

# Speciális matematikai modellt alkalmazó szoftver, optimális útvonalak meghatározására

Dr. Péter Tamás, Stróbl András, Fazekas Sándor

\*Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésautomatikai Tanszék

*e-mail: [peter.tamas@mail.bme.hu](mailto:peter.tamas@mail.bme.hu), [strobl.andras@gmail.com](mailto:strobl.andras@gmail.com), [alexanderfazekas@gmail.com](mailto:alexanderfazekas@gmail.com)*

---

Absztrakt: Az előadás anyaga nagyméretű közúti közlekedési rendszerek vizsgálatára kifejlesztett speciális matematikai modellt alkalmaz, az optimális útvonalak meghatározására. A modell figyelembe veszi a hálózat speciális hipergráf struktúráját. [1,2,3,4] A modellre épülő szoftver fejlesztése közel három éve indult el a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen. Ez idő alatt számos verziót adtunk ki; a folyamatosan növekvő felhasználói igényekhez alkalmazkodva újabb és újabb funkciókkal bővült a program. [5,6,7] Ezúttal egy optimális útvonalkereső algoritmus került beépítésre, mely az aktuális forgalmi helyzetnek megfelelően dinamikusan határozza meg a legrövidebb időt adó optimális útvonalat, ill. útvonalakat.

---

## 1. BEVEZETÉS

A fenntartható gazdasági fejlődés elengedhetetlen feltétele a jól működő közlekedési hálózat. [8,9]

1.1. A téma aktualitását általában az indokolja, hogy a motorizáció mindenütt gyorsabban nő, mint az útkapacitás. Nálunk, a főváros vonatkozásában a helyzetet azonban még több tényező is súlyosbítja. Nem tartható normálisnak, hogy ilyen mértékben csúcsra járatott a budapesti közlekedés. Egy baleset elég ahhoz, hogy akár egy városrész közlekedése megbénuljon. Minden mérnöki szakmában alapelv az úgynevezett biztonsági méretezés, ám a fővárosi közlekedésben már nincsenek tartalékok.

1.2. Általános vezetési probléma, hogy nálunk a városfejlesztés és a közlekedésfejlesztés nem találkozik. Kooperáció nélkül nem lehet hálózatot tervezni és tömegközlekedést sem. 2001-ben fogadta el a fővárosi közgyűlés a közlekedés rendszerfejlesztési tervét a 2015-ig szükségesnek tartott beruházásokkal. Időarányosan ebből sajnos igen kevés teljesült. (Pl. nyolcezer férőhellyel növelni kellett volna a P+R parkolókat, észak felé folytatni a budai alsó rakparti utat, a rakpart – a Margit híd alatti részt kivéve – azonban úgy marad, ahogy volt. Hosszú szakaszon be lehetett volna fedni és ezzel a Dunáig kifutó gyalogos-kerékpáros zóna jöhetett volna létre. stb.).

1.3 Hálózati problémák: a nyugat-európai nagyvárosokban a belvárosból a forgalom a külső gyűrűkön található meg. Erre szolgált volna a külső körvasút menti gyorsforgalmú út az aquincumi és az albertfalvai híddal, ami kétszer háromsávós városi autópályaként hatalmas kapacitású lett volna. Ez a keresztmetszet nálunk már nem építhető meg.

Budapesten az északi és a déli M0-s átkelőket leszámítva, a centrumban van az összes budapesti híd, és ezek a centrumba irányítják a forgalmat. Nyugati nagyvárosokban az a tapasztalat, hogy más megoldás híján, a felszín alatt kell átvezetni a belváros tehermentesítésére a forgalmat. Budapesten nincs ilyen.

1.4 Az autóközlekedés látványos krízisének szervezési oka, a tömegközlekedés elégtelen színvonala.

Budapesten a dinamikus jövedelemnövekedés hatására az egy főre jutó gépkocsi-szám 22 százalékkal nőtt az elmúlt bő tíz esztendőben. Mára a fővárosi gépkocsi-közlekedés legfontosabb költségét, a járműberuházáson túl, egyre inkább a forgalmi torlódásokhoz köthető kiadások jelentik.

Az ezredforduló után a belvárosi kerületekben a gépjárművek átlagos sebessége a csúcsidőben 15 kilométer/óra alá csökkent, ami alacsonyabb, mint egy kerékpáros sebessége. A forgalom lelassulása elsősorban a munka-, illetve szabadidő kiesése miatt költséges, mivel a gépkocsikban munkavállalók ezrei várakoznak tétlenül. Emellett az alacsonyabb sebesség hatására megemelkedik az üzemanyag-fogyasztás, és a környezetszennyezés mértéke is növekszik.

A sebességcsökkenés mértéke a belvárosi kerületekben volt igazán kiugró. A pesti Nagykörúton belüli területeken a sebesség 5 év alatt 40 százalékkal csökkent, és 2003-ban már csak 13 kilométer/órával lehetett haladni.

A forgalom lassulása azonban nem csak a fővárost érinti. Valamennyi jelentős forgalommal bíró településre igaz ez, arányosan. Erre az általános problémára célravezető volna egy általános megoldást találni. Ilyen lehet egy nagyméretű közúti közlekedési hálózatok folyamatanalízisét végző szoftver, tervezésben és közlekedés-irányításban történő használata.

## 2. A KÖZÚTI FORGALOM

2.1 A forgalmi kereslet

A közösségi (közlekedési) tér korlátozott volta és az egyéni (egyedi) mobilitású igények növekedése közti feszültség városi környezetben döntően csupán a meglévő infrastruktúra hatékonyabb kihasználásával, az igények befolyásolásával

(néha korlátozásával) a közlekedési rendszergazdálkodás (menedzsment) keretein belül a forgalom-menedzsment módszereinek fokozottabb alkalmazásával válik kezelhetővé. Napjainkban egyre inkább a telematikai módszerek válnak a forgalom-menedzsment egyik legfontosabb eszközévé. A telematika jelentheti átfogó értelemben minden közlekedési alágazatra vonatkozóan a számítógép-vezérlésű irányítástechnikát, az amerikai meghatározás szerint pedig az intelligens közlekedést ill. intelligens közlekedési rendszereket jelent (Intelligent Transport, Intelligent Transport Systems - ITS). A fizikai anyagáramlásban rejlő, produktivitást növelő lehetőségek kimerülően vannak, és a szállítás elérte a szociális és az ökológiai tűrőképesség határát. A megjelenő innovációs elvárások elsősorban az információ- és kommunikációtechnológia és ezekkel összefüggő fejlesztésekre vonatkoznak. Az ITS hozhat a közlekedésben áttörést ebben a vonatkozásban. Az ITS alkalmazása egy lehetséges beavatkozás, mely hozzájárulhat a forgalom növekedésével összefüggő problémák kezeléséhez. Németországi tapasztalatok mutatják, hogy az intelligens rendszerek részét képező telematikai megoldások rendkívül előnyösek. A hasznóértékek a következőkben jelentkeznek:

- Balesetek csökkenése:

A Németország területén működő összes forgalomszabályozó rendszerre vonatkozóan rendelkezésre álló részletes, átfogó baleseti vizsgálatok alapján megállapítható, hogy a relatív baleseti mutató a forgalomszabályozó rendszereknél átlagosan 30 %-kal csökkent. Különösen jelentős ezen belül a balesetek súlyosságának, ill. a halálos balesetek számának csökkenése, nagy forgalmi terhelésű szakaszokon esetenként 40-50 %-os, sőt 100 %-os csökkenés is jelentkezett a halálos kimenetelű balesetek számában.

- Üzemanyag-felhasználás csökkentése:

Az üzemanyag-felhasználás csökkenése mintegy 20 %-ot érhet el, amely megtakarítás az alábbiakból tevődik össze:

- o 10 %-a torlódások számának csökkenéséből;

- o 5 %-a felesleges útkeresések elmaradásából (parkolási információs rendszerek);

- o 5 %-a az individuális és a közhasználatú közlekedési információs rendszerek összekapcsolásából.

- Környezetszennyezés csökkentése:

A modellszámítások alapján a jobb forgalomlefolysis miatt a káros anyagok kibocsátása a következőkben csökkenhet:

- o szénmonoxid kibocsátás 20 %-kal;

- o nitrogéndioxid kibocsátás 15 %-kal;

- o széndioxid kibocsátás 40 %-kal.

- Utazási idők csökkenése:

Az integrált rendszerekre vonatkozóan 25 %-os átlagos utazási idő megtakarítással lehet számolni.

## 2.2 A klasszikus közlekedési rendszer

A közlekedési rendszer három fő részrendszerre bontható:

- Járművek rendszere, amely lehet közösségi vagy egyéni.

- A szállítás tárgyát képező elemek rendszere, amely lehet ember vagy áru.

- A közlekedési hálózat, amely a klasszikus felfogás szerint szakaszok és csomópontok halmaza.

Első lépésként a vizsgált hálózatot kell modellezni, amelyet a klasszikus megközelítésben kétféleképpen történik:

- Szakasz orientált modellezés, amely a közlekedési hálózat gráfszerű megjelenítésében a csomópontok közötti szakaszokat tekinti elsődlegesnek és azt szemlélteti, hogy egy szakasz mely két csomópont között helyezkedik el.

- Csomópont orientált modellezés, amelynél az ábrázolás azt mutatja, hogy egy csomópont mely két szakasz között helyezkedik el (természetesen egy csomópont több szakasz találkozási pontja is lehet).

A hálózattervezés során a forgalom részletes elemzésén alapuló ún. analitikus előrebecslési módszer alkalmazása a legelterjedtebb. Általában a forgalom minden főbb ismérévére, valamint a személyek és áruk háttéradataira és kapcsolataira kiterjedő modellezést foglal magába. Mivel a forgalom sztochasztikus jelenség, nagysága és lefolyása teljes bizonyossággal nem határozható meg előre, ezért a modelledmények mindig valamilyen valószínűséggel, ill. megbízhatósági határok között értendők. Azoknak a modelleknek az előrebecslési valószínűsége a nagyobb, amelyek a forgalom és hatótényezői között a legtöbb törvényszerű összefüggést írják le. Ebből a szempontból az analitikus modellek ígérik a legjobb eredményeket.

### 2.2.1 Almodellek

Az analitikus forgalom-előrebecslési módszereknél a közlekedési szükségletek megvalósulási fázisainak megfelelően általában a következő főbb részmodelleket, ill. tervezési lépéseket különböztetjük meg:

- Forgalmokeltési modellek, amelyek a forgalmi körzetek kiinduló- és célforgalma nagyságának meghatározására alkalmasak.

- Forgalomelosztási modellek, amelyek a körzetenkénti kiinduló és célforgalmak alapján és az egyes körzetek egymáshoz viszonyított térbeli helyzetének, ill. távolságának figyelembevételével a körzetek közötti, viszonylatonkénti forgalmi áramok meghatározását biztosítják.

- Forgalmegosztási modellek, amelyek a viszonylatonkénti forgalmi áramok megosztását hajtják végre az egyes körzetek között szóba jöhető közlekedési módok, ill. eszközök között.

- Forgalomráterhelési modellek feladata a közlekedési módoként megosztott forgalmi áramok ráhelyezése a közúthálózat azon elemeire, amelyek részét képezik a körzetek közötti, megfelelő módon meghatározott útvonalaknak. [10,11,12,13]

## 3. A KÖZÚTI KÖZLEKEDÉSBEN JELENLEG HASZNÁLT ÚTVONALAJÁNLO ELJÁRÁSOK VIZSGÁLATA

Az útvonaltervezés kétféleképpen történhet, statikus, és dinamikus módon:

A statikus adatokon alapuló forgalomirányítás kapcsán az ellenállásfüggvények alapját adó paraméterek (távolság, idő, költség) állandó értékek. Az eljutási idő vagy az eljutási költség statisztikailag meghatározott állandók.

A dinamikus forgalomirányítás legfontosabb tényezői a szakaszok és csomópontok áteresztőképessége, ellenállása az

utazás költségének, idejének, távolságának vagy ezek kombinációjának a függvénye. A folyamatosan változó forgalmi és időjárási körülmények, az utazások kiinduló és célpontjai befolyásolják a szakaszok és csomópontok áteresztőképességét. Így ezek időben változó ellenállásértékekkel rendelkeznek. A folyamat sztochasztikus így az ellenállás függvényt az áteresztőképesség, mint változó is befolyásolja.

### 3.1 Egyedi igények

Egyik útvonal-stratégia sem alkalmazható általánosan. Minden esetben meg kell vizsgálni az adott célt, amely mentén optimalizálni akarják a rendszert. Mivel néhány kritérium ellentétes egymással, fel kell tennünk a kérdést, hogy melyiket, melyikeket tekintjük fontosnak:

- Legrövidebb (egyéni) eljutási út;
- Legrövidebb (közös) eljutási idő;
- Torlódások minimalizálása;
- Jó minőségű utak preferálása;
- Tömegközlekedés előtérbe helyezése;

#### 1.1-K3-4 [Copyright] 9 / 13

- Felhasználók egyenjogúsága (User Equilibrium)
- Legkisebb közös kibocsátás/energiaminimum;
- Legkisebb zajterhelés;
- Belváros elkerülése;
- Nagykapacitású utak preferálása;
- Csomópontok optimalizálása stb....

### 3.2 Algoritmusok

A következőkben az általánosan ismert algoritmusok kerülnek rövid bemutatásra:

#### 3.2.1 Legrövidebb út (mindent, vagy semmit)

A legegyszerűbb útvonalválasztás feltételezi, hogy a felhasználók direkt jellemzőket próbálják egyénileg optimalizálni, vagyis az eljutási utat, illetve időt. A probléma a „legrövidebb út problémájaként” ismert és legismertebb, legjobban elfogadott algoritmus az ún. Dijkstra algoritmus.

#### 3.2.2 User Equilibrium

Amennyiben a közös eljutási időt választjuk optimalizálási paraméternek, a probléma már komplexebbé válik, nem oldható meg statikus szétosztási modellekkel. Egyik megoldása az ún. Horovitz algoritmus, amely adott szakaszokhoz késleltetést rendel, és ezen old meg statikus szétosztást. Ahhoz, hogy forgalomfüggő módon oldjunk meg a legrövidebb út problémát, iterációs eljárások alkalmazása a bevett módszer, ebben az esetben mindig statikus megoldást alkalmazunk, az előző lépés forgalmi terheléseinek figyelembe vételével.

#### 3.2.3 Sztochasztikus User Equilibrium

A sztochasztikus UE modell a determinisztikus elosztás és a valóság közötti különbség relaxációját célozza meg. Általában az ún. Multinomial Logit (MNL) modell alkalmazásával szórja szét a felhasználókat a különböző elfogadható útvonalak között. Különböző megközelítésekben más-más algoritmusok alakultak ki, mint pl. a „STOCH” algoritmus.

#### 3.2.4 A címkézéses megközelítés

Az egyes felhasználók különböző érdekek mentén döntenek az adott közlekedési stratégiáikról. Néhányan az eljutási időt szeretnék minimalizálni, néhányan nem szeretik a kritikus manővereket, vannak, akik a sávváltást, a lámpa nélküli kereszteződéseket, vagy a balra kanyarodást kerülik, akár az

utazás elnyújtásával is. Minden ilyen kritérium különböző útvonalakat határoz meg optimálisnak, így a Ben-Akiva, Bergman, Daly által javasolt stratégia az egyes útvonalakat a fenti kritériumok alapján jelöli meg, és adott kritérium alapján határozza meg annak az útnak az ellenállását.

#### Címke Ellenállás

Időminimum Idő. Távolságminimum Táv. Látvány Idő. Lámpák minimalizálása Idő + lámpák száma. Torlódás minimalizálása Idő. Autópálya-használat maximalizálása Idő. Nagy kapacitású utak használatának maximalizálása Idő. Kereskedelmi övezet használatának maximalizálása Idő. Útminőség maximalizálása Idő. Hierarchikus közlekedés Idő.

#### 3.2.5 A „K-Different” utak algoritmus

A K-different megközelítés a statikusan generált útvonalakat gyűjti össze, és ezek közül ajánl útvonalat. Mivel ezek az utak ellenállásukban közel állnak a legrövidebbhez, a felhasználó esetlegesen választhatja őket a legrövidebb helyett. Ezen algoritmusok egyik része a halmazt valamilyen adott funkcionál mentén optimalizálja. A problémának létezik heurisztikus megközelítése is, ezeket három csoportba lehet osztani, melyekkel a halmazok felvehetőek:

1. Eliminációs technikák;

2. Büntető technikák és

3. Csoportosító technikák

A K-Path problémának különböző egzakt megoldása létezik (Ziliaskopoulos, 1994; Shier, 1979; Dreyfus, 1969; Bellman és Kalaba, 1968; Pollack, 1961; Hoffman és Pavley, 1959.) Ezek a technikák általában a címkézési technika valamilyen továbbgondolását tartalmazzák. Bizonyos helyeken a módszer létjogosultságát megkérdőjelezzük, hiszen nagyon hasonló utakat állít elő, míg nem mutat rá olyan utakra, amelyeket a felhasználók esetleg megfontolnának.

#### 3.2.5.1 Csomópont elimináció

A csomópont elimináció egy olyan iteratív eljárás, amely a legrövidebb útnak egy kritikus csomópontját eltávolítva keres újabb legrövidebb utat. A módszer hátránya, hogy nem feltétlenül a második legrövidebb utat találja meg, mivel a hálózatokban sokszor vannak az utak között metszéspontok, így az eliminálni kívánt csomópont megválasztása igen kritikus kérdés.

#### 3.2.5.2 Büntető eljárások

A „büntető” eljárás lényege, hogy a legrövidebb úthoz tartozó csomópontok (egy, vagy akár az összes) valamilyen büntető ellenállás értéket kap, és így annak megnövelt ellenállásával számolja a következő legrövidebb utat. Könnyű belátni, hogy az eliminációs eljárás ennek az eljárásnak egy szélsőséges felhasználása.

#### 3.2.6 Szimulációs megközelítés

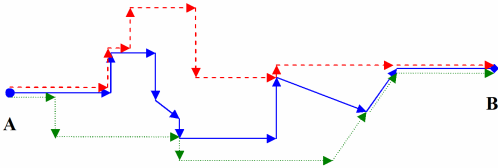
A K-Path algoritmusok általában szimpla csomópontokat alkalmaznak a feladat ellátására. Ezen algoritmusok különböző inicializálással, (ellenállások, szabadáramlási idők, stb) különböző eredményeket szolgáltathatnak. A szimulációs megközelítés valamely korábban ismertített technika szimulációs validációját alkalmazza a következő iterációs lépés meghatározására. (Sheffi és Powel).

#### 3.2.7 Egyéb módszerek

Az irodalomban rengeteg hasonló, vagy filozófiájában eltérő modellt találunk, [14,15] ezek felsorolászerűen: C-Logit, Cross-nested logit, Probit, Choice set generation...

#### 4. AZ OPTIMÁLIS ÚVONALAK/TRAJEKTÓRIÁK MEGHATÁROZÁSÁNAK MATEMATIKAI LEÍRÁSA

Vizsgáljuk meg, hogy tetszőleges kezdeti  $t_0$  időpontban a közlekedési hálózat tetszőleges „A” pontjából tetszőleges „B” pontjába melyik trajektórián lehet eljutni a legrövidebb idő alatt?



1. ábra: A és B pontot összekötő trajektóriák

A modellünk figyelembe veszi a teljes hálózaton a forgalmi szituáció napi várható változását és alkalmazkodik ahhoz (pl. forgalom sűrűség változása, torlódások, forgalmi lámpák működésének változása stb.). Módszerünk lényege tehát, hogy már a  $t_0$  elindulási időpontban a modellünk által előre kiszámított dinamikus értékek állnak rendelkezésünkre minden szakaszon, a későbbi időpontokban oda érkező jármű számára. Ezek: sebesség értékek és a lámpák miatti várakozási idők.

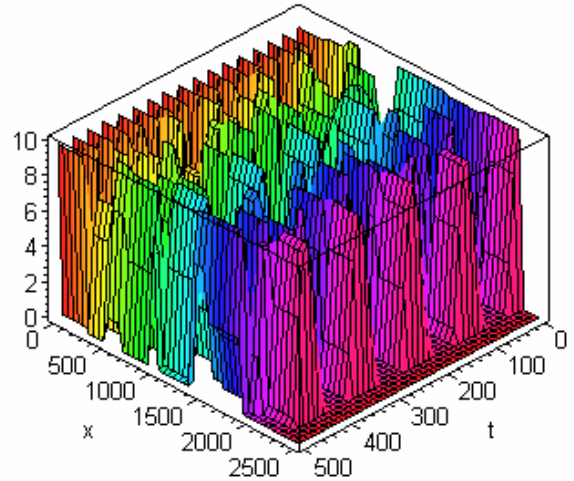
Az ismertetett probléma egy variációs számítási feladat megoldását igényli. Egyszerűsíti a megoldást, hogy véges sok az előre kiválasztott szóba jöhető trajektória, ezért mindig véges sok trajektóriát kell vizsgálni. (Itt most feltételezzük, hogy a szóba jöhető trajektóriák már adottak.)

Egy trajektória mentén, a  $t$  időpontig befutott  $x$  hosszúságú út egy  $x(t)$  útvonal-függvényt eredményez, amelyhez a „B”-pontba érkezéskor egy  $T$  eljutási idő tartozik. Ez a leképezés egy  $J$  valós funkcionál:

$$J: x(t) \rightarrow T$$

Modellünk, a felvett peremfeltételek figyelembevétele akár 24 órára is előre tudja számolni minden útszakaszon, minden  $t$  időpontban a forgalom sebességét, továbbá a valóságos peremfeltételek figyelembevétele mellett, bármely valós  $t_0$  időponttól újra indíthatóak a számítások (ha a peremfeltételek nem várt esemény miatt, pl. baleset, drasztikusan megváltoznak). Ezért, tetszőleges trajektória mentén, előre kiszámítható a  $V(t,x)$  időtől és helytől függő sebesség függvény.

Ez alapján, az alábbiak szerint minden figyelembe veendő trajektória mentén kiszámolható az  $x(t)$  függvény és a hozzá tartozó  $T$  - célba érési idő is. Tekintsük egy trajektória mentén számított  $V(t,x)$  függvényt: 2. ábra.



2. ábra  $V(t,x)$

A modell által eredményezett  $V(t,x)$  kétváltozós függvény ismeretében, az alábbi integrál-egyenletet kell megoldani:

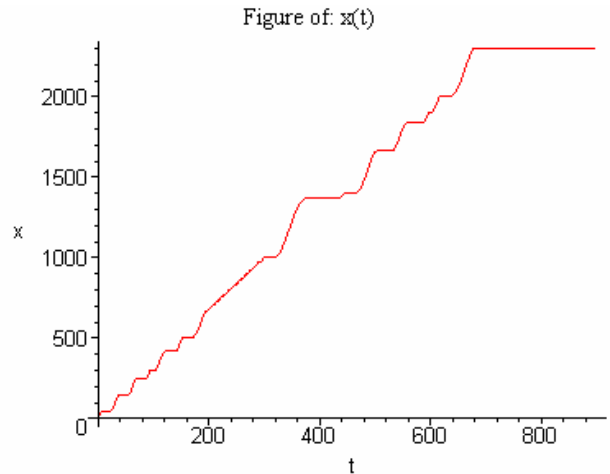
$$x(t) = \int_{t_0}^t V(\tau, x(\tau)) d\tau$$

Ez, az alábbi elsőrendű NL differenciálegyenlet megoldását igényli  $x(t_0)=x_0$  kezdeti feltétel mellett:

$$\frac{\partial}{\partial t} x(t) = V(t, x(t))$$

$$x(t_0) = x_0$$

A megoldás, numerikus módszert alkalmazva azonnal a rendelkezésünkre áll, pl.3. ábra:



3. ábra:  $x(t)$

A  $t_1$  célba érési időponttól  $x(t)$  már nem növekszik, tehát a keresett  $T=t_1-t_0$ ;

Végül, a figyelembe vett trajektóriáknál, a minimális  $T$  célba érési időhöz tartozó trajektóriát választjuk.

## 5. A SZOFTVER

A PannonTraffic 3 a nagyméretű közúti közlekedési rendszerek modellezésére kifejlesztett speciális szoftver, amely figyelembe veszi a hálózat hipergráf struktúráját. Működését matematikailag egzakt módon leírt nemlineáris hálózati modell szabja meg [1,2,3,4]. A közlekedési infrastruktúra egyes elemeinek (sávok, jelzőlámpák, gyalogosátkelő helyek, kerékpárutak, stb.) megújult felületen történő grafikus felvitelével és a hálózat alkotóinak minden eddiginél pontosabb paramétereizhetőségével, a szoftver leképezi a hálózati gráfot, és egyedülálló gyorsasággal elvégzi a szimulációt. Szoftverünk olyan komplex analízist tesz lehetővé, melyben már futásidőben azonosíthatóak a problémás szakaszok, továbbá diagramokkal alátámasztva vizsgálhatók a közlekedési rendben, az úthálózat geometriájában, vagy akár a várható forgalmi viszonyokban történő változások hatásai.



4. ábra: Az alkalmazás főablaka

## 6. ÚTVONAL OPTIMALIZÁCIÓ

A szoftver teljesítménye lehetőséget ad sok további kiegészítő funkció beépítésére. Az eddigi munkáink során kifejlesztett opciókon túlmenően egy újabb elemmel bővítettük a programot. Egy bonyolult szerkezetű település esetén sokszor problémát jelent a járművezetőknek, hogy a célállomást a számukra legkedvezőbb módon tudják megközelíteni. Napjainkban igen divatos navigációs rendszerek segítséget nyújtanak már abban, hogy a legrövidebb útvonalat kiszámítva elérje célját a vezető. Jól tudjuk azonban, hogy a legrövidebb út nem mindig a leggyorsabb is egyben. Szoftverünk adottságai azonban lehetővé teszik az ilyen jellegű igények kielégítését is.

Kezdetben egyfajta gráfprezentáción alapuló számítás alkalmazását véltük alkalmasnak a legrövidebb út megtalálására, azonban ennek az a problémája, hogy a gyorsan változó forgalmi viszonyokat képtelen követni, és 24 órára vonatkoztatva statikus megoldást ad csupán.

Ezért a megoldás érdekében egy, a szélességi kereséshez hasonló algoritmust valósítottunk meg, amely a szimuláció során rendelkezésre álló adatok alapján – bizonyos feltételek teljesülése esetén – valóban az időben legrövidebb eljutási útvonalat határozhatja meg két adott pont között, amennyiben a feladatnak van megoldása, és a

számítógépnek elegendő kapacitása, a megoldás megtalálásához! A szélességi keresés lényege, hogy feloldjuk az esetleges hurkokat és egy fát kapunk. A startcsúcs a fa gyökéreleme, a levelei, pedig a zsakutcák. Persze köztük lehet a célsúcs is, de előfordulhat olyan eset is, hogy a hurokmentesítés közben a célsúcsból további élek indulnak ki, más csúcsok felé.

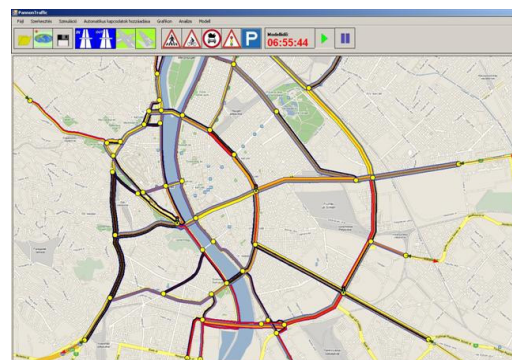
Modellünk makroszkopikus modell, azonban lehetőségünk van arra, hogy egy-egy kitüntetett jármű haladására, pozíciójára következtessünk – amennyiben feltételezzük, hogy a kitüntetett járművünk a forgalom által diktált átlagos ritmusban halad. A pozícióra vonatkozó következtetést a nyomkövetési modell alapján tehetjük meg.

Ennek lényege, hogy a kitüntetett járműnek az aktuális sávon történő haladását modellezzük. Ez a haladás többféle módon számítható; azonban csak akkor tekintjük az adott sávszakaszt a jármű által teljesítettnek, amennyiben azt az összes számítási modell szerint elhagyta az aktuális sávot.

Az első számítási modell lényege, hogy az adott sáv járműsűrűsége alapján meghatározott átlagsebességgel (valójában sebességpotenciállal) halad a jármű, és akkor teljesíti az aktuális sávot, amennyiben az egyes szimulációs ciklusokban számított elmozdulások összege legalább akkora, mint az aktuális sáv hossza.

A második számítási modell lényege, hogy a kitüntetett jármű adott sávra történő belépésekor a sávon tartózkodó járműmennyiségnek biztosan el kell hagynia a sávot, mire a kitüntetett jármű is elhagyhatja azt (feltételezzük, hogy járművünk átlagos, az előzésektől így eltekinthetünk).

Amennyiben a kitüntetett jármű a szakaszt mindkét módszerrel számított haladás szerint elhagyta, akkor a következő sávra kerül.



5. ábra: A hálózat terheltsége szimuláció közben

A leggyorsabb útvonal meghatározása ezek után a következő módon történik. A kiválasztott időpontban elindítunk egy (vagy több) kitüntetett járművet a kiindulási pontként megjelölt kereszteződésből az összes lehetséges irányban. A matematikai modell végrehajtása során megkapott járműsűrűség- és sebességértékek, valamint a fent ismertetett nyomkövetési modell alapján nyomon követjük a kitüntetett járművek haladását. Amennyiben valamelyik



kitüntetett jármű teljesíti az aktuális  $j$  –ik sávot, akkor áthelyezzük a  $i$  –ik sávra, amennyiben a kapcsolati mátrix  $i$  – $ik$  sorában és  $j$  – $ik$  oszlopában  $1$  –es található, azaz a forrás sávról áthajthat a célsávra. Értelemszerűen ha ebben a sorban egynél több  $1$ -es található, azaz ez a forrásszakasz és több célszakasz között van kapcsolat, megtöbbszörözzük a kitüntetett járművet.

A fenti algoritmus önmagában a kitüntetett járművek számának exponenciális növekedését eredményezné. Azonban ha csak azon kapcsolatok célszakaszaira kerülhetnek járművek, amelyekben még nem járt a kitüntetett kocsi, akkor egyrészt nem veszítünk el optimális, azaz leggyorsabb megoldást; másrészt kevésbé radikálisan emelkedik meg a létrehozott járműpéldányok száma. Értelemszerűen, ha a kitüntetett jármű egy példánya a modell egy  $t$  időpillanatában eléri a célkereszteződést, akkor a többi, ugyanabban az időpontban indított járműre már nincs szükségünk, hiszen megtaláltuk a leggyorsabb utat a két hely között.

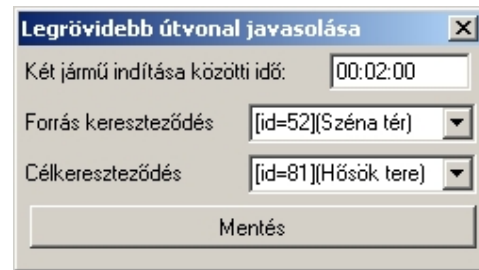
A fenti módszer pontossága két dologtól függ, egyrészt a valós hálózatjellemzők pontos felmérésétől és megadásától, az ebből történő makroszkopikus jellemzők számításától, másrészt a járműkövetés pontosságától. (Az előbbi tényező hatásaival itt nem foglalkozunk.)

Látható, hogy az átlagos sebességen alapuló módszer következtében egy lámpamentes, csupa  $1$  értékű béta tényezővel rendelkező sávhalmoz esetén pontosan a sávon mérhető sebességgel halad a jármű, ekkor tehát a kitüntetett jármű haladása jól közelíti a valóságot

Amennyiben az útszakasz egyes pontjain közlekedési lámpák korlátozzák a haladást, a sebesség alapuló módszer (amely valójában a sávok sebességpotenciálját használja fel) nem megfelelő, mert a járműsűrűségből és a maximális sebességből számított sebességpotenciálban ez nem jelenik meg. Azonban itt érvényesül a követési modell második számítási módszere, a sávon a járművet megelőző forgalom alapján történő számítás. Ez a járműmennyiség pontosan akkor csökken  $0$ -ra, ha a kitüntetett jármű elhagyhatja a szakaszt. (Ebből következik egy érdekes tulajdonság: teljesen üres - azaz pontosan  $0$  járműsűrűség - sáv esetén a jármű nyomkövetési modell nem képes figyelembe venni a sáv végénél lévő piros jelzést. Azonban ez a kérdés csak elméleti szempontból fontos, a matematikai modell alkalmazása során ilyen helyzet csak a hajnali órákban van, amikor is a lámpákat kikapcsolják – legalábbis kikapcsolhatnák, hiszen nincs funkciójuk.)

A fenti megfontolásból következik a kitüntetett jármű vizsgálatának problémája: amennyiben a sávon a sebességpotenciál alapján számított, sávmegettélhez szükséges idő, illetve a piros jelzésnél várakozással eltöltött időmennyiség nagyságrendileg azonos, a sávon tapasztalható járműsűrűség pedig jelentősen messze van  $1$ -től, akkor egy jóval optimistább becslést kapunk a sáv megettéléhez szükséges időre, mint amennyi a valóságban szükséges lehet. Emellett a béta tényezőkkel kapcsolatban is le kell szögezni, hogy bizonyos esetekben pontatlan közelítést eredményeznek a leggyorsabb útvonalat illetően. Nevezetesen: a csak sebességpotenciál alapú számítás nem képes a béta tényezőket figyelembe venni, tehát a kitüntetett járművet

megelőző járműmennyiség alapján kell ezt megtennünk. Amennyiben a sáv kapcsolatainál a béta tényezők szorzata  $1$ -nél kisebb, azaz egy forgalomcsillapító hatásról van szó, akkor a csillapítás közvetve megjelenik a járművet megelőző járműmennyiség lassú csökkenésében.



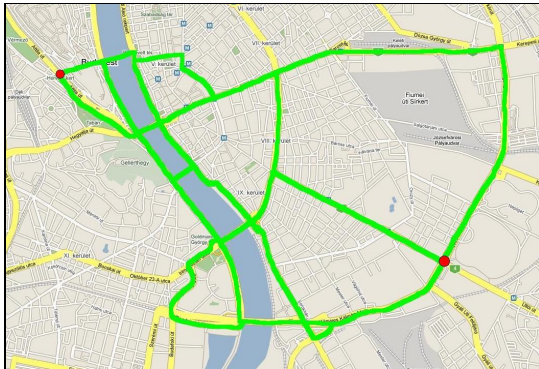
6. ábra: Beállítási ablak

A módszerrel igen gyorsan elérhető a végső megoldás, a szimuláció lefutásához szükséges időben szinte egyáltalán nem tapasztalható növekedés a vizsgált pár száz szakaszból álló hálózatokon. Az alternatív útvonalkeresés funkcióhoz tartozó beállító ablakban három adat megadása szükséges. Meg kell adni a kiinduló kereszteződést, a cél kereszteződést, illetve azt, hogy a  $24$  órás szimuláció során milyen gyakorisággal induljanak időmérő útra a kitüntetett járművek. A szimuláció lefutását követően táblázatos formában kapunk információt az egyes megoldásokról. Az indulás időpontja, az út megtételéhez szükséges időtartam, illetve a bejárt útvonal kerül megjelenítésre az ablakban. Ha kattintással kiválaszt a felhasználó egy útvonalat a felsoroltak közül, a térképen kiemelt színnel megtekintheti azt.

## 7. EGY SZIMULÁCIÓ EREDMÉNYE

Egy budapesti mintahálózatunkon készült szimuláció eredményeit ismertetjük a következőkben. Vizsgálatunk tárgyát a budai Krisztina tér és az Üllői út – Könyves Kálmán körút kereszteződése közötti, idő szempontjából legoptimálisabb útvonal keresése képezte. A 7. ábrán vázolt útvonalak szerepeltek az alternatívák között, amelyek az ésszerűség határai között szóba jöhetnek. Az alkalmazásba betáplálva a kívánt paramétereket ( $0$  órától  $24$  óráig terjedő intervallumban vizsgálva, és  $20$  perces időközönként végezve a mérést) futtatásra került a szimuláció. A számítások a várt eredményt reprezentálták. A nap azon óráiban, amikor a járműforgalom jelentéktelen mértékű, a kijelölt célhoz egyértelműen a kilométerben mért legrövidebb útvonalon jutottak el leghamarabb a tesztjárművek. Ez a Krisztina körút – Erzsébet híd – Pesti Alsó rakpart – József körút – Üllői út útvonalat jelenti. Megfigyelhető azonban, hogy amint a Rákóczi úton tapasztalható reggeli dugó kialakult, és az Erzsébet híd forgalmát is megállította pesti irányban, a preferált útirány az Alagút utcán keresztül a Lánchídon át vezetett. Az így megszórult idő a teljes út megtételéhez szükséges időtartam közel  $30\%$ -át is kitette egyes időpontokban. Este fél  $7$  körüli indulást feltételezve a legrövidebb idő alatt megtehető útvonal teljesen elkerüli a

Nagykörutat, a pesti rakparton haladva egészen a Lágymányosi hídig, majd ott a Könyves Kálmán körútra felkanyarodva éri el a célt.



7. ábra: Az alternatív útvonalak

Ezen alternatív útvonal hosszúságát figyelembe véve tekintélyesnek mondható az a 10%-ot meghaladó időmegtakarítás, amit a legrövidebb útvonalon történő haladáshoz képest elérhetünk. Az előbbieken nyilvánvalóan kiragadott példákat mutattunk be a szoftver képességeinek demonstrálása érdekében. Alapjában véve elmondható, hogy a vizsgált kereszteződéseket összekötő (programunk számításai szerinti leoptimalisabb, és a topográfiailag legrövidebb) útvonalak megtételéhez szükséges időtartamok különbsége nem szignifikáns. Az is egyértelmű, hogy az adott időpillanatban feltételezett indulás esetére kiszámított, utazási idő szerinti leoptimalisabb útvonal csak a szimulált forgalmi helyzetben marad leoptimalisabbnak, tehát nem statikus eredményről beszélünk. Éppen ezért nagy hiba volna, ha minden jármű ezt az útvonalat preferálná.

## 8. FEJLESZTÉS IRÁNYA

Ezen új funkció azonban csak az első lépés egy komoly fejlesztés irányába. A szoftver optimális útvonal számító algoritmusának felhasználásával egy olyan szabályozást kívánunk kialakítani, amely képes a forgalmat a gyorsabb haladási irányba terelni, továbbá a problémás útszakaszokat tehermentesíteni. Így a biztonságos és gyors haladást akadályozó tényezők áthidalhatóvá illetve megszüntethetővé válnak anélkül, hogy minden gépjárművet összehangolt, online navigációs rendszerrel kellene felszerelni. A jövőben a fentebb vázolt gyengeségek kezelésével tovább pontosíthatjuk a rendszert.

## 9. ÖSSZEFOGLALÓ

Nemlineáris hálózati modellünk ugyan speciális makroszkopikus modell, azonban ily módon, az egyedi jármű-mozgások és a várható célba érési idők számítására is alkalmazható. A szoftverrel átfogó tanulmány készíthető nagyméretű nemlineáris közúti közlekedési hálózatokról. Megújult grafikával járul hozzá a program az úthálózat valóságos ábrázolásához, a felhasználói élmény javítása

érdekében. Többek közt olyan bővítménnyel gazdagodott a szoftver, mint az útvonalkeresés- és optimalizáció, amely a pillanatnyi forgalmi helyzetet figyelemmel kísérve képes bármely időpillanatban megállapítani két pont közötti az időben legrövidebb eljutás útvonalát.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A cikkben bemutatott kutatásokat az OTKA CNK 78168 pályázat támogatta.

## IRODALOM

- [1] Péter T. - Bokor J.: Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányításának kutatása. A jövő járműve, 1-2 pp19-23. Budapest, 2006
- [2] Dr. Péter T. – Dr. Bokor J.: Nagy méretű közúti közlekedési hálózatok nemlineáris modelljének kapcsolati hipermátrixa, A jövő járműve,1-2. Budapest, 2007
- [3] Dr. Péter T., Nagyméretű közúti közlekedési hálózatok analízise MMA „Innováció és fenntartható felszíni közlekedés” - Konferencia, 2007. szeptember 4-5-6 Budapest, BMF <http://www.kitt.bmf.hu/mmaws/>
- [4] Dr. Péter T., Nagyméretű nemlineáris közlekedési hálózatok modellezése Közlekedéstudományi szemle, 9. 2007. Szept. LVII. Évf. pp. 322- 331.
- [5] Dr. Péter T. – Stróbl A. – Fazekas S.:Szoftveres folyamatanalízis eredményei a nagyméretű közúti közlekedési hálózatok tervezésénél, Budapest, 2008 Magyar Mérnökakadémia: Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés <http://www.kitt.bmf.hu/mmaws/index.html>
- [6] Dr. Péter T. Stróbl A. – Fazekas S.: Szoftveres folyamatanalízis, nagyméretű közúti közlekedési hálózatok optimalására, A jövő járműve,1-2. Budapest, 2008
- [7] Dr. Péter T. – Stróbl A. – Fazekas S.: Hazai szoftverfejlesztés a nagyméretű közúti közlekedési hálózatok folyamatanalízisére, Budapest, 2007 Magyar Mérnökakadémia: Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés <http://www.kitt.bmf.hu/mmaws/index.html>
- [8] Erhart Szilárd: A budapesti közlekedési dugók okai és következményei, Közgazdasági Szemle, LIV. Évf. 2007. május
- [9] Szabó Gábor: Interjú Molnár László Főmterv elnöki igazgatójával. Az autóközlekedés látványos krízise. HVG: 2009. aug. 22. 34. szám. pp 48 49.
- [10] Drew, D. R.:Traffic Flow Theory and Control, New York, McGraw-Hill Book Company, 1968
- [11] Markos Papageorgiou: Concise Encyclopedia of Traffic and Transportation Systems. Pergamon Press, 1991.
- [12] Kachroo P. - Özbay K.: "Feedback Control Theory for Dynamic Traffic Assignment", Springer, 1999.
- [13] Kövesné dr. Gilicze É. - Dr. Debreczeni G.: Intelligens közúti közlekedési rendszerek és út-jármű rendszerek matematikai modellezése és analízise, (2004). /OM. Kutatási jelentés/
- [14] Michael Scott Ramming, 2002. Massachusetts Institute of Technology <http://hdl.handle.net/1721.1/34054>
- [15] Bécsi Tamás: A közúti közlekedésben jelenleg használt útvonalajánló eljárások vizsgálata BME EJJT Jelentés [PubDate] 2005.11.22.