

# Általános egyensúlyi modellek alkalmazása a városi közlekedéstervezésben

Dr. Bokor Zoltán\*

\*Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésgazdasági Tanszék (tel.: +36-1-4631051; e-mail: [zbokor@kgazd.bme.hu](mailto:zbokor@kgazd.bme.hu))

Török Árpád\*

\*Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésgazdasági Tanszék (tel.: +36-1-4631061; e-mail: [artorok@kgazd.bme.hu](mailto:artorok@kgazd.bme.hu))

---

**Absztrakt:** A térbeli számítható egyensúlyi modellek a gazdaság működését térben, a gazdasági folyamatokban résztvevő szereplők döntéseinek közelítő függvényével írják le. A helyesen alkalmazott modell egyenletrendszere a valóságot megközelítő állapotot ad eredményül. A döntési folyamatokat modellező függvények változó műszaki, gazdasági és társadalmi adatok. Azonban a hagyományos közgazdasági megközelítésen túl, ezen modellek lehetőséget biztosítanak egy város közlekedési rendszerének felépítését befolyásoló forgalomgerjesztő hatások [pl.: munkahely, vásárlás, szórakozás, iskola] - becslésére. Tehát a módszer alkalmazásával lehetőség nyílik a hagyományos közlekedésmoделlezési eljárások legkritikusabb lépésének a forgalomkeltésnek, vagyis a célforgalmi mátrix generálásának megbízhatóságát növelni.

---

## 1. PROBLÉMAFELVETÉS

A térbeli számítható egyensúlyi modellek városi közlekedéstervezésben történő alkalmazhatósága nagymértékben függ az alkalmazási terület jellemzőitől, a modell alkalmazásának célkitűzéseitől, valamint a rendelkezésre álló és a szükséges adatmennyiség viszonyától.

A városi közlekedéstervezésben alkalmazható egyensúlyi modellek célja, hogy a lehető legszélesebb körben tekintsenek a városi közlekedés összefüggésire. Így a tervezésben használható modellek jellemzője, hogy a közlekedési rendszert hosszútávon befolyásoló, statikus műszaki, gazdasági, valamint társadalmi hatásokat is figyelembe véve, a közlekedéstervezést zárt folyamatként valósítják meg, ezért a modell-egyszerűsítési törekvések mellett mindvégig tekintettel kell lennünk a város működését befolyásoló egyéb paraméterekre.

Tehát modell típustól függetlenül elmondhatjuk, hogy az urbanizált környezet működését komplex formában vizsgáló egyensúlyi modellnek bizonyos műszaki, gazdasági és társadalmi, tényezőket figyelembe kell vennie. A rendszerváltozók száma, valamint a modell komplexitása azonban nagymértékben függ az alkalmazási területtől.

Jelen cikk célja, rávilágítani az általános gazdasági modellek azon tulajdonságaira, melyek a megbízhatóság növekedését eredményezik a hagyományos közlekedéstervezés során alkalmazott forgalomkeltő eljárások becslési hatékonyságához viszonyítva.

Emellett a cikk megvizsgálja az általános gazdasági egyensúlyi modellek közlekedésfejlesztési döntések

támogatásában való alkalmazhatóságának további fejlesztési lehetőségeit, és a döntéstámogatás módszertanaként napjainkban használatos döntéstámogató eljárások hagyományos megközelítésével szemben nem egyes lehetséges jónak / megvalósíthatónak tűnő változatok összehasonlítását, hanem az optimális intézkedéscsomag meghatározását javasolja.

## 2. GAZDASÁGI SZEREPLŐK

A helyváltoztatási igényeket hosszútávon meghatározó forgalomgerjesztési pontok elhelyezkedését döntően a cégek termelőhely választási döntései határozzák meg, így a cégek döntési folyamatát vizsgálva, a város-szerkezet hosszú távú változásaira következtethetünk.

A cégek által előállított termék- / szolgáltatásmennyiség elsősorban az előállításához szükséges erőforrások mennyiségétől függ. Ezt az összefüggést a Cobb-Douglas féle homogén, lineáris termelési függvényvel fejezzük ki (a modell elvárt komplexitásának függvényében lehetséges a terméktípusonként történő differenciálás): [1]

$$X_{jl} = B \cdot M_{jl}^{\delta} \cdot Q_{jl}^{\mu} \quad (1)$$

ahol  $X_{jl}$  a vizsgált város j-ik területegységén előállított l-ik típusú termékennyiség ( $j=1..n, l=1..m$ ; ahol n az adott modelltől függő cellaszám, m pedig a vizsgált terméktípusok száma).  $X_{jl}$  függ a vizsgált termék egységének előállításához szükséges munkaerő mennyiségétől [ $M_{jl}$ ] és a termeléshez szükséges földterülettől [ $Q_{jl}$ ], azok egymáshoz viszonyított helyettesíthetőségétől [ $\mu, \delta$ , ahol  $\mu+\delta=1$ ], továbbá a gazdaságra jellemző exogén termelékenységi paramétertől

[B]. (Az erőforrások halmaza természetesen a vizsgálat komplexitásától függően tovább bővíthető).

Ha feltételezzük, hogy a versenyző vállalatok célja a profit maximalizálása, akkor a szükséges erőforrások mennyiségének  $[M_{jt}, Q_{jt}]$  és árának  $[w_j, r_j]$ , valamint a vizsgált, j-ik területegységen előállított l-ik termék  $[P_{jl}]$  egységárának figyelembevételével az alábbi összefüggésből kiindulva írhatjuk fel a cégek döntési problémáját:

$$\max \Pi = P_{jl} \cdot X_{jl} - w_j \cdot M_{jt} - r_j \cdot Q_{jt} \quad (2)$$

Feltételeztük, hogy a profitfüggvény minden erőforrás-tényezője szerint parciálisan differenciálható. Így a profitmaximumban a profitfüggvény erőforrások szerinti parciális deriváltjai nullával egyenlők (a szélsőérték másodrendű feltételeitől eltekintünk).

A profitfüggvény parciális differenciálását követően kifejezhetjük a termeléshez szükséges munkaerő és területmennyiség egymáshoz való viszonyát.

Szabad piacra lépést, valamint konstans bevételeket feltételezve (a költségek a termékmennyiséggel lineárisan növekednek – a határ és átlag költség egyenlő és konstans), a versenyző cégek nulla profitot realizálnak.

Az erőforrás szükségleteket leíró képleteket visszahelyettesítve a termelési függvénybe, megkapjuk a vizsgált város j-ik területegységén előállított, adott termékének egyensúlyi árát (a feltételezett esetnek megfelelően, a cégek nulla profitot realizálnak, így a bevételek és a termelési költségek megegyeznek).

### 3. FOGYASZTÓK

A lakosok piaci szempontból árelfogadó magatartási formát képviselnek a cégekkel szemben, így döntéshozatali lehetőségeik korlátosak. A lakosság - mint a gazdasági szereplők egy meghatározó halmaza – magába foglalja a különböző munkavállalói és fogyasztói csoportokat. Tehát a lakosság döntési tényezőinek megválasztásánál fontos, hogy mindkét említett funkcionális halmaz hasznossági faktoraira tekintettel legyünk, és emellett törekednünk kell arra, hogy a cégek döntéshozatali tényezőivel egységet alkotó fogyasztói és munkavállalói hasznossági faktorokat vegyük figyelembe. A szükséges egyszerűsítések és kikötések elvégzését követően a fogyasztói tevékenységek három fő csoportba sorolhatók.

A vásárlások jelentik a fogyasztói halmaz alaptevékenységét. Célja a lakossági szükségletek kielégítése. A fogyasztás minőségi és mennyiségi tulajdonságai a vizsgált társadalmi réteg jellemzőitől, a termelőtevékenységből származó munkabéréktől függenek. A térbeli folyamatok modellezéséből kifolyólag, célszerű területegységenkénti társadalmi és gazdasági tagolódást feltételezni. Tehát azok a lakosok, akik a j-ik területegységen dolgoznak, valamint az i-ik területegységen laknak, egy társadalmi rétegbe sorolhatók. Tehát az i-ik zónában lakó és j-ik területegységen dolgozó lakosok által az l-ik terméktípusból a k-ik zónában vásárolt termékek számát  $Z_{ijkl}$  jelöli.

Második döntési tényezőnként a lakóterület méretét definiálhatjuk. A város területéből - mint köztulajdonból - elfoglalt lakóterület arányában a társadalmi újraelosztó rendszer felé fennálló kötelezettségeket szintén a

termelőtevékenységből származó jövedelem fedezi. Tehát az i-ik zónában lakó és j-ik területegységen dolgozó lakosok által az i-ik zónában igényelt lakóterület mértékét a  $q_{ij}$  jelöli.

A harmadik fogyasztói tevékenységként a pihenés, kikapcsolódás definiálható. Külön nehézséget okoz az említett tevékenységgel kapcsolatban, hogy nem egzakt módon monetarizálható. A modell-egyszerűsítési törekvésekből kifolyólag a pihenési idő  $[L_{ij}]$  ára a vizsgált társadalmi réteg (azonos lakó- és a munkahely párokkal rendelkező lakosok) munkabérével egyenértékűnek definiálható.

Így a lakosság döntéshozatali viselkedését vizsgálva, a következő Cobb-Douglas féle hasznossági függvény írható fel [1]:

$$U_{ij} = \sum_{k=1}^I Z_{ijkl}^{\alpha} \cdot q_{ij}^{\beta} \cdot L_{ij}^{\gamma} \cdot u_{ij} \quad (3)$$

$U_{ij}$  ( $i, j=1..n$ , ahol  $n$  az adott modelltől függő cellaszám) a vizsgált társadalmi réteg  $[ij]$  hasznossági függvénye, ahol  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  sorrendben az adott társadalmi réteg által vásárolt termékek számának, a lakóterület méretének, valamint a pihenésre szánt időtartam hosszának rugalmassági tényezői  $[\alpha, \beta, \gamma > 0$  és  $\alpha+\beta+\gamma=1]$ .

Az egyes tényezők hasznossága mellett a lakossági döntéseket nagymértékben befolyásolja a rendelkezésre álló lakossági tőke és a fogyasztási igény viszonya. Ezt a viszonyt írja le a fogyasztói költségvetési függvény.

Ezután felbonthatjuk a  $T_{ij}$  összes utazási időket tevékenységekhez kötődő utazási folyamatokra. Az egyszerűsített modellben csak a vásárlásokhoz és a munkába járáshoz kötődő utazási időket vizsgáltam (ez az elvárt komplexitástól függően bővíthető). Legyen  $g_{ij}$  az i-dik lakóhelyzóna és a j-ik munkahelyzóna, valamint  $g_{ik}$  az i-ik lakóhelyzóna és a k-ik vásárlóhely zóna közötti utazási idő,  $\vartheta_{ij}$  és  $Z_{ijkl}$  pedig a tevékenységekhez kötött, oda-vissza megtett utazások száma [2].

$$T_{ij} = 2 \cdot \vartheta_{ij} \cdot g_{ij} + 2 \cdot \sum_{k=1}^I (Z_{ijkl} \cdot g_{ik}) \quad (4)$$

Ezt követően az összes utazási idő  $[T_{ij}]$  képletét visszahelyettesítve a fogyasztói költségfüggvény képletébe, olyan költségfüggvényhez jutunk, amelynek hasznossági tényezőihez rendelt költségek már a pénzben nem realizálódó tényeződjakat is tartalmazzák (e módszer lehetőséget teremt az externáliák széleskörű kezelésére).

Gossen II. törvénye<sup>1</sup> alapján, amennyiben a vizsgált  $[ij]$  társadalmi réteg adott fogyasztója több jószág közül választhat, de a fogyasztási folyamat bizonyos korlátozó tényezőkkel rendelkezik [időbeli, térbeli, pénzügyi], akkor abban az esetben éri el a legnagyobb hasznosságot, ha úgy

<sup>1</sup> „Egy embernek, aki több élvezet közül választhat, viszont nincs elegendő ideje, hogy mindet kielégítse, annak érdekében, hogy élvezeteinek összessége a lehető legnagyobb legyen, ahelyett, hogy csak a legnagyobb élvezetet elégítené ki, célszerű mindet csak részben kielégítenie, még hozzá olyan arányban, hogy abban a pillanatban, amikor a rendelkezésére álló idő lejár, minden egyes élvezetének nagysága azonos legyen.” [5]

választja meg a javak mennyiségeit, hogy az utolsó pénzegységre jutó határhasznai egyenlők legyenek.

A hasznossági függvény tényezőnkénti parciális differenciáltjait felhasználva kifejezhetjük a hasznossági tényezők egymáshoz viszonyított értékét.

Az egyes hasznossági tényezőket kifejezhetjük a tényező költségek függvényében, amennyiben a hasznossági tényezők egymásból kifejezett képleteit visszahelyettesítjük a fogyasztói költségfüggvénybe.

A fenti módszernek megfelelően, a modellben figyelembe vett összes hasznossági tényező kifejezhető a tényező költségek függvényében.

A hasznossági tényezőket a tényező költségek függvényében leíró egyenleteket a hasznossági függvénybe helyettesítve, megkapjuk a tényező költségek függvényében kifejezett fogyasztói hasznosságot.

Komplex, hosszú távú rendszervizsgálatra alkalmazott modell esetében a város szerkezet jövőbeni alakulását nagymértékben befolyásolja a lakosság lakó- és munkahely párok [ij] megválasztásával összefüggő viselkedése.

A modell egyszerű kezelhetőségét szem előtt tartva, [ij] társadalmi réteg lakó-munkahely pár választási döntéseit a logit modell [4.] segítségével határozzuk meg.

#### 4. A KÖZLEKEDÉSI RENDSZER MODELLEZÉSE

Az egyensúlyi modell térségei közötti forgalmi áramlatokat a hivatás forgalom (profitorientált gazdasági szereplők munkaerő igénye), a bevásárló forgalom (lakossági fogyasztás), valamint a rekreációs tevékenység motiválta forgalom aggregátumaként definiálhatjuk.

A területegységek közötti utazási idők és utazási költségek az érintett zónákra jellemző utazási idő és költségfüggvények összegeként határozhatóak meg. A végpontokban területegységen belüli utazásként, a köztes zónákban területegységen átmenő utazásként vehetjük figyelembe a helyváltoztatási folyamatok rész folyamatait.

Az adott területegységre jellemző forgalom nagyságot a vizsgált zónán belüli, abból kiinduló és beérkező, valamint az azon átmenő forgalmi áramlatok összegeként határozhatjuk meg.

Adott zónán való áthaladás átlagos időszükséglete az ismert forgalom függvényből számítható, mely az útvonalak ellenállását analitikusan adja meg.

A vizsgált területegységen áthaladó lakosok összes átlagos utazási időszükséglete az egy lakosra jutó átlagos időszükséglet és a zónán áthaladó forgalom szorzataként definiálható.

Egy fogyasztó rendszerbelépéséből következő eljutási időnövekmény az összes átlagos időszükségletek forgalom nagyság szerinti deriváltjával fejezhető ki.

A többi utazó számára okozott időnövekményt megkapjuk, ha az általános időnövekményből levonjuk a használó saját eljutási időszükségletét.

Egy adott közlekedési erőforráshoz rendelhető eljutási időnövekményből származó költségnövekményt megkapjuk, ha a használó okozta utazási időnövekmény értékét megszorozzuk a vizsgált zóna utazóira jellemző súlyozott jövedelem átlaggal (az egyszerűség kedvéért az utazási idők

monetarizálásánál figyelembe vett jövedelmeknél a zónán belüli és a zónából kiinduló, valamint az abba beérkező használók jövedelem szintjét vettem alapul).

Azon közlekedési módok esetében, ahol a kapacitás és az infrastruktúra által elfoglalt városterület között összefüggés állapítható meg, az elfoglalt területek társadalmi hasznosságát a területhasználat függvényében határozhatjuk meg. Tehát a közlekedési infrastruktúra által elfoglalt terület egyéb jellegű hasznosításából (közintézmény, közpark, termőföld, egyéb épület) következő társadalmi hasznosság és a jelenlegi használat esetén fennálló társadalmi hasznosság összehasonlítható.

A modellben a közlekedési infrastruktúrát használó lakosok a társadalom felé térített földhasználati díjat az eljutási időnövekményből származó útdíjnövekményként fizetik meg.

A városi területhasználat és a közlekedési kapacitások közötti összefüggést felhasználva, az eljutási időnövekményből származó költségnövekmény képletéből kifejezhetjük a vizsgált közlekedési mód optimális kapacitását.

A helyváltoztatási folyamatokra vonatkozó összefüggéseket célszerű közlekedési módokként figyelembe venni, ekkor a különböző közlekedési módok - párhuzamos útvonalak esetében - is mint eltérő végcéllal rendelkező útvonalak jelennek meg, s így az eltérő hasznossági függvények alapján modellezhető a módválasztás.

#### 5. EGYENSÚLYI FELTÉTELEK

Az utolsó lépésben a modellt alkotó egymástól elkülönülő szerkezeti egységek [cégek, lakosság, közlekedési rendszer] között kapcsolatot teremtő összefüggések felvázolására kerül sor.

Adott zóna területét a lakó, termelési, közlekedési, valamint közösségi hasznosítású területek összességékként fejezzük ki.

A profitorientált cégek munkaerő igényét az adott zónába irányuló munkaerő kínálat elégti ki.

Amennyiben feltételezzük, hogy a városban megtermelt javak mind a városon belül kerülnek felhasználásra, és a város lakók fogyasztási igényeit teljes egészében a városban megtermelt javak fedezik, akkor a rendszer optimalizálási folyamat az előállított termékmennyiség optimalizálására is kiterjedhet. Ki kell emelni, hogy ez a feltételezés a mai globalizált világban nem reális, így a város külső kapcsolataiból származó áruforgalmat egy exogén paraméterként rögzítve lehetőség nyílik az importból, valamint az exportból származó termékmennyiség figyelembe vételére.

#### 6. A KUTATÁSI EREDMÉNYEK GYAKORLATI ALKALMAZÁSA

A világ lakosságának meghatározó többsége (közel kétharmada) városiasodott környezetben él. A városi területek környezetében megfigyelhető GDP koncentráció növekedés indokoltá teszi a jelenlegi város szerkezet társadalmi-gazdasági hatékonyságának vizsgálatát.

A felvázolt modell lehetőséget teremt a jelenlegi város szerkezet felülvizsgálatára, a jövőben tervezett városfejlesztési irányok kijelölésére, valamint a város működését befolyásoló város politika alátámasztására.

A bemutatott eljárásban a közlekedés keresleti és kínálati oldala kölcsönösen hatnak egymásra. Az egyes honnan-hová párok közti közlekedési igények befolyásolják a körzetek közti közlekedési folyosók kapacitáskihasználtságát, s ezen keresztül a zónák közti eljutási időket is. Az eljutási idő változás közlekedési költségként jelentkezik, ezért hatást gyakorol a cégek termelési költségére és így a telephely választási folyamataikra is, ami kihat a lakosok lakóhely választási döntéseire. Tehát modellezési eljárás folyamán a honnan-hová mátrix folyamatosan változik, nem tekinthető statikus, mint például a hagyományos négylépéses forgalom modellezés esetén. Így az általános egyensúlyi modelleket a négylépéses forgalommodellezés egyes lépéseinek analógiája alapján vizsgálva megfigyelhetjük, hogy amíg a városi fejlesztések a hagyományos modellek esetén nem befolyásolják az alpmátrixot, addig az általános egyensúlyi modellek esetében a rendszer bármilyen irányú változása is kihat a mátrixra, ami a rendszer valóságos viselkedéséhez sokkal közelebb áll. Például az általános egyensúly modellekben egy úthálózati elem létesítése nem csak a forgalom struktúráját, de a rendszerkomponensek –lakosok, gazdasági szereplők – körzet választási döntéseit, azaz a honnan-hová mátrixot is befolyásolják.

A modell további előnye, hogy a komponensek kölcsönös egymásra hatásából kifolyólag az exogén bemeneti paraméterek módosításával lehetőség nyílik tetszőleges kimenő adatra történő optimalásra. Tehát a fejlesztési változatok összehasonlításán túl az optimális fejlesztési lépés, intézkedés csomag kialakítása is lehetséges. A példa modellben a módosuló exogén bemenő adatnak az eljutási időmátrixot választottuk. Az eljutási időmegtakarításra vetített fajlagos infrastruktúrafejlesztési költség az eljutási időmátrixhoz rendelt skaláris fejlesztési paraméterben került rögzítésre. Az optimalizációs feladat célja tehát a maximális haszonnal járó (a monetarizált időmegtakarítás és a beruházási, üzemeltetési költség különbsége) fejlesztési kombinációk meghatározása volt.

A modell számos egyéb fejlesztési lehetőséget hordoz magában. A közlekedési módok közti választás, valamint a módok közötti átjárhatóság részletes modellezése megteremtheti a közlekedési beruházásokkal kapcsolatos vizsgálatok lehetőségét. A vizsgált forgalmi áramlatok halmaza kiterjeszhető a városon belüli teherforgalom modellezésével.

Emellett kiemelkedő fejlesztési iránynak számít a különböző külső gazdasági hatások részletes számba vétele, amely a bemutatott modell esetében is indokolt.

A versenyképesség, a fenntartható fejlődés elősegítése a modell Magyarországon történő alkalmazását is indokoltá teszi, azonban az urbanizált környezet egyedi sajátosságai szükségessé teszik a modell hazai viszonyokra történő átalakítását.

## IRODALOM

1. Anas, A., Xu Rong. Congestion, Land Use, and Job Dispersion: A General Equilibrium Model, *Journal of Urban Economics* 45, 1999. p. 451-473.

2. Anas, A.; Kim, I. General equilibrium models of polycentric urban land use with endogenous congestion and job agglomeration, *Journal of Urban Economics*, 1996. 232-256. p.
3. Anas, A., Mode Choice, Transport Structure and Urban Land Use, *Journal of Urban Economics* 6, 1979. p. 228-246.
4. McFadden, D., Conditional logit analysis and qualitative choice behavior, in "Frontiers in Econometrics" (P. Zarembka, Ed.), Academic, New York 1973.
5. Hermann Heinrich Gossen, *Die Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs, und der daraus fließenden Regeln für menschliches Handeln*, Braunschweig, Vieweg, 1854.
6. GUMBEL, E. J., *Statistics of Extremes*. — Columbia University Press, New York, 1958
7. Bureau of Public Roads (1964): *Traffic Assignment Manual* Urban Planning Division, US Department of Commerce, Washington D.C. 1964.