálózat általános matematikai modelljének megalkotásához alapvető fontossággal bírt a hálózatot definiáló kapcsolati hipermátrix.

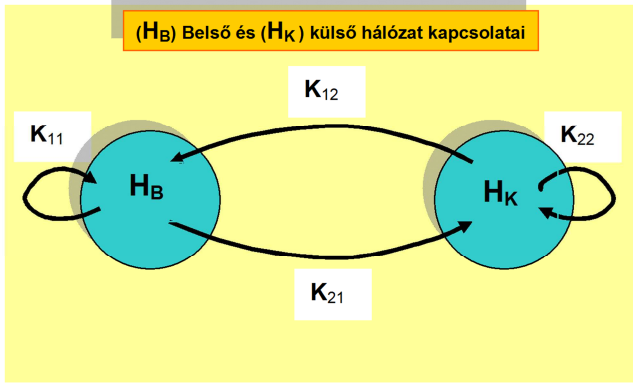


5. ábra: a belső és külső hálózat kapcsolatai hipermátrixa

A kapcsolati hipermátrix azt a dinamikus kapcsolat-sokaságot adja meg, hogy milyen módon kooperál egy tetszőleges j szakasz tetszőleges i szakasszal.

Az n db. belső szakaszból álló, közlekedési hálózati modellünk írja le azt a közúti/városi közlekedési rendszert, amely egy G zárt görbével körülhatárolt H_B tartományában helyezkedik el.

A rendszer állapotjellemezői, rendre $x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)$. A modell, a (H_K) külső tartományában elhelyezkedő hálózat azon részhálózatát is használja, amely olyan m db. szakaszból áll, amelyeknek közvetlen kapcsolatuk van valamely belső szakasszal. Az ezeken kialakuló járműsűrűségeket jelöli $s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)$, amelyeket mérések alapján ismerünk.



6. ábra: a belső és külső hálózat kapcsolatai

A módszer megengedi az input-outputok nélküli tetszőleges méretű, így pl. a Globális hálózatra történő kiterjesztést is. Ekkor $H_K = 0$ üres, és csak H_B egyszerűen összefüggő tartomány létezik és a benne elhelyezkedő hálózatnak csak belső kapcsolatai vannak.

Ugyanakkor, természetesen megengedett az is, hogy H_B nem egyszerűen összefüggő tartomány, az-az belsejében léteznek zárt görbével körülhatárolt tartományok, amelyek nem tartoznak hozzá, hanem H_K -hoz (pl. ha modellünkben az összes parkoló a külső hálózathoz tartozik).

3. Tetszőleges zárt görbe által körülhatárolt tartomány esetében megadtuk a belső és külső hálózat működését egyszerre leíró általános hálózati modellt és a belső és külső hálózati folyamatok működését leíró nemlineáris pozitív differenciálegyenlet-rendszert.

A matematikai modell pozitív nemlineáris (NL.) dinamikus rendszer vizsgálatához vezet. A modell lényegét tekintve, makroszkopikus modell.

Néhány, a kooperálással és a modellel kapcsolatos összefoglaló megjegyzés:

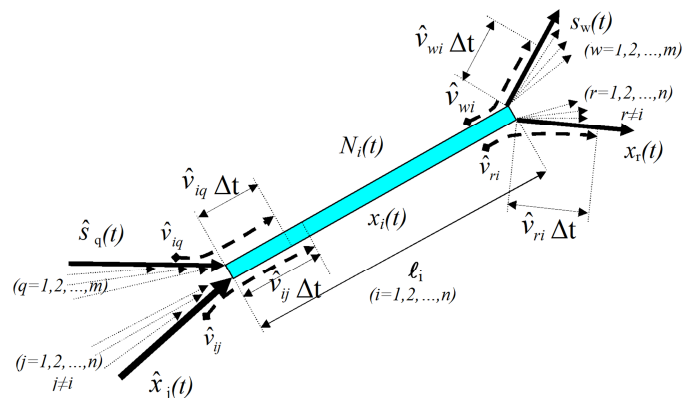
- A modellünkben $0 \leq x_i(t) \leq 1$ normált forgalomsűrűség állapotjellemzőt használunk ($i=1, \dots, n$). Az egy szakaszon, vagy szektorban tartózkodó járművek együttes hosszát osztjuk a szakasz hosszával. Ez a számítás alkalmazható a parkolók esetében is, így a parkolók is általánosított szakaszok a modellben.
- A modellezés tárgya egy NL. pozitív rendszer. A hálózaton változó sebességgel és α_{ij} -vel jelölt (α_{ij} általános esetben időtől függő $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(t)$, vagy időtől és állapottól függő $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(\underline{x}(t), t)$.) szétosztási tényezőkkel, (rátákkal) áramlik a forgalom. A forgalmat a közúti járművek testesítik meg. A sebesség a forgalom sűrűségétől függ. Maximuma szakaszonként limitálva van. A sebesség függvényt befolyásolja még az időjárás, a látási viszonyok, az út geometriája, a domborzat, a minősége és a szélessége.
- β_{ij} -vel jelöljük az egyes szakaszok átadásánál fellépő akadályozást $0 \leq \beta_{ij} < 1$, vagy rásegítést $1 < \beta_{ij}$. (β_{ij} általános esetben időtől függő $\beta_{ij} =$

$\beta_{ij}(t)$, vagy időtől és állapottól függő $\beta_{ij} = \beta_{ij}(\underline{x}(t), t)$.)

- $0 \leq u_{ij}(t) \leq 1$ kapcsolási függvény, az egyes szakaszok átadásánál működő forgalmi lámpák hatását veszi figyelembe.
- A párhuzamosan haladó szakaszok (sávok), továbbá szakaszok és parkolók is adnak át egymásnak járművet a hálózaton. Ezt az átadást $0 \leq \gamma_{ij}(t)$, vagy $0 \leq \gamma_{ij}(x_i(t), x_j(t), t)$ arányossági függvény veszi figyelembe.
- Belső tiltó automatizmusok is működnek a hálózaton: j-ből nem adhatunk át i-re, ha i tele van ($x_i(t) = 1 \Rightarrow S(x_i(t)) = 0$). Ugyancsak j-ből nem adhatunk át i-re, ha j üres ($x_j(t) = 0 \Rightarrow E(x_j(t)) = 0$). A normált állapotjellemzők alkalmazásával ezek a feltételek egyszerűen teljesíthetőek. Ezek biztosítják a modellben azt, hogy nem veszünk el járművet onnan ahol nincs (sűrűség nem lép negatív tartományba) és nem adunk oda, ahol a sűrűség már elérte az 1-et.
- A hálózatot egy „G” zárt görbével körülkerített, nem feltétlenül egyszerűen összefüggő tartományban vizsgáljuk. Azon külső szakaszokon, amelyek közvetlen átadási, vagy átvételi kapcsolatban vannak valamely hálózati szakasszal, mérjük a normált $0 \leq s_i(t) \leq 1$ forgalomsűrűséget ($i=1, \dots, m$).

Tekintsünk egy zárt (nem feltétlenül egyszerűen összefüggő) görbével körülkerített hálózatot. A tartomány definíciója megengedi, hogy pl. a parkolók egy része, vagy az összes parkoló a külső tartományhoz tartozzon. A 6. ábra szerint a hálózatot osztályoztuk, két diszjunkt hálózat létezik, a belső és a külső.

Tekintsük először a belső hálózat egy szakaszát:



7. ábra: i-ik belső szektor kapcsolatai

Ha egy j szakasz dolgozik i-re, a kapcsolati mátrix i-ik sor j-ik oszlopában fizikailag sebesség dimenziójú érték jelenik meg, amely a kapcsolati sebesség.

\hat{v}_{ij} tényleges átadási sebesség egy szabályozott sebesség.

Ez az alábbiakat veszi figyelembe: $S(x_i)$, $E(x_j)$, belső

automatizmusok, V amely a csatlakozó szakaszok sűrűsége által van számítva, $u_{ij}(t)$ lámpa jel és $\beta_{ij}(x,t)$ akadályozás, vagy rásegítés:

$$\hat{v}_{ij} = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t)) \cdot E(x_j(t)) \cdot u_{ij}(t) \cdot \beta_{ij}(x(t), t)$$

(A V sebesség-járműsűrűség függvényt adott pillanatban a gráf különböző részein ugyanazon formális modell, más-más típusú $V(x)$ függvényei, ill. domborzati, út, meteorológiai paraméterek beállítások melletti verziói írják le a valóságnak legjobban megfelelő helyzetet. Ezt, az adott átadási pont, illetve a szakaszol mérésével és identifikációs módszerek alkalmazásával lehet figyelembe venni.)

A beáramló x_j sűrűségű anyag is szabályozott. Figyelembe veszi azt, hogy lehetséges, hogy j szakasz nem csak i -re dolgozik ugyanabban a t időpontban, ezért, a teljes mennyiség egy része áramlik j -re. Ezt egy $\alpha_{ij}(x,t)$ állapot és idő függő faktor mutatja (pl. ilyen amikor egy parkoló két kimenetelén a szétszítás rátát adjuk meg). Jelentős anyagmennyiség kiáramlás eltérés lehet továbbá különböző időkben, ill. környezeti állapotjellemzők függvényében is. Ezt egy $\gamma_{ij}(x,t)$ állapot és időfüggő faktor mutatja. (pl. ilyen, amikor egy parkolóból bizonyos időszakokban jelentős anyagáram megy ki, vagy párhuzamos sávoknál, egy j -ről i -re történő sáv váltási hajlandóságot befolyásol a sávok állapotjellemzője ill. az időszak is).

Az x_j sűrűségű anyagnál, a **tényleges** \hat{x}_j anyagmennyiség átadásánál ezt az alábbi módon vesszük figyelembe:

$$\hat{x}_j = \alpha_{ij}(x(t), t) \cdot \gamma_{ij}(x(t), t) \cdot x_j$$

A sebesség és anyagmennyiség szabályozása egyszerre jelenik meg a kapcsolati mátrix v_{ij} elemében, mivel a

mátrix és állapotjellemző vektor szorzatában szereplő $v_{ij} \cdot x_j$, a forgalmat leíró szorzatoknak tényleges sebességeket és sűrűségeket kell figyelembe venni:

$$v_{ij} \cdot x_j = \hat{v}_{ij} \hat{x}_j = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t)) \cdot E(x_j(t)) \cdot u_{ij}(t) \cdot \beta_{ij}(x(t), t) \alpha_{ij}(x(t), t) \cdot \gamma_{ij}(x(t), t) \cdot x_j$$

Igy adódik, hogy:

$$v_{ij} = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t)) \cdot E(x_j(t)) \cdot u_{ij}(t) \cdot \beta_{ij}(x(t), t) \cdot \alpha_{ij}(x(t), t) \cdot \gamma_{ij}(x(t), t)$$

Ki kell hangsúlyozni azon jól használható elvet, hogy az egy szektoron belül, adott t időpillanatban állandó sűrűséget és sebességet használunk. Ez megjelenik a [10. Papageorgeu] - modelleknél is diszkrét időintervallumokban.

Bármely i ($i=1,2,\dots,n$) belső szektorra felírható az a differenciálegyenlet, amely meghatározza, hogy az x_i állapotjellemzője, hogy függ a többi belső és külső szektor állapotjellemzőjétől.

Inputok:

$$x_j: \Delta l_{ij} = \hat{v}_{ij} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta n_{ij} = \frac{\hat{v}_{ij} \cdot \Delta t \cdot \hat{x}_j}{h} \Rightarrow \Delta n1_i = \frac{\Delta t}{h} \sum_{j=1, (j \neq i)}^n v_{ij} \cdot x_j$$

$$s_q: \Delta l_{iq} = \hat{v}_{iq} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta n_{iq} = \frac{\hat{v}_{iq} \cdot \Delta t \cdot \hat{s}_q}{h} \Rightarrow \Delta n2_i = \frac{\Delta t}{h} \sum_{q=1}^m v_{iq} \cdot s_q$$

Outputok:

$$x_r: \Delta l_{ri} = \hat{v}_{ri} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta n_{ri} = \frac{\hat{v}_{ri} \cdot \Delta t \cdot \hat{x}_i}{h} \Rightarrow \Delta n3_i = \frac{\Delta t}{h} \sum_{r=1, (r \neq i)}^n v_{ri} \cdot x_i$$

$$s_w: \Delta l_{wi} = \hat{v}_{wi} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta n_{wi} = \frac{\hat{v}_{wi} \cdot \Delta t \cdot \hat{x}_i}{h} \Rightarrow \Delta n4_i = \frac{\Delta t}{h} \sum_{w=1}^m v_{wi} \cdot x_i$$

$$\Delta N_i = [\Delta n1_i + \Delta n2_i] - [\Delta n3_i + \Delta n4_i]$$

$$N_i(t + \Delta t) = N_i(t) + \Delta N_i$$

$$N_i(t + \Delta t) = N_i(t) + \frac{\Delta t}{h} \left[\sum_{j=1, (j \neq i)}^n v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^m v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1, (r \neq i)}^n v_{ri} \cdot x_i(t) + \sum_{w=1}^m v_{wi} \cdot x_i(t) \right) \right]$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N_i(t + \Delta t) - N_i(t)}{\Delta t} = \frac{1}{h} \left[\sum_{j=1, (j \neq i)}^n v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^m v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1, (r \neq i)}^n v_{ri} + \sum_{w=1}^m v_{wi} \right) x_i(t) \right]$$

$$\dot{N}_i(t) = \frac{1}{h} \left[\sum_{j=1, (j \neq i)}^n v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^m v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1, (r \neq i)}^n v_{ri} + \sum_{w=1}^m v_{wi} \right) x_i(t) \right]$$

$$x_i(t) = \frac{N_i(t) \cdot h}{l_i} \Leftrightarrow N_i(t) = \frac{x_i(t) \cdot l_i}{h}$$

$$\dot{N}_i(t) = \frac{\dot{x}_i(t) \cdot l_i}{h}$$

$$\frac{\dot{x}_i(t) \cdot l_i}{h} = \frac{1}{h} \left[\sum_{j=1, (j \neq i)}^n v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^m v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1, (r \neq i)}^n v_{ri} + \sum_{w=1}^m v_{wi} \right) x_i(t) \right]$$

$$\dot{x}_i(t) = \frac{1}{l_i} \left[\sum_{j=1, (j \neq i)}^n v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^m v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1, (r \neq i)}^n v_{ri} + \sum_{w=1}^m v_{wi} \right) x_i(t) \right]$$

$$v_{ij} = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t)) \cdot E(x_j(t)) \cdot \alpha_{ij}(x(t), t) \cdot \beta_{ij}(x(t), t) \cdot \gamma_{ij}(x(t), t) \cdot u_{ij}(t)$$

$$v_{iq} = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), s_q(t)) \cdot E(s_q(t)) \cdot \alpha_{iq}(x(t), t) \cdot \beta_{iq}(x(t), t) \cdot \gamma_{iq}(x(t), t) \cdot u_{iq}(t)$$

$$v_{ri} = S(x_r(t)) \cdot V(x_r(t), x_i(t)) \cdot E(x_i(t)) \cdot \alpha_{ri}(x(t), t) \cdot \beta_{ri}(x(t), t) \cdot \gamma_{ri}(x(t), t) \cdot u_{ri}(t)$$

$$v_{wi} = S(s_w(t)) \cdot V(s_w(t), x_i(t)) \cdot E(x_i(t)) \cdot \alpha_{wi}(x(t), t) \cdot \beta_{wi}(x(t), t) \cdot \gamma_{wi}(x(t), t) \cdot u_{wi}(t)$$

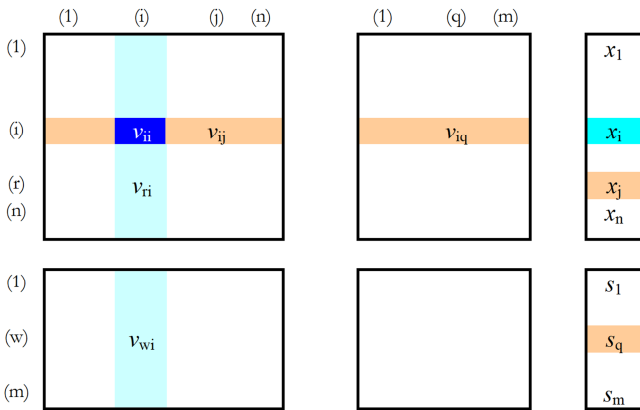
$$\sum_{r=1, (r \neq i)}^n \alpha_{ri} + \sum_{w=1}^m \alpha_{wi} = 1$$

$$v_{ii} = - \left[\left(\sum_{r=1; (r \neq i)}^n v_{ri} + \sum_{w=1}^m v_{wi} \right) \right]$$

A hálózat működését a kapcsolati mátrix foglalja egy rendszerbe.

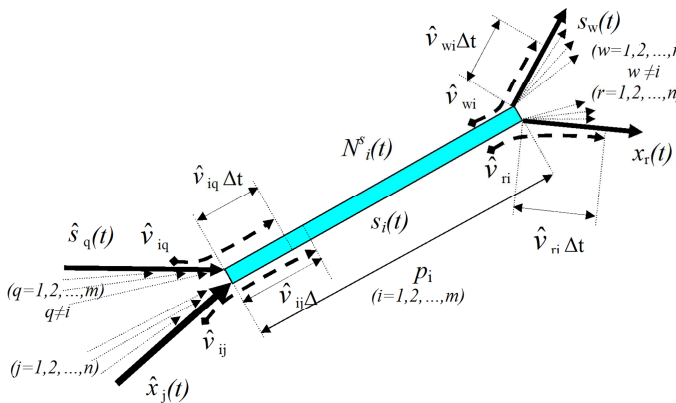
A kapcsolati mátrix egyrészt megadja bármely szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal áll átadási kapcsolatban, másrészt a kapcsolati mátrixot tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának is a működését, az-az a teljes hálózat működését.

A belső szektorokra ez az alábbi módon:



8. ábra: *i*-ik belső szektor kapcsolatai mátrixos formában

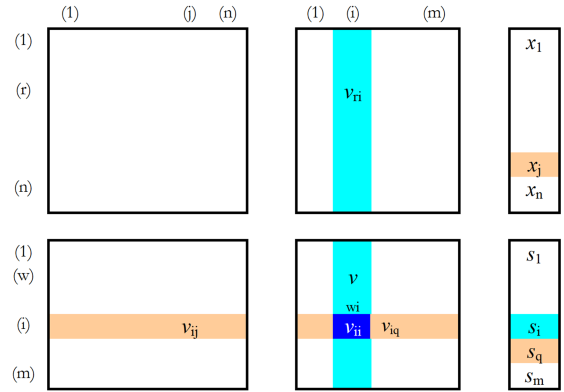
Bármely *i* (*i*=1,2,...*m*) külső szakaszra szintén felírható az a differenciálegyenlet, amely meghatározza, hogy az *s_i* állapotjellemzője, hogy függ a többi belső és külső szektor állapotjellemzőjétől: 9. ábra.



9. ábra: *i*-ik külső szektor kapcsolatai

$$\dot{s}_i(t) = \frac{1}{P_i} \left[\sum_{j=1}^n v_{ij} x_j(t) + \sum_{q=1; (q \neq i)}^m v_{iq} s_q(t) - \left(\sum_{r=1}^n v_{ri} + \sum_{w=1; (w \neq i)}^m v_{wi} \right) s_i(t) \right]$$

A kapcsolati mátrix külső szektorokra pedig az alábbi módon alakul:



10. ábra: *i*-ik külső szektor kapcsolatai mátrixos formában

A belső és külső hálózat működését leíró globális hálózati modell a fenti levezetések alapján a következő:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle L \rangle^{-1} \\ \langle P \rangle^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{11}(x, s) & K_{12}(x, s) \\ K_{21}(x, s) & K_{22}(x, s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix}$$

Ahol: $\langle L \rangle$ és $\langle P \rangle$ a szektorok hosszát tartalmazó diagonális mátrixok:

$$\langle L \rangle = \langle l_1, l_2, \dots, l_n \rangle, \quad \langle P \rangle = \langle p_1, p_2, \dots, p_m \rangle$$

x a belső szektorok állapotjellemző vektora,

s a külső szektorok állapotjellemző vektora,

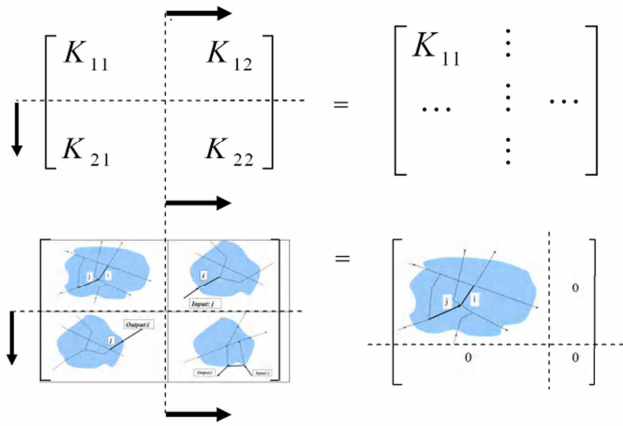
\dot{x} a belső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja,

\dot{s} a külső szektorok állapotjellemző vektorának idő szerinti deriváltja.

Megjegyzés: a kapcsolati hipermátrix felhasználásával egy egységes matematikai modellt állítottunk fel. Ugyanakkor, mivel valójában a térkép, vagy térkép-gráf, minden kezdeti kiindulás alapja, ezért a valóságot képviselve, mindig jelen van a modellben, de „el van fedve” a modellezés során. Ez eredményezi azt, hogy a felírt matematikai modell formailag egy egységes, „univerzális” modell, amelyben az egy-egy térképre utaló sajátosságok csupán a kapcsolati mátrix elemeinél jelennek meg. Fentiek alapján, az egyes kapcsolatokat befolyásoló, pl. a domborzati, éghajlati, látási, út viszonyok stb., minden esetben figyelembe vannak véve a kapcsolati mátrixok azon elemeinél, amelyekre ezek hatnak, így az arra vonatkozó sebesség-járműsűrűség függvényeknél is.

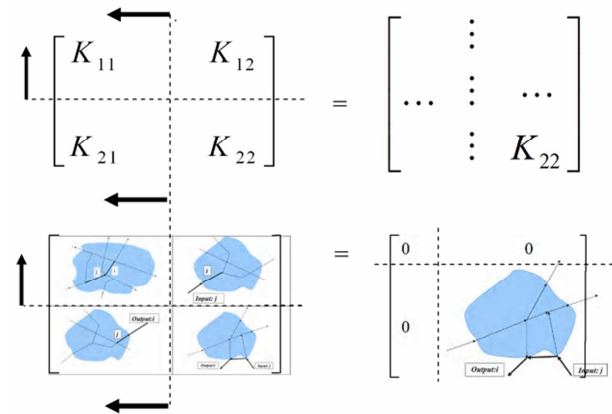
A hálózat mérete tetszőleges, a K_{11} mátrixok mérete két irányban módosítható, vagy mindaddig, amíg K_{22} el nem tűnik, vagy addig, amíg a K_{11} mátrix el nem tűnik. Mindkét eset ekvivalens, megkapjuk az autonóm Globális modellt. Ennek a modellnek már nincs inputja-outputja (ha a parkolók is a belső tartományban vannak) a modellt a parkolók és útszakaszok közötti kooperációt biztosító gamma függvények

„ébrednek” fel, a hálózat azon tartományán, ahol reggel beindul a forgalom.



11. ábra: K_{11} növelése

Másképp fogalmazva, a Föld felszínén létező globális hálózathoz jutunk el, ha a H_B belső hálózatot tartalmazó tartományát addig növeljük, amíg a H_K tartomány üres halmazzá nem válik (ezzel ekvivalens az, ha a H_K külső hálózatot tartalmazó tartományát addig növeljük, amíg a H_B tartomány üres halmazzá nem válik).



12. ábra: K_{22} növelése

Ekkor minden szektor a belső hálózathoz tartozik. Az előbbi felírás szerint mindenkor n jelöli a belső szektorok és m , a külső szektorok számát, és mivel most $m=0$, ezért az n szektort veszünk figyelembe.

A globális hálózat egyenlete az alábbi differenciálegyenlet-rendszer, amely pozitív rendszer, a K_{11} mátrix Metzler mátrix. Az ilyen rendszerek matematikai vizsgálata rendkívül izgalmas és modern terület.

$$\dot{x} = \langle L \rangle^{-1} K_{11}(x)x$$

Ahol:

$$x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}$$

$$v_{ii} = - \left(\sum_{r=1; (r \neq i)}^n v_{ri} \right)$$

| | (1) | (2) | (i) | (n-1) | (n) |
|-------|----------|----------|----------|--------------|----------|
| (1) | v_{11} | v_{12} | v_{1i} | v_{1n-1} | v_{1n} |
| (2) | v_{21} | v_{22} | | | |
| (i) | | | v_{ii} | | |
| (r) | v_{r1} | v_{r2} | v_{ri} | v_{rn-1} | v_{rn} |
| (n-1) | | | | v_{n-1n-1} | |
| (n) | v_{n1} | v_{n2} | v_{ni} | v_{nn-1} | v_{nn} |

13. ábra: K_{11} elemei

Ahol:

$$v_{11} = - \left(\sum_{r=1; (r \neq 1)}^n v_{r1} \right)$$

$$v_{22} = - \left(\sum_{r=1; (r \neq 2)}^n v_{r2} \right)$$

$$v_{n-1n-1} = - \left(\sum_{r=1; (r \neq n-1)}^n v_{rn-1} \right)$$

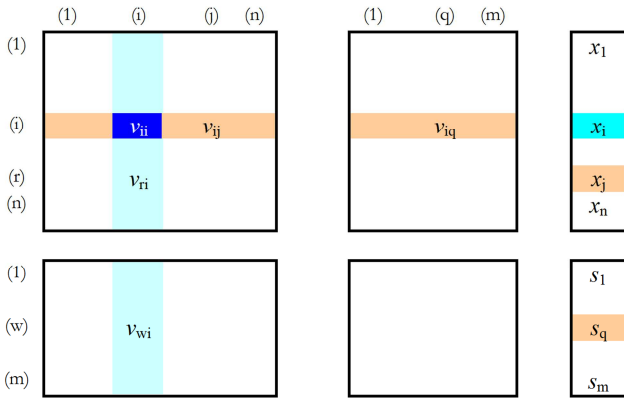
$$v_{nn} = - \left(\sum_{r=1; (r \neq n)}^n v_{rn} \right)$$

A most tárgyalt globális modell leegyszerűsíthető tetszőleges méretű hálózatra is, ekkor a külső s_1, s_2, \dots, s_m sűrűségű szektorok csak azok lesznek, amelyek közvetlen kapcsolatokkal rendelkeznek valamely belső szektorral, és ezek állapotát mérés alapján ismertnek tekintjük. Ennél a modellnél, a kapcsolati hipermátrixot alkotó mátrixok közül, csak a K_{11} és K_{12} mátrixok játszanak szerepet, mert általuk képviselve van minden átadás, amely a belső szektorokra vonatkozik! Írjuk fel a modellünk differenciálegyenlet-rendszerét:

$$\dot{x} = \langle \underline{L} \rangle^{-1} [\underline{K}_{11}(x) \underline{x} + \underline{K}_{12}(x, s) \underline{s}]$$

Itt is érvényesül, hogy a hálózat működését a K_{11} és K_{12} kapcsolati mátrixok foglalják egy rendszerbe. A kapcsolati mátrixok egyrészt megadják bármely szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal áll kapcsolatban, másrészt a kapcsolati mátrixokat tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának is a működését, az-az a teljes hálózat működését.

A belső szektorokra az alábbi módon:



14. ábra K_{11} és K_{12} szerepe

A modell stabilitásának vizsgálata a Ljapunov függvény alkalmazásával.

Vezessük be a:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = I_1 \cdot x_1 + I_2 \cdot x_2 + \dots + I_n \cdot x_n$$

függvényt, amelynél $0 < I_i$, az x_i állapotjellemzőhöz tartozó szakasz hosszát jelenti.

Röviden $\underline{L} = [I_1, I_2, \dots, I_n]$ és \underline{x} skaláris szorzata:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \underline{L} \cdot \underline{x}$$

A $V(\underline{x})$ skalár-vektor függvény pozitív definit, mert:

$$V(\underline{x}) = 0, \text{ csak ha } \underline{x} = 0$$

$V(\underline{x}) > 0$, értelmezési tartományában minden nemzérus \underline{x} -re.

Képezzük a W függvényt:

$$W = dV(\underline{x})/dt = (\partial V / \partial x_1) \cdot (dx_1/dt) + \dots + (\partial V / \partial x_n) \cdot (dx_n/dt) =$$

$$= I_1 \cdot dx_1/dt + I_2 \cdot dx_2/dt + \dots + I_n \cdot dx_n/dt = \underline{L} \cdot \underline{x}'$$

$$W(\underline{x}'(t)) = \underline{L} \cdot \underline{x}'(t)$$

A Ljapunov függvény fizikai jelentésére

Vizsgáljuk meg a $V(x_1, x_2, \dots, x_n) = I_1 \cdot x_1 + I_2 \cdot x_2 + \dots + I_n \cdot x_n$ függvény fizikai jelentését.

A definíciónk szerint: $x_i = N_i \cdot h / I_i$

ahol: N_i az i -ik szakaszon tartózkodó járművek száma

h egységjármű hossz

$N_i \cdot h / I_i$ helyettesítés után:

$$V(t) = (N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_n(t)) \cdot h$$

a tartományban tartózkodó összes jármű számával arányos. Pontosabban: V az adott t időpontban a belső úthálózaton a járművek által elfoglalt összes úthosszat adja meg. Tehát, $V(t)$ t -szerinti deriváltjának negatív értéke, az összes jármű szám csökkenését, illetve az elfoglalt összes úthossz csökkenését jelenti a belső úthálózaton.

Ha $V(t)$ t -szerinti deriváltjának értéke zérus, akkor nem változik a járművek által elfoglalt összes úthossz, ha a $V(t)$ t -szerinti deriváltjának értéke pozitív, akkor növekszik a járművek által elfoglalt összes úthossz.

Tehát:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = L \cdot \dot{x}$$

Ahol:

$$L = [I_1, I_2, \dots, I_n] \text{ és } \dot{x} = \langle L \rangle^{-1} K_{11}(x) x$$

Ekkor:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = L \cdot \langle L \rangle^{-1} K_{11}(x) x$$

A fenti összefüggésben az $L \cdot \langle L \rangle^{-1}$ szorzat n dimenziós összegző vektor:

$$L \cdot \langle L \rangle^{-1} = [1, 1, \dots, 1]$$

Ezzel szorozva $K_{11}(x)$ kapcsolati mátrixot n dimenziós zérus vektort kapunk a $K_{11}(x)$ konstrukciója miatt (mivel a $K_{11}(x)$ főátlójában lévő bármely i -ik elem az i -ik oszlop főátlón kívüli elemek összegének ellentettje és a teljes oszlopösszegben mindig a főátlón kívüli elemek és a főátlóbeli elem összege jelenik meg, ami zérus:

$$[1, 1, \dots, 1] \cdot K_{11}(x) = [0, 0, \dots, 0]$$

Végül, a zérus vektor és x vektor skaláris szorzata is minden esetben zérus skalár. Tehát, a globális hálózaton – ha csupán a hagyományos, állandó járműszám mellett tekintjük a közlekedési áramlatokat akkor:

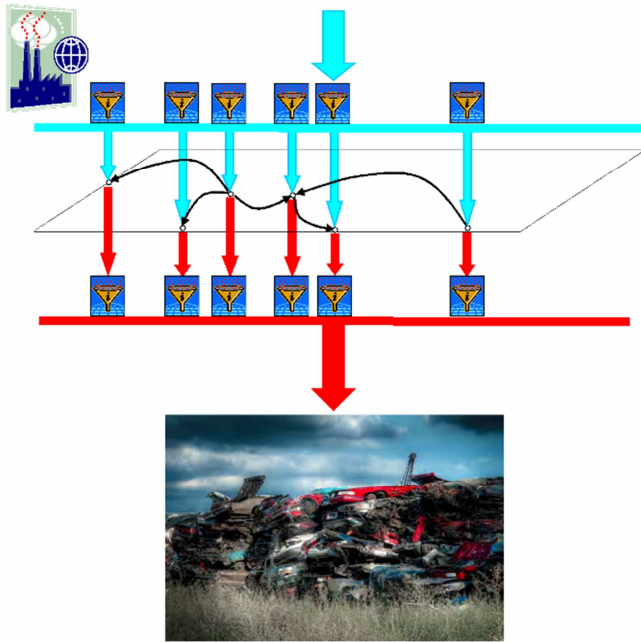
$$\frac{\partial V}{\partial t} \equiv 0$$

4. Nem állandó anyagáramot is figyelembe véve, a modellt általánosítottuk és megadtuk a globális hálózati folyamatok működését leíró nemlineáris pozitív differenciálegyenlet-rendszert.

Az autógyárak folyamatos termelése beszállítóként jelenik meg a hálózaton [Péter T., 2011.3]: együttes hatásuk szerint

olyan forrás-szektoroként, amely elvben bármely más szektorral kapcsolatban áll, arra rászállíthat, - azonban ez a hiány nála, mint szektornál nem jelentkezik! Ezt a szektort elvben bármelyik sorszámmal megjelölhetjük, jelöljük a n+1-ik szektornak.

Ezzel egy időben, működik a hálózatban egy nyelő-szektor is, amely az amortizált, használatból kivont járműveket fogadja be folyamatosan, anélkül, hogy megtelne. A hálózat síkjában lehelyezkedő szektorokra tehát befolyik az új járműáradat, de ezek ki is vannak „lyukasztva” és itt ki is folynak az amortizált járművek, (15. ábra).



15. ábra: autógyárak beszállítása és az amortizáció a hálózaton

Milyen változást idéz elő ez a két szektor a $K_{11}(x)$ kapcsolati mátrixban? (16. ábra).

Az n+1-ik oszlopban jelennek meg azok a nem negatív átadási sebességek, amelyekkel a forrás szektor átadási kapcsolatba lép az 1, 2, ..., n-ik szektorokkal, rendre $v_{1\ n+1}$, $v_{2\ n+1}$, ..., $v_{r\ n+1}$, ..., $v_{n\ n+1}$. Ezek a járművek a szektorokba úgy lépnek be, hogy nem a forgalomban együttműködő szektorok valamelyikéről áramlanak be, tehát nem forgalomból kerülnek be, ez által sértik az anyagmegmaradás törvényét. A forrás-szektornál az elvételekből nem jelentkezik hiány, mindig pótolja a gyártó a kiszállítást, ezért a $v_{n+1\ n+1}=0$. A modellben ez egy olyan speciális parkoló, amelynek mindig 1 a sűrűsége.

Nézzük a nyelő szektor szerepét. Erre bármely szektor szállíthat járművet, az 1,2,...,n-ik szektorok, rendre $v_{1\ A}$, $v_{2\ A}$,

$v_{r\ A}$, $v_{n\ A}$ nem negatív átadási sebességekkel. Ezek veszteségek az egyes szektoroknál, tehát a főatlóban egy további negatív tagként szerepelnek. Ezek a járművek a szektorokból úgy lépnek ki, hogy nem a forgalomban együttműködő szektorok valamelyikére áramlanak, tehát nem a forgalomba kerülnek, ez által szintén sértik az anyagmegmaradás törvényét.

A K_{11} kapcsolati mátrix tehát az alábbi:

| | | | | | | | |
|-------|--------------|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| | (1) | (2) | (i) | (n-1) | (n) | (n+1) | |
| (1) | $v_{1\ 1}^*$ | $v_{1\ 2}$ | $v_{1\ i}$ | $v_{1\ n-1}$ | $v_{1\ n}$ | $v_{1\ n+1}$ | x_1 |
| (2) | $v_{2\ 1}$ | $v_{2\ 2}$ | | | | $v_{2\ n+1}$ | |
| (i) | | | $v_{i\ i}^*$ | | | | x_i |
| (r) | $v_{r\ 1}$ | $v_{r\ 2}$ | $v_{r\ i}$ | $v_{r\ n-1}$ | $v_{r\ n}$ | $v_{r\ n+1}$ | |
| (n) | $v_{n\ 1}$ | $v_{n\ 2}$ | $v_{n\ i}$ | $v_{n\ n-1}$ | $v_{n\ n}^*$ | $v_{n\ n+1}$ | x_n |
| (n+1) | | | | | | 0 | x_{n+1} |

16. ábra: K_{11} elemei

Ahol:

$$v_{11}^* = -\left(\sum_{r=1; (r \neq 1)}^n v_{r1}\right) - v_{1A}$$

$$v_{22}^* = -\left(\sum_{r=1; (r \neq 2)}^n v_{r2}\right) - v_{2A}$$

$$v_{i,i}^* = -\left(\sum_{r=1; (r \neq i)}^n v_{r,i}\right) - v_{i,A}$$

$$v_{nn}^* = -\left(\sum_{r=1; (r \neq n)}^n v_{rn}\right) - v_{n,A}$$

Ebben az esetben az $L \cdot \langle L \rangle^{-1}$ szorzat n+1 dimenziós összegző vektor:

$$L \cdot \langle L \rangle^{-1} = [1, 1, \dots, 1]$$

Ezzel szorozva $K_{11}(x)$ (n+1 x n+1)-es kapcsolati mátrixot az alábbi n+1 dimenziós vektort kapjunk:

$$[1, 1, \dots, 1] \cdot K_{11} = \left[-v_{1A}, -v_{2A}, \dots, -v_{nA}, \sum_{r=1}^n v_{r,n+1} \right]$$

a $K_{11}(x)$ eredeti konstrukciója miatt rendre most is zérus elemek lennének, de az amortizáció miatti veszteségek következtében az első n helyen fellépnek a $-v_{1A}$, $-v_{2A}$, ..., $-v_{nA}$ átadási sebességekkel, valamint az n+1-ik helyen fellép a

szektorokra történő beszállítások következtében a $\sum_{r=1}^n v_{r,n+1}$ sebesség.

Végül ezen vektor és x vektor skaláris szorzata mint skalár adja a Ljapunov függvény deriváltját:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \begin{bmatrix} -v_{1,A}, & -v_{2,A}, & \dots, & -v_{n,A}, & \sum_{r=1}^n v_{r,n+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix}$$

Az-az:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \sum_{r=1}^n v_{r,n+1} \cdot x_{n+1} - \sum_{i=1}^n v_{i,A} x_i > 0$$

Meg is adható jó közelítéssel a Ljapunov függvény deriváltja a globális hálózatra:

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx 2,77 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Tehát, a globális hálózaton ténylegesen az állandó járműszám-növekedés mellett történő közlekedési áramlatokat kell vizsgálni! Erre utal áttételesen a motorizációs ráta is, amely növekvő Föld-népeséghez viszonyítva is növekszik!

A hálózat változást a globális mátrix n,m méret-indexeinek időtől történő függőségével adhatjuk meg.

5. Ljapunov függvények módszerével kimutattuk, hogy a tetszőleges zárt görbe által körülhatárolt tartományban, az autonóm rendszer aszimptotikusan stabilis. A nem autonóm rendszernél, a peremekre vonatkozó Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási törvényt adtunk meg, amely elégséges feltételt ad a rendszer aszimptotikus stabilitására és dinamikusan alkalmazható a teljes tartományon, illetve, azokon a szubtartományokon, ahol kritikus helyzet lép fel

Vizsgáljuk a Ljapunov stabilitást egy G görbe által lehatárolt hálózatra

$$\frac{\partial V}{\partial t} = L \cdot \dot{x}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = L \cdot \langle L \rangle^{-1} [K_{11}(x) x + K_{12}(x,s) s]$$

Az $L \cdot \langle L \rangle^{-1}$ n dimenziós összegző vektorral

$$L \cdot \langle L \rangle^{-1} = [1, 1, \dots, 1]$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = [1, 1, \dots, 1] \cdot [K_{11}(x) x + K_{12}(x,s) s]$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = [1, 1, \dots, 1] \cdot K_{11}(x) x + [1, 1, \dots, 1] \cdot K_{12}(x,s) s$$

Az első $[1, 1, \dots, 1] \cdot K_{11}(x) x$ szorzatot vizsgálva, ennél, a $K_{11}(x)$ eredeti konstrukciója miatt rendre most is zérus elemek lennének, de az főátlóbeli i -ik elemeknél rendre megjelentek a K_{13} kapcsolati mátrix i -ik oszlopában

elhelyezkedő elemek összegének ellentettjei is $-\sum_{w=1}^m v_{wi}$,

tehát a K_{11} főátlójában szereplő v_{ii} elemek ($i=1,2, \dots, n$):

$$v_{ii} = - \left[\left(\sum_{r=1; (r \neq i)}^n v_{ri} + \sum_{w=1}^m v_{wi} \right) \right]$$

Ez alapján:

$$[1, 1, \dots, 1] \cdot K_{11} = \left[-\sum_{w=1}^m v_{w1}, -\sum_{w=1}^m v_{w2}, \dots, -\sum_{w=1}^m v_{wn} \right]$$

Ennek a vektornak x vektorral alkotott skaláris szorzata adja a Ljapunov függvény deriváltjának első tagját:

$$\left[-\sum_{w=1}^m v_{w1}, -\sum_{w=1}^m v_{w2}, \dots, -\sum_{w=1}^m v_{wn} \right] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = - \left(\sum_{w=1}^m v_{w1} \cdot x_1 + \sum_{w=1}^m v_{w2} \cdot x_2 + \dots + \sum_{w=1}^m v_{wn} \cdot x_n \right)$$

Az $[1, 1, \dots, 1] \cdot K_{12}(x,s) s$ második tag első két tényezőjének szorzata a K_{12} kapcsolati mátrix i -ik oszlopában elhelyezkedő elemek összegét adja:

$$[1, 1, \dots, 1] \cdot K_{12} = \left[\sum_{i=1}^n v_{i1}, \sum_{i=1}^n v_{i2}, \dots, \sum_{i=1}^n v_{im} \right]$$

Ez utóbbi vektor és s vektor skaláris szorzata adja a Ljapunov függvény deriváltjának második tagját:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n v_{i1} & \sum_{i=1}^n v_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n v_{im} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s_m \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n v_{i1} \cdot s_1 + \sum_{i=1}^n v_{i2} \cdot s_2 + \cdots + \sum_{i=1}^n v_{im} \cdot s_m$$

Végül, a két tag összege adja a Ljapunov függvény deriváltját:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \left(\sum_{w=1}^m v_{w1} \cdot x_1 + \sum_{w=1}^m v_{w2} \cdot x_2 + \dots + \sum_{w=1}^m v_{wn} \cdot x_n \right) + \sum_{i=1}^n v_{i1} \cdot s_1 + \sum_{i=1}^n v_{i2} \cdot s_2 + \cdots + \sum_{i=1}^n v_{im} \cdot s_m$$

Tehát a rendszer stabilis, ha a peremeken a kiszállítás nagyobb, mint a peremeken történő beszállítás (18. ábra).

Röviden:

$$\sum \mathbf{F}_{input} < \sum \mathbf{F}_{output}$$

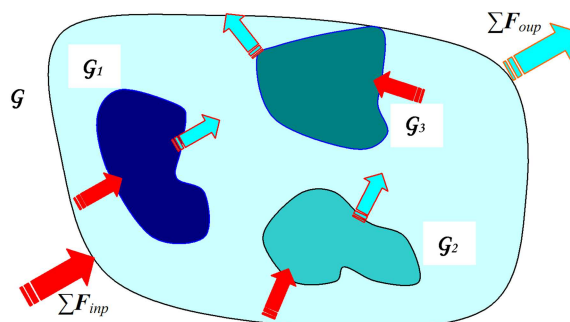
Az autonóm rendszer viszont mindig stabilis, ekkor ugyanis:

$$s_1 := 0 \quad s_2 := 0 \quad s_m := 0$$

mivel a szummákban szereplő sebességek nem negatívak.

Ez, új szabályozási irányítást szab tartományszintű irányításra, továbbá tartományban elhelyezkedő csomópontok optimális irányítására is. A tartomány „mögött” is kialakulhat torlódás és hiba, ha ezt nem vesszük figyelembe. Ez a vizsgálati eredmény, a *Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási törvényt ad meg*, amely elégséges feltételt ad a rendszer aszimptotikus stabilitására és dinamikus alkalmazható a teljes tartományon, ill. azokon a szubtartományokon, ahol kritikus helyzet lép fel. Az irányítás, a peremeken kifele mutató $\sum \mathbf{F}_{output}$ és a peremeken befele mutató $\sum \mathbf{F}_{input}$ összes fluxus számítása alapján történik és az alábbi feltétel teljesítését írja elő:

$$\sum \mathbf{F}_{input} \leq \sum \mathbf{F}_{output}$$



17. ábra: Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási törvény a tartományon, ill. szubtartományon

A módszer tartományon történő optimális forgalomsűrűség fenntartására alkalmas és közvetlen kapcsolatba hozható a környezeti hatások optimalizálásával is. További alkalmazási területe a csomópontok irányítása [Péter T., 2011.1],[Péter T., 2011.2], a csomópontot körülkerítő zárt görbével határolt tartományon keresztül időegységenként, a maximális járműszám átáramlásának biztosítása. Ez új szabályozási irányítást szab. Pl. a tartományban elhelyezkedő csomópontok optimalizálása szükséges, de nem elégséges feltétele a forgalom optimalizálásának. A tartomány „mögött” is kialakulhat torlódás és hiba, ha ezt nem vesszük figyelembe.

Ily módon az intelligens hálózatokat központi irányító rendszerek tartomány szinten irányítják és új elven történik a csomópontok irányítása is. Azonnal reagáló rendszerek kell, hogy működjenek, változtatható irányú sávok és intelligens jelzőlámpák alkalmazásával.

Szoftveres folyamatanalízis, nagyméretű közúti közlekedési hálózatokra

A nagyméretű hálózati modellezésre kifejlesztett szoftver, a közúti közlekedési hálózatok átfogó modellezésére és analízisére alkalmazható.

A szoftver segítséget nyújt közúti közlekedési hálózatokon végbemenő járműáramlási folyamatok analízisében, továbbá már a tervezési szakaszban, az egész hálózatra kiterjedő hatástanulmány is elkészíthető. Szimulálhatók közlekedési balesetek, forgalomelterelések, vagy forgalmi-rend változások, jelzőlámpa-programozási változások, parkolók létesítésének vagy megszüntetésének a hatása, továbbá a hálózat új útszakasszal történő bővítése, egyes útszakaszok szélesítése, stb.

Az Engineer szoftvert három fő egység építi fel; a *tervezési*, a *szimuláció-analízis*, és a *vezérlés*.

A hálózati modellt felhasználva, tartományban elhelyezett csomópontok optimális irányítására kapunk új lehetőséget.

A módszer figyelembe veszi azt is, hogy a tartomány „mögött” is kialakulhat torlódás, amely hatással van az optimális irányításra.

6. Mintavételezéses, rapid irányítási stratégiát határoztunk meg, zárt görbe által körülhatárolt tartományban elhelyezkedő csomópontok maximális járműátbocsátására, amely irányítás egyaránt figyelembe veszi a csomópont előtt és a csomópont után fellépő járműsűrűségeket is.

A modell validálása a körút Petőfi híd, pesti hídfőjétől északi irányba elindulva, a Nyugati térig terjedő szakasz vizsgálatával történt.

A FKF ZRt. Forgalomtechnikai Igazgatóság által az BME Közlekedésautomatikai Tanszék számára rendelkezésre bocsátott aktuális lámpa-beállítási adatokat használtuk. A vizsgált útvonal, gépjárművel különböző időpontokban bejárásra került és a járműves mérés során GPS készülék felhasználásával rögzítettük a valódi sebességprofilokat

Nemparaméteres statisztikai próbát, homogenitás vizsgálatot alkalmazva: Sebesség eloszlásra és motorteljesítmény eloszlásra.

Mindkét esetben a két-két minta 95% -os szinten homogénnek volt tekinthető!

Döntően tehát, az információ- és kommunikációs technológia segítségével növelhető a közlekedés kapacitása. A kitérés iránya, az innováció! A közlekedésszervezést tehát a jövőben intelligens, a forgalmi helyzetet hálózati szinten valós időben nyomon követő, és azonnal reagáló rendszerek bevezetésével kell fejleszteni amely az adott körülményeknek megfelelően irányítja már a hálózati folyamatokat.

ÖSSZEFOGLALÁS

Az intelligens hálózatok megvalósításához (tetszőleges méretű, zárt görbe által körülhatárolt, közúti közlekedési hálózati rendszerek matematikai modellezésére) speciális, hipergráf struktúrát dolgoztunk ki amely leírja egy tartomány esetén, a belső-belső, a külső-belső, a belső-külső és a külső-külső hálózati elemek közötti kapcsolatrendszert és az átadási törvényt. [A modellt kiterjesztettük globális hálózati modellé is. Vizsgálataink során, megadtuk az állapotterben, a rendszer működését leíró nemlineáris differenciálegyenlet-rendszert. Bemutattuk, hogy a rendszer pozitív rendszer. Ljapunov függvények módszerével bizonyítottuk, hogy az autonóm rendszer aszimptotikusan stabilis. A nem autonóm rendszerre, a peremekre vonatkozó, Ljapunov függvényt alkalmazó irányítási törvényt adtunk meg, amely elégséges feltételt ad a rendszer aszimptotikus stabilitására és dinamikusan alkalmazható a teljes tartományon, ill. azokon a szubtartományokon, ahol kritikus helyzet lép fel. A tárgyalt modell alkalmazható a nagyméretű közúti közlekedési hálózatok, tervezésére és a közlekedési rendszerek szabályozására. A közlekedési áramlatok modellezése terén új eredményeket értünk el a nagyméretű nemlineáris közúti közlekedési hálózatok tartományokra vonatkozó optimális irányításának vizsgálata és a probléma gyakorlati megoldása területén. A létrehozott új modell, az egész hálózatot vizsgálja a teljes kapcsolatrendszer mellett. Ebben önálló

elemként már nem jelenik meg a „csomópont”, ugyanis minden csomópont működése, része a teljes kapcsolatrendszernek! A hálózatban ténylegesen általánosított szakaszok kooperálnak és ezek az elemek alkotják a hálózati gráf csúcsait. Az irányított gráf élei állapotfüggő dinamikus relációk. Ez a gráf-struktúra a folyamatok leírásánál pozitív nemlineáris dinamikus rendszert eredményezett és igen hatékony eszköznek bizonyult. Fontos kérdéskör a modellek 3D szimulációs szoftverének fejlesztése is. Az új modell alkalmas a tetszőleges méretű közúti hálózat bármely részhálózatán kialakított megfordítható irányú közlekedési rend vizsgálatára is. Ez egy új elvű optimális irányításra ad lehetőséget, amely a hálózati gráf struktúrájának dinamikus változtatásával történik. A modellben, ahogy a valóságban is, a szóban forgó geometriai elemek természetesen nem szűnnek meg, de új funkciójuk és kapcsolatrendszerük következtében egy variabilis hálózatot alkotnak. Modellünk ugyan speciális makroszkopikus modell, azonban, az egyedi jármű-mozgások és a várható célba érési idők számítására is alkalmazható a hálózaton történő áthaladásokhoz optimális trajektóriák, illetve környezeti terhelések meghatározására

A bemutatott kutatási módszer egy új elvű, hatékony megközelítést ad a közúti hálózati folyamatok leírására és a nagyméretű intelligens hálózatok megvalósítására. A gyakorlatban a 3D szoftver alkalmazás a hálózatfejlesztés és tervezés azon problémáira összpontosít, amelyeknek a megoldásai pontos választ adnak arra, hogy egy meglévő, vagy fejlesztendő hálózaton milyen konkrét folyamatok zajlanak le? Megfelel-e az adott hálózat, ill. a fejlesztéseket követően és a fenntartható fejlődés kritériumainak?

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS:

A cikkben bemutatott kutatásokat az OTKA CNK 78168 pályázat támogatta

IRODALOM

[Alla and David, 1998] Alla, H., David, R., „Continuous and hybrid Petri nets”, *Journal of System Circuits and Computers*, vol. 8, 1998.

[Ashton, 1966] Ashton, W. D. (1966), *The Theory of Road Traffic Flow*, Methu-hen and CO LTD, London.

[Bacciotti, 1983] Bacciotti, A.: On the positive orthant controllability of two-dimensional bilinear systems, *Sys. Control Lett.*, 3: 53-55, 1983.

[Boothby, 1982] Boothby, W. M.: Some comments on positive orthant controllability of bilinear systems, *SIAM J. Control Optim.*, 20: 634-644, 1982.

[Boer and Hoedemaeker, 1998] Boer, E.R., and Hoedemaeker, M.: "Modeling Driver Behavior with Different Degrees of Automation: A Hierarchical Decision Framework of Interacting Mental Models", *Proceedings of the XVIIth*

- European Annual Conference on Human Decision making and Manual Control, Valenciennes, 1998
- [Boer, 1999] Boer, E.R.: "Car Following from the Driver's Perspective", *Transportation Research Part F* 2, Issue 4, Pergamon, [online]:201-206, 1999, pp.201-206.
- [Caccetta and Rumchev, 2000] Caccetta, L., Rumchev, V.: A survey of reachability and controllability for positive linear systems,' *Annals of Operations Research*, vol. 98, pp 101-122, 2000.
- [Coxson and Shapiro, 1987] Coxson, P.G., Shapiro, H.: Positive input reachability and controllability of positive systems, *Linear Algebra and its Applications* 94 (1987) 35-53.
- [Cremer & Papageorgiou, 1981] Cremer, M., & Papageorgiou, M. (1981). Parameter identification for a traffic flow model. *Automatica*, 17, 837-843.
- [Di Febbraro and Sacone, 1998] A. Di. Febbraro, S. Sacone , „Hybrid Petri Nets for the performance analysis of transportation systems", *Proceeding of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 3, 1998.
- [Di Febbraro and Sacco, 2004] Angela Di Febbraro, Nicola Sacco „On modelling urban transportation net-works via hybrid Petri nets", *Control Engineering Practice*, vol. 12, 2004.
- [Emmerich and Rank, 1997] H. Emmerich, E. Rank „Animpro ved cellular automatonmodel for traffic flow simulation", *Physica A*, vol. 234, 1997.
- [Emmerich and Rank, 1998] H. Emmerich, E. Rank „From modified KdV-equation to a second-order cellular automaton for traffic flow", *Physica A*, vol. 254, 1998.
- [Európai Közösségek Bizottsága, 2001] Európai Közösségek Bizottsága: Fehér Könyv, Európai közlekedéspolitika 2010-ig: itt az idő dönten, Brüsszel, 2001. szeptember 12.
- [Farina and Rinaldi, 2000] Farina, L., Rinaldi, S.: Positive linear systems: Theory and applications. New York: Wiley, 2000.
- [Fazekas S., Stróbl A. és Péter T., 2011.] Fazekas Sándor, Stróbl András, Péter Tamás: Nagyméretű hálózati folyamatok 3D vizualizációja, Budapest, 2011 aug. 29-31 Budapest, Magyar Mérnökakadémia: Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés Konferencia, pp. 83-87.
- [Goodrich et al, 1998] Goodrich, M.A., Stirling, W. C., and Frost, R.L.: "A Theory of Satisficing Decisions and Control", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, 28, 1998, pp.763-779.
- [Greenberg, 1959] Greenberg, H.: "An Analysis of Traffic Flow", *Operations Research*, Vol.7, pp.79-85, 1959.
- [Greenshields, 1935] Greenshields, B.D.: A study of traffic capacity. *Proceedings of the highway Research Board*, Proc. Vol. 14. pp. 448-477. 1934.
- [Jensen and Rosenberg, 1992] K. Jensen and G. Rosenberg. „High-level Petri nets: Theory and Application", *Springer-Verlag*, 1992.
- [Jensen, 1992] K. Jensen. „Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use", *Springer-Verlag*, vol. 1, 1992.
- [Jensen, 1995] K. Jensen. „Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use", *Springer-Verlag*, vol. 2, 1995.
- [Kachroo and Özbay, 1999] Kachroo, P., and Özbay, K.: "Feedback Control Theory for Dynamic Traffic Assignment", Springer, 1999
- [Larraga and del Rio, 2005] M.E. Larraga, J.A. del Rio , L. Alvarez-lcaza „Cellular automata for one-lane trafik flow modeling", *Transportation Research Part C*, vol. 13, 2005.
- [Lighthill and Whitham, 1955] Lighthill, M. J. and Whitham, G. B. (1955). On kinetic waves. I: Flood movement in long rivers. II: A theory of traffic flow on long crowded roads. *Proceedings Royal Society*, London, A229, pp. 281-345.
- [Luenberger, 1979] Luenberger, D.: Introduction to Dynamics Systems, Wiley, New York, 1979
- [Nagel and Schreckenberg, 1992] Nagel, K., and Schreckenberg, M.: "A Cellular Automaton Model for Freeway Traffic", *J. Physique I*, 2, 1992, pp.2221-2229.
- [Nassaba et al, 2005] K. Nassaba, M. Schreckenberg, S. Ouaskit, A. Boulmakoul „If noise in a cellular automaton model for trafik flow with open boundaries and additio-nal connection sites", *Physica A*, vol. 354, 2005.
- [Nishinari and Takahashi, 1998] K. Nishinari, D. Takahashi „Analytical properties of ultradiscrete Burgers equation and rule-184 cellular automaton", *J. Phys. A*, vol. 31, 1998.
- [Nishinari and Takahashi, 1998] K. Nishinari, D. Takahashi „A new deterministic CA model for traffic flow with multiple states", *J.Phys. A*, vol. 32, 1998.
- [Parsini and Sacone, 2001] T. Parsini, S. Sacone „Stable hybrid control based on discrete-event automata and receding-horizon neural regulators", *Automatica*, vol. 37, 2001.
- [Pepine and Cassandras, 1998] D. I. Pepine, C. G. Cassandras „Modeling, analysis and optimal control of a class of hybrid systems", *Discrete Event Dinamic Systems: Theory and Applications*, vol. 8, 1998.
- [Péter T., 2009] Péter T. Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányítása, célok, kutatási területek és eredmények. A jövő járműve, IV:(1-2) 59-78 (2009)
- [Péter T. és Bede Zs., 2009] Dr. Péter T., Bede Zs. Egyedi sebességfolyamatok kinyerése, nagyméretű városi úthálózatok modellezése során. 2009. Magyar Mérnökakadémia: Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés Konferencia IFFK 2009. 1. szekció <http://kitt.bmf.hu/mmaws/>

- [Péter T., Stróbl A., és Fazekas S., 2009] Dr. Péter T., Stróbl A., Fazekas S. Speciális matematikai modellt alkalmazó szoftver, optimális útvonalak meghatározására. Budapest, 2009. Magyar Mérnökakadémia: Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés Konferencia IFFK 2009. 1. szekció <http://kitt.bmf.hu/mmaws/>
- [T. PETER, and M. BASSET, 2009] Tamas PETER, Michel BASSET Application of new traffic models for determine optimal trajectories, pp. 89-94. Sessions 1 Automation and Mechatronics. (1-C-1 Sistem Modelling and Control). Oct.21-Oct.23, INTERNATIONAL FORUM ON STRATEGIC TECHNOLOGIES (IFOST 2009) HoChiMinh City University of Technology, Vietnam.
- [Péter, T., Bokor, J., 2010.] Péter, T., Bokor, J. Modeling road traffic networks for control. Annual international conference on network technologies & communications: NTC 2010. Thaiföld, 2010.11.30-2010.11.30. pp. 18-22. *Paper 21*. (ISBN:978-981-08-7654-8)
- [Péter, T., Bokor, J., 2011.] T. Peter, J. Bokor: New road traffic networks models for control, *GSTF International Journal on Computing*, vol. 1, Number 2. pp. 227 -232. DOI: 10.5176_2010-2283_1.2.65 February 2011
- [Péter T., 2011.1] Dr Péter Tamás: Csomópontok optimális működtetése közúti közlekedési hálózatban, a matematikai modell tárgyalása. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE LX. évfolyam:(1.) pp. 27-33. Paper Közúti közlekedés. (2011)*
- [Péter T., 2011.2] Dr Péter Tamás: Csomópontok optimális működtetése közúti közlekedési hálózatban, a számítási eredmények vizsgálata. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE LX. évfolyam:(2) pp. 4-14. Paper 1. (2011)*
- [Péter T., 2011.3] Dr. Péter Tamás A globális közúti hálózati modell és alkalmazása az intelligens hálózatok létrehozásánál, a BME kutatóegyetemi programjában Budapest, IFFK 2011. aug.29-31. Paper 03, pp.8-19.
- [Peter T., Fülep T.,Bede Zs., 2011] Peter T., Fülep T.,Bede Zs.: The application of a new principled optimal control for the dynamic change of the road network graph structure and the analysis of risk factors, 13th EAEC European Automotive Congress 13th-16th June 2011. Valencia – SPAIN
- [Pipes, 1953] Pipes, L. A. (1953). An operational analysis of traffic dynamics. *Journal Applied Physics* 24, pp. 274-281.
- [Rickert et al, 1996] M. Rickert, K. Nagel, M. Schreckenberg, A. Latour „Two lane traffic simulations using cellular automata”, *Physica A*, vol. 231, 1996.
- [Reuschel, 1950] Reuschel, A. (1950). Fahrzeugbewegunge in der Kolonne. *Zeitschrift d. Oesterr. Ing. u. Arch. Vereins* 95, pp. 59-62, 73-77.
- [Russel and Norvig, 2003] Russell, S., Norvig, R. (2003), *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 2nd edition, Prentice Hall: New Jersey.
- [Sachkov, 1997] Sachkov, Y. L.: On positive orthant controllability of bilinear systems in small codimensions, *SIAM J. Control Opt.*, 35: 29-35, 1997.
- [Salvucci, 2006] Salvucci, D.D.: "Modeling Driver Behavior in a Cognitive Architecture", *Human Factors* 48, No.2, Human Factors and Ergonomics Society, 2006, pp.362-380.
- [Salvucci and Liu, 2001] Salvucci, D.D., and Liu, A.: "Modeling and Prediction of Human driver Behavior", Proc. of the 9th Intl. Conference on Human-Computer Interaction, New Orleans, 2001
- [Salvucci and Liu, 2002] Salvucci, D.D., and Liu, A.: "The Time Course of a Lane Change: Driver Control and Eye-Movement Behavior", *Transportation Research Part F* 5, Issue 2, Pergamon, [online]:123-132, 2002, pp.123-132.
- [Silva, and Recalde, 2004] M. Silva, L. Recalde „On fluidification of Petri Nets: from discrete to hybrid and continuous models", *Annual Reviews in Control*, vol. 28, 2004.
- [Tolba et al, 2005] C. Tolba , D. Lefebvre , P. Thomas , A. El Moudni „Continuous and ti-med Petri nets for the macroscopic and microscopic trafk flow modelling ", *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 13, 2005.
- [Valcher, 1996] Valcher, M.E.: ControUability and reachability criteria for discrete-time positive systems, *International Journal of Control* 65(3) (1996) 511-536.
- [Varga, 2007] Varga I.: "Közúti folyamatok paramétereinek modell alapú beclése és forgalomfüggő irányítása", PhD Értekezés, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2007
- [Wang, Papageorgiou et al.,2009] Wang Y., Papageorgiou M., Messmer A., Coppola P., Tzimitsi A. and Nuzzolo A. An adaptive freeway traffic state estimator *Automatica* 45 (2009) 10-24