

# Nagyméretű közúti közlekedési hálózatok analízise

Dr. Péter Tamás  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Közlekedésautomatikai Tanszék  
1111 Budapest, Bertalan L. u. 2. Z. épület 602.  
[peter@kozlek.bme.hu](mailto:peter@kozlek.bme.hu)

## 1. Bevezetés

A közlekedési operatív program 2007-2013 között prioritásként kezeli a felszíni közlekedés fejlesztését. A területen nagy jelentősége van a hazai innovatív szakembergárda mozgósításának. A fejlesztés széleskörű hatást gyakorol az új módszerek, anyagok és technológiák elterjedésére. Ezek a szempontok és az ezekből származó előnyök az „FP7 Cooperation Work Programme” „Transport”-szekciójának 2007. évi témakiírásaiban is szerepelnek, mivel valóban nagy a gazdasági és társadalmi jelentőségük.

Olyan kreatív mérnöki innovációs tevékenységeket támogat és hoz előtérbe, amely jelentősen gazdagítja a közlekedési fejlesztési programokat és ez által alapvető eredménnyel járul hozzá a beruházásokhoz.

Új, társadalmi jelentőségű technikai és technológiai eredmények bevezetését szolgálja, illetve a korábban ismertek alapvető megújításában elért gyakorlati eredmények elterjesztésében szolgál fontos hozzájárulással.

Ugrásszerű műszaki-technológiai fejlődés várható az alábbi területeken:

1. Info-kommunikációs technológiák alkalmazásainak elterjedése terén, a jármű-jármű, a jármű-infrastruktúra között (multi-szenzoros platform, CALM szabványok-elterjedése stb).
2. Kooperatív járműirányítási rendszerek alkalmazása terén (Ertico, Sparc és Chauffeur2 stb.)
3. Az UNIO autópálya hálózatain, a közlekedési információk cseréjét biztosító rendszer fejlesztése terén (pl. a továbbításra alkalmas DATEX formátum, a forgalomirányító központok adatgyűjtő funkciójának illeszkedése, a főútvonalak forgalmi mérőszámainak jellemezése és automatikus forgalomszámláló rendszerek vonatkozásában).
4. A forgalom szabályozása az optimális kapacitáskihasználás, a biztonság, a környezetvédelem, a gazdaságosság, a teljesítőképességek optimális kihasználása érdekében, ütközésmentes pályatervezés, pályakövetés és mesterséges intelligencia alkalmazása terén.

Az előadás intelligens közúti közlekedési rendszerek modellezésével, online együttműködésre képes hálózati szabályozási rendszerek kifejlesztésével foglalkozik. Szoftverfejlesztés terén olyan intelligens modell-alkotó rendszerek kifejlesztése a cél, amelyek az emberi oldalt lehetőség szerinti minimalizálják. Fontos feladat az új eszközök ipari alkalmazásának bevezetése ill., az új eredményeknek egyetemi oktatásban történő hasznosítása is.

## 2. Néhány megállapítás a nemlineáris hálózati modell felépítésével kapcsolatban

Nyilvánvaló, hogy egy közúti közlekedési modell általában igen bonyolult rendszer:

- Számos geometriai jellemző szab feltételeket.
- Számos egyedi szabályozás működik.
- Igen nagyszámú résztvevő kap szerepet.
- Igen jelentős befolyása van a humán tényezőknek.
- Sokféle külső tényező, szezonális hatások, időjárás, stb. játszik közre.

Mindezek ellenére a használható modellekkel szemben alapkövetelmény a hatékonyság:

- A Modell vegyen figyelembe minden olyan elemet, amely a rendszer működése során tényleges hatást gyakorol, és elhanyagolása eltorzítaná az eredményeket.

- Matematikailag legyen korrekt és megalapozott.
- A szimuláció esetén numerikusan gyors legyen.
- Szabályozás esetén valós idejű szabályozás valósuljon meg.

Ennek érdekében speciális makroszkopikus modellt alkalmazunk, ezáltal elkerüljük a parciális differenciál-egyenletrendszerekre vezető matematikai modellt.

- Speciális modellünkben nem kap kitüntetett szerepet a csomópont!
- Szakaszok vannak, amelyek kooperálnak, vagy nem. (Pl. Speciális szakasz a parkoló is és kooperálhat pl. két párhuzamos sáv is).
- Modellünkben a járműsűrűség alatt azt az „s” ( $0 \leq s \leq 1$ ) mérőszámot értjük, amely az egy szakaszon tartózkodó járművek együttes hosszának és a szakasz hosszának arányát méri. Parkoló esetén, az ott tartózkodó járművek száma és a parkolóban elhelyezhető maximális járműszám arányát méri.
- A közúti közlekedési modellünk egy zárt görbe által körülhatárolt tartományban elhelyezkedő úthálózat szakaszakaszain, az áramlás következtében fellépő járműsűrűségeket vizsgálja.
- A tartományba beáramló és onnan kiáramló járműfolyamatokat ismeretnek tekintjük. Ezeket a tartomány vizsgálatánál input és output folyamatoknak tekintjük.
- Ezek a közlekedési folyamatok, amelyek első ránézésre „inputjai” és „outputjai” a közlekedési rendszernek, valójában (a tartományon kívüli bevezető útszakaszokon mért járműsűrűségek, mint gerjesztések, a tartományon kívüli kivezető szakaszokon mért járműsűrűségek pedig mint fojtások) együtt jelentik a matematikai modell input-folyamatait. Őket jelöljük  $s_i(t)$ -vel ( $0 \leq s_i(t) \leq 1$ ) és m külső szakasz esetén  $i=1,2, \dots, m$ .
- A tartomány útszakaszain fellépő sűrűségek a rendszer állapotjellemzői. Őket jelöljük  $x_i(t)$ -vel ( $0 \leq x_i(t) \leq 1$ ) és n belső szakasz esetén  $i=1,2, \dots, n$ .

Az [1] munkánkban tárgyaltuk az n db. belső útszakaszból álló közlekedési hálózati modellünket, amely a közúti/városi közlekedési rendszer, egy zárt görbével körülhatárolt tartományában helyezkedik el. A zárt görbét úgy vettük fel, hogy a vizsgált n útszakaszból egyetlen egyet sem metszett át és a tartomány nem tartalmaz egyetlen olyan útszakaszt, vagy annak részét sem, amelyet nem kívánunk vizsgálni. Ebben a tartományban a térkép alapján 1,2, ..., n számmal megjelölve beszámozunk minden figyelembe veendő útszakaszt és parkolót. Jelen vizsgálatunkban a modellt tovább fejlesztettük és a térkép alapján beszámozunk minden olyan külső szakaszt is, amely közvetlen kapcsolatban áll valamely tartományon belüli szakasszal, tehát amely a közlekedési forgalom szempontból input szakaszt vagy output szakaszt jelent, ezeket rendre: 1,2, ... , m számmal jelöljük. (A gráf éleinek beszámozása, geometriai és kapcsolati adatainak rögzítése eger művelettel történik és ezek az adatok egy file-be kerülnek. Együttal automatikusan kiszámoljuk a szakaszok hosszát és a szakaszokon maximálisan megjeleníthető járműszámokat, egységjárműre számítva. A parkolóknál a maximális járműszámokat megadjuk. (Megjegyezzük, hogy modellünk esetén a tartomány nem szükségképpen egyszeresen összefüggő, ezáltal kéreg alatt bevezetett külső szakaszok is kapcsolódhatnak a modell belső szakaszaival.)

A hálózati matematikai modell megalkotásához alapvető fontossággal bír a hálózatot definiáló kapcsolati mátrix, amely egy hiper mátrix és az alábbi négy kapcsolati mátrixból áll:

1. a tartományon belüli folyamatok figyelembe vételét szolgálja a belső hálózati kapcsolati mátrix
2. a tartományba kintről beáramló folyamatok figyelembevételét szolgálja a külső és belső hálózati elemek kapcsolati mátrixa, amelyet input kapcsolati mátrixnak nevezünk
3. a tartományból kiáramló folyamatok figyelembevételét szolgálja a belső és külső hálózati elemek kapcsolati mátrixa, amelyet output kapcsolati mátrixnak nevezünk, végül
4. a tartományon kívüli áramlatok figyelembevételét szolgálja a külső hálózati kapcsolati mátrix.

A modellünk, tehát négy kapcsolati mátrixot alkalmaz. A kapcsolati mátrixok, átvitelt engedélyeznek vagy letiltanak a kapcsolatban álló elemek között egyrészt automatikusan, a hálózaton kialakult forgalom sűrűségek alapján, továbbá a szabályozások (lámpa, rendőr, stb.) szerint is. Kapcsolat esetén olyan sebességátvitelt biztosítanak az egyes csatlakozó szakasz-elemek között, amely figyelembe veszi ezek forgalomsűrűségeit, a meglévő forgalomcsillapítást ill., a forgalom-rásegítést is. A kapcsolati mátrixok elemeinek fizikai tartalma tehát áramlási sebesség: 1. ábra.

Egy kapcsolati mátrix felépítése oszloponként történik: végig megyünk minden  $j$  szakaszon és a  $j$ -ik oszlop minden olyan  $i$ -ik sorába beírjuk a  $K_{ij}$  kapcsolati függvényt ( $i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$ ), ahol a gárfelépítésénél nemzérus kapcsolati kód adódott.

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{K} = \\
 (n \times n) \\
 \text{i-ik szakasszal... (i)}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{j-ik szakasz kapcsolata} \\
 (j)
 \end{array}
 \left[ \begin{array}{c}
 \vdots \\
 \dots K_{ij} = k_{ij}(t) S_i(t) E_j(t) v_{ij}(t) \dots \\
 \vdots
 \end{array} \right] \dots$$

1. ábra. A belső hálózati kapcsolati mátrix

A kapcsolati mátrix  $K_{ij}$  kapcsolati függvényénél figyelembe kell venni minden, a forgalmi rend kialakításánál meghatározott szabályozási kapcsolati jellemzőt (pl. lámpa, vagy lámpa nélküli útszakasz, parkoló, stb. kapcsolatokat), ezeket írjuk le a  $k_{ij}(t)$  függvénnyel. Ezen kívül figyelembe kell venni, hogy a forgalom létrejöttkor fellépnek belső szabályozási automatizmusok is! Modellünkben, a forgalom sűrűségétől függő belső szabályozásokat vettük figyelembe az  $S_i(t)$ ,  $E_j(t)$  és  $v_{ij}(t)$  függvények alkalmazásával. Így tehát  $K_{ij}$ -t négy tényező határozza meg.

A  $k_{ij}(t)$  függvény jelentése sokféle:

- elméletben az értéke, ha lámpa van az 1 vagy 0 értékeket veszi fel, a lámpa állapota szerint.
- A gyakorlatban előforduló további jelenségek a modellben is figyelembe vehetők: így például az, hogy a járművek nem azonnal indulnak el amikor zöldre vált a lámpa, hanem késleltetve, tehát egy „fűrészfog” szerű felfutással érjük el 0-ról az 1 értéket. Ha azt is modellezni kívánjuk, hogy a sárgára (és sajnos még a pirosra) váltáskor is előfordulhat „jármű-átfutás”, akkor az 1-ről 0-ra is egy folytonos függvény szerint megyünk át. Ezeket a gyakorlatban fellépő jelenségek az átbocsátásnál a zöld időben alkalmazott „trapéz-szerű” lámpajel alkalmazásával lehet figyelembe venni.
- Ha állandó lámpánélküli kapcsolat van és a  $j$  szakasz csak  $i$ -re dolgozik, akkor 1 konstans az értéke, ha nincs geometriai kapcsolat a két szakasz között akkor 0 konstans.
- Ha a  $j$ -ik szakasz több szakaszra dolgozik lámpa nélkül, akkor  $0 < \alpha_{ij}(t) < 1$  elosztási arányt vesz fel, ahol egy  $j$  - oszlopban  $\sum_{ij} \alpha_{ij}(t) = 1$ .
- Ha a kapcsolatot zavarják, pl. keresztező járművek, gyalogosok vagy baleset, akkor  $0 < \beta_{ij}(t) < 1$  zavarási tényező értéket vesz fel.
- Ha a kapcsolatot segítik, pl. másik irányt keresztező járművek vagy rendőr, akkor  $1 + \beta_{ij}(t)$  rásegítési tényező értéket vesz fel  $0 < \beta_{ij}(t)$ .
- Ha egyszerre van jelen elosztás és zavarás ill. elosztás és rásegítés is, akkor  $\alpha_{ij}(t) \beta_{ij}(t)$  ill.  $\alpha_{ij}(t) [1 + \beta_{ij}(t)]$  szorzat lép fel.
- Az  $\alpha_{ij}$  és  $\beta_{ij}$  lehetnek konstans értékek is, de a modell finomítása során inkább  $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(t)$ ,  $\beta_{ij} = \beta_{ij}(t)$  időtől függő függvények a jellemzőek.
- A parkoló és útszakasz kapcsolatát  $\gamma_{ij} = \gamma_{ij}(t)$ , függvénnyel adjuk meg,  $0 \leq \gamma_{ij}(t)$ .

Az  $S_i(t)$  automatikus belső önszabályozási függvény 1 vagy 0 értékeket vesz fel. Kapcsolat engedélyezése, ha az  $i$ -ik szakasz sűrűsége  $x_i(t)$  kisebb, mint 1, egyébként 0.

$$S_i(t) := \begin{cases} 1 & x_i(t) < 1 \\ 0 & 1 \leq x_i(t) \end{cases}$$

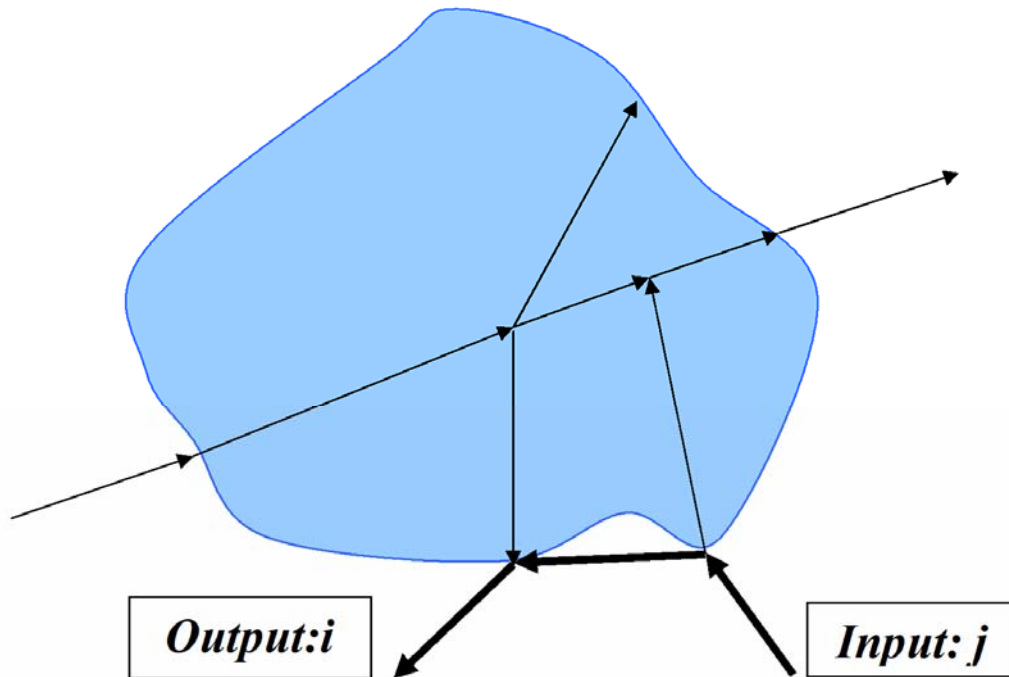
Az  $E_j(t)$  automatikus belső önszabályozási függvény 1,0 értékeket vesz fel. Kapcsolat tiltása, ha a j-ik szakasz sűrűsége  $s_j(t)$  kisebb, vagy egyenlő 0, egyébként 1.

$$E_j(t) := \begin{cases} 1 & 0 < x_j(t) \\ 0 & x_j(t) \leq 0 \end{cases}$$

A  $v_{ij}(t)$  a j-ik szakasról i-ik szakaszra történő áthaladás sebessége, amely a csatlakozó szakaszok sűrűségeinek függvénye,  $v_{ij}(t) = f(x_i(t), x_j(t))$ . A kapcsolat leírására az irodalom számos függvénytípust ajánl, amelyek mérésekből adódó kapcsolatok, és regressziós módszerek eredményeként kapott függvények, azonban a lényegi összefüggést tartalmazzák, növekvő járműsűrűség esetén a járművek haladási sebessége monoton csökken, lásd 4. ábra.

A fődiagonális j-ik helyén szereplő  $K_{jj}$  kapcsolati függvényt, a belső hálózati kapcsolati mátrix és az output kapcsolati mátrix j-ik oszlopban szereplő  $K_{ij}$  ( $i \neq j$ ) függvények összegének ellentettje adja, mivel minden realizált átvitel esetén a j-ik belső szakasról elvonás történik.

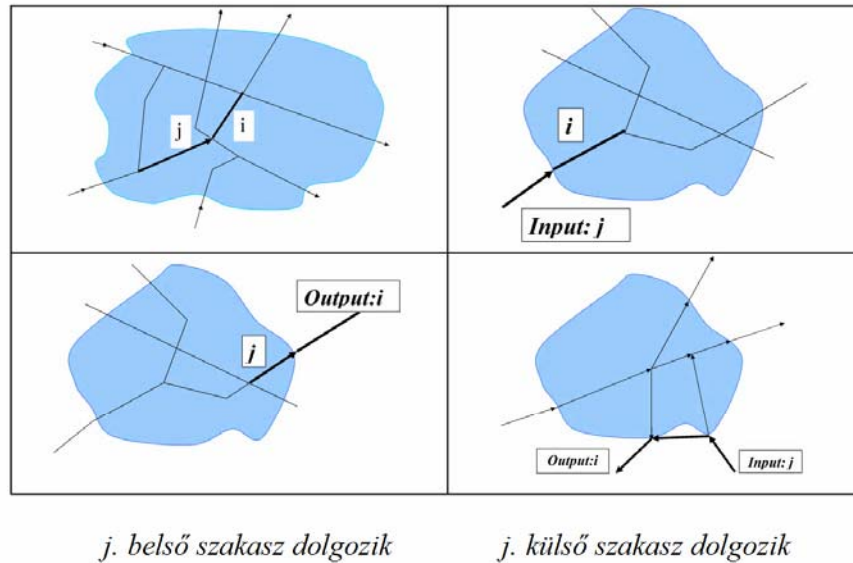
Létezik az az eset is (lásd 2. ábra), hogy az m db. külső szakasz némelyike egymásra is dolgozik, azonban jelen esetben a matematikai modell szempontjából ez nem releváns, mivel a közvetlen input és output szakaszok sűrűségeit mérjük és a mért értékek kialakulása már figyelembe vette ezeket a külső kapcsolatokat is. Ezen kívül, ha egy input külső szakaszra is dolgozik, ezt az elosztást már figyelembe vettük az input kapcsolati mátrix felépítésénél.



2. ábra. A j-ik külső szakasz dolgozik az i-ik külső szakaszra.

### 3. A kapcsolati mátrixokból álló hiper mátrix

Modellünk figyelembe veszi a négy különböző kapcsolati változatot, ezáltal hiper mátrixa, a tárgyalt négy kapcsolati mátrixból épül fel az alábbi 3. ábra szerint.

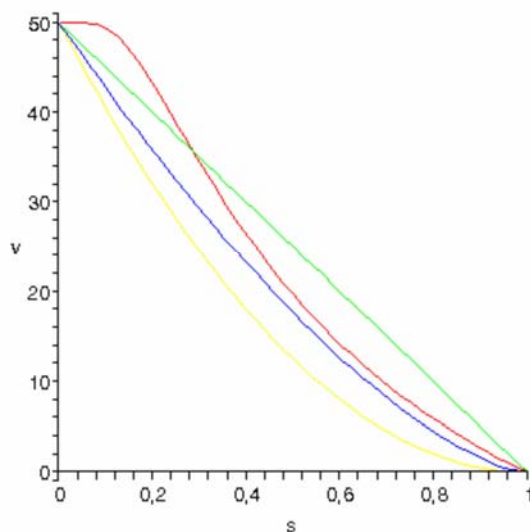


3. ábra. A kapcsolati mátrixokból álló kapcsolati hipermátrix

#### 4. A nemlineáris hálózati modell

Az egymáshoz csatlakozó szakaszoknál a  $v_{ij}$  sebesség értéke a  $t$  időpillanatban, az együttes szakaszon fellépő sűrűségtől függ. Lásd 4. ábra, amely városi forgalomra vonatkozik és több lehetséges függvényt is bemutat, amelyek figyelembe veszik a különböző útviszonyokat is. A  $V_{max}$ , ill. a függvény lefutásának változtatása további tényezők vizsgálatát is lehetővé teszi, időjárás, látási viszonyok stb.

Különböző  $v(s)$  függvények



4. ábra.  $V$  jármű sebesség [km/h], a járműsűrűség függvénye

Tekintsük a hálózatot  $t$  időpontban és vizsgáljuk a  $t+\Delta t$  időpontban kialakult helyzetet. Egymáshoz csatlakozó szakaszokon  $\Delta t$  időtartam alatt a  $v_{ij}$  sebességgel átáramló járművek  $\Delta l = v_{ij} \Delta t$  úthosszat tesznek meg. 100%-os járműsűrűség esetén és  $h$  várható (átlagos) járműhossz érték mellett a  $\Delta n$  átadott járműszám:  $\Delta n = \Delta l/h = v_{ij} \Delta t/h$ .

Természetesen a  $j$  szakasról ténylegesen átadott járműszámot befolyásolja a  $j$  szakaszon mérhető  $s_j$  járműsűrűség értéke is, így:  $\Delta n = s_j v_{ij} \Delta t/h$ . Ez alapján a hálózat egyes szakaszain tartózkodó járművek számát  $t+\Delta t$  időpontban az alábbi egyenletrendszer írja le:

$$\underline{N}_{(n \times 1)}(t+\Delta t) = \underline{N}_{(n \times 1)}(t) + [\underline{K}_{(n \times n)}, \underline{K}_{(n \times m)}^{inp} \begin{array}{c} \underline{N}^a_{(n \times 1)} \\ \dots \\ \underline{N}^{inp}_{(m \times 1)} \end{array}]$$

Az  $\underline{N}^a_{(n \times 1)} = [x_j(t)] \Delta t/h$ , a belső szakaszoknál, az  $\underline{N}^{inp}_{(m \times 1)} = [s_j(t)] \Delta t/h$  a külső  $j$ -ik szakasról,  $1m/s$  sebesség mellett átadott járműszámokat tartalmazó vektorok,

(A tartomány belső szakaszairól a tartományból kiáramló járműfolyamatot a  $\underline{K}_{(n \times n)}$  mátrix főátlójában vettük figyelembe.)

Részletesebben felírva kapjuk az (1) egyenletrendszert:

$$(1) \quad \underline{N}_{(n \times 1)}(t+\Delta t) = \underline{N}_{(n \times 1)}(t) + \underline{K}_{(n \times n)} [k_{ij}(t) S_i(t) E_j(t) v_{ij}(t)] \underline{N}^a_{(n \times 1)} [x_j(t)] \Delta t/h + \underline{K}_{(n \times m)}^{inp} [k^{inp}_{ij}(t) S_i(t) v_{ij}(t)] \underline{N}^{inp}_{(m \times 1)} [s_j(t)] \Delta t/h.$$

A fenti egyenlet differencia egyenletként nagyméretű nemlineáris hálózatok szimulációs vizsgálatára alkalmazható.

A szakaszokon időben kialakuló járműsűrűség függvények  $t$ -szerint differenciálható függvények (mivel a járművek áramlási sebesség a szakaszokon  $t$ -szerint differenciálható függvények és a járműsűrűsége felírt, sebességtől függő analitikusan megadott függvények a sebesség szerint szintén differenciálható függvények),

Rendezve az (1) differencia egyenletet és  $\Delta t \rightarrow 0$  határátmenet alkalmazva, a szakaszok sűrűségére az alábbi elsőrendű nemlineáris mátrix differenciálegyenlet-rendszert kapjuk:

$$(2) \quad \langle \underline{1} \rangle_{(n \times n)} \underline{x}'_{(n \times 1)}(t) = \underline{K}_{(n \times n)} [k_{ij}(t) S_i(t) E_j(t) f(x_i(t), x_j(t), s_j(t))] \underline{x}_{(n \times 1)} [x_j(t)] + \underline{K}_{(n \times m)}^{inp} [k^{inp}_{ij}(t) S_i(t) f(x_i(t), s_j(t))] \underline{s}_{(m \times 1)} [s_j(t)].$$

Tehát a nemlineáris közlekedési hálózati rendszer  $\underline{x}$  állapotjellemező vektorára az alábbi tömörebb alakú differenciálegyenlet-rendszer adódott:

$$(3) \quad \underline{x}'_{(n \times 1)} = \langle \underline{1} \rangle_{(n \times n)} [ \underline{K}_{(n \times n)} \underline{x}_{(n \times 1)} + \underline{K}_{(n \times m)}^{inp} \underline{s}_{(m \times 1)} ].$$

Ahol:  $\underline{K}$  és  $\underline{K}^{inp}$  kapcsolási mátrixok elemei, a kapcsolási függvényeket és a sűrűségi állapotoktól függő függvényeket tartalmazzák.

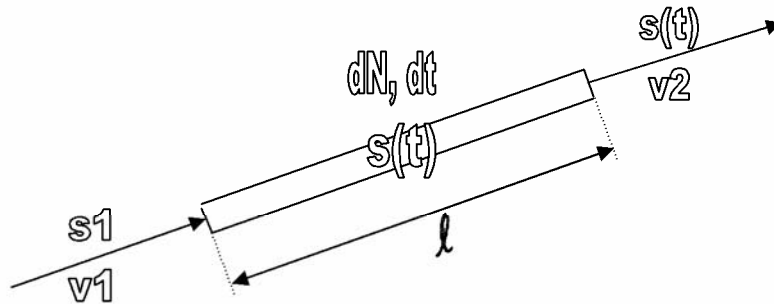
## 5. Egy hálózati modell és néhány szimulációs eredmény

Az [1] cikkben tárgyalt hálózati mintamodellre alkalmazva a matematikai modellt, megfigyelhető, hogy stacionárius (állandósult) inputok és outputok esetén, az általuk meghatározott stacioner egyensúlyi állapotba kerül a rendszer akkor is, ha a belső szakaszokon a kezdeti sűrűség értékek a  $[0, 1]$  intervallum tetszőleges értékeit veszik fel. Ezt szemléltetik a 7. - 12. ábrák, ahol kezdeti értéként először minden belső szakaszon 0 járműsűrűséget tételeztünk fel, majd a második esetben minden belső szakaszon teljes telítettséget, az-az maximális járműsűrűséget vettünk fel.

Vizsgáljunk egy szakaszt (5. ábra), amely tetszőleges  $0 \leq s(0) \leq 1$ , kezdeti belső sűrűségi állapottal rendelkezik. Matematikailag egyszerűen belátható, hogy ha a szakaszra állandósult (konstans) input beszállítás és állandósult (konstans) output kiszállítás jellemző, akkor az input-output sebesség és

sűrűség folyamatok által meghatározott stacioner egyensúlyi állapotba kerül egy idő után és a szakaszokon felvett kezdeti értékek hatása eltűnik.

Tehát, ha konstans beszállítással és kiszállítással dolgozunk, akkor a differenciálisan kis  $dt$  idő alatt a járműszám változása  $dN$  lesz:



5. ábra. Stacioner járműsűrűségek kialakulása egy szakaszon (alapeset).

$$e1 := dN(t) = \frac{(v_1 s_1 - v_2 s(t)) dt}{h}$$

Az e1 egyenletben  $v_1$  a beszállítás sebességét,  $s_1$  a beszállító szakasz sűrűségét,  $v_2$  a kiszállítás sebességét  $s(t)$  pedig a vizsgált szakasz  $t$  időpontban mért sűrűségét, végül  $h$ , az egységjármű hosszát jelöli. Kissé átrendezve e1 egyenletet, kapjuk:

$$e1 := \frac{dN(t) h}{dt} = v_1 s_1 - v_2 s(t)$$

Tekintsük az  $s(t)$  sűrűséget definiáló e2 egyenlet:

$$e2 := s(t) = \frac{N(t) h}{l}$$

majd ezt rendezzük át,

$$e2 := N(t) h = s(t) l$$

és e2 egyenletet mindkét oldalát  $t$  szerint differenciálva,

$$e3 := \frac{dN(t) h}{dt} = \frac{ds(t) l}{dt}$$

a kapott e3 összefüggést használjuk fel e1-nél :

$$e1 := \frac{ds(t) l}{dt} = v_1 s_1 - v_2 s(t)$$

Az így felírt differenciálegyenlet megoldása különösebb nehézség nélkül elvégezhető:

$$e1 := s(t) = \frac{v_1 s_1 \left( 1 - e^{\left( -\frac{v_2 t}{l} \right)} \right)}{v_2} + s(0) e^{\left( -\frac{v_2 t}{l} \right)}$$

Látható, hogy esetünkben  $s(t)$ , az  $s(0)$ -tól függetlenül asszimtotikusan stacionárius lesz:

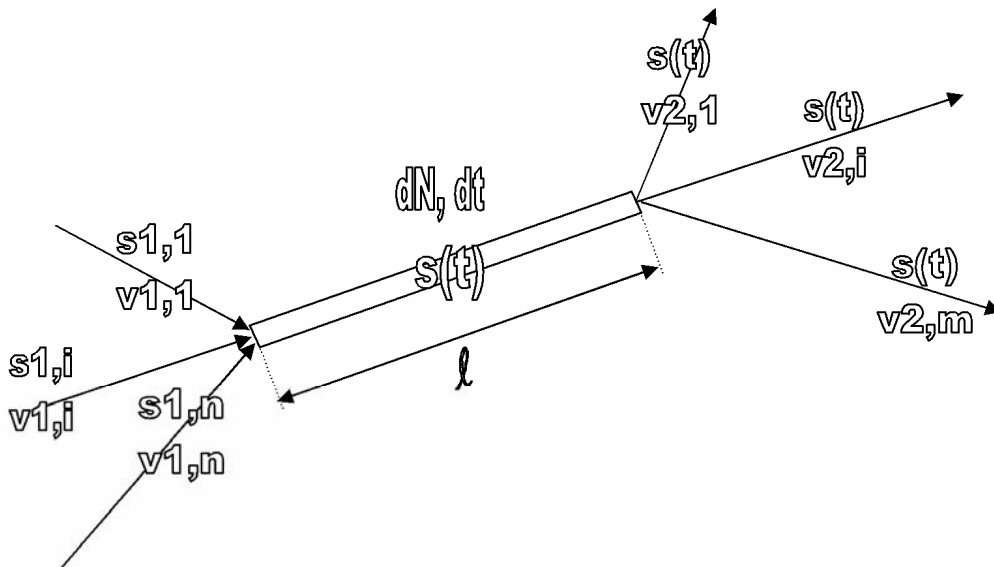
$$s_h := \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \frac{v_1 s_1}{v_2}$$

Ez a levezetés természetesen egy kialakult és állandó  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $s_1$  értékekre igaz. Ha  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $s_1(t)$ , folytonos függvények, akkor  $t \rightarrow T$  esetén render felveszik a  $v_1(T)$ ,  $v_2(T)$ ,  $s_1(T)$  konstans értékeket.

Ha  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $s_1(t)$ , függvények olyanok, hogy  $T \leq t$  értékeknél már megtartják a  $T$ -beli értékeiket, akkor  $T$ -beli kezdeti értékekre vonatkozik a levezetés. (Megjegyezzük, hogy a tényleges

folyamatainknál egy szakaszon a stacionaritás azt jelenti, hogy bármely  $t_1, t_2, \dots, t_n$  időpillanatban a járműsűrűség eloszlása azonos, az-az első rendben stacionárius a folyamat. Ebből következik, hogy a vizsgált szakaszon a járműsűrűség várható értéke és szórása is állandó, bármely időpontban. A gyakorlatban még azt is előírjuk az eloszlásra, hogy minimális szórású legyen.).

Végezetül, hasonlóan írható fel a differenciálegyenlet és végezhető el a vizsgálat, ha a tekintett szakaszra  $n$  szakaszról történik bevezetés, majd innen  $m$  szakaszra történik a kiszállítás 6. ábra:



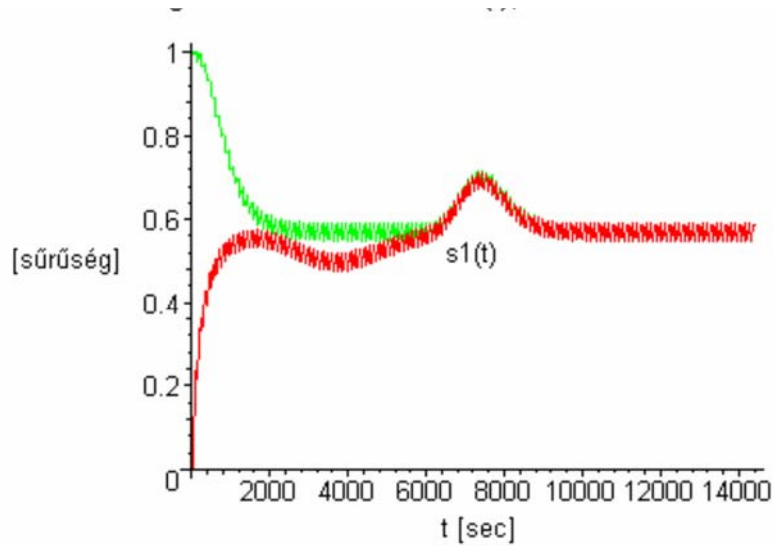
6. ábra. Stacioner járműsűrűségek kialakulása egy szakaszon ( $n$  bevezetés és  $m$  kivezetés esetén).

$$e l := \frac{l ds(t)}{dt} = \left( \sum_{i=1}^n v_{1,i} s_{1,i} \right) - \left( \sum_{i=1}^m v_{2,i} \right) s(t)$$

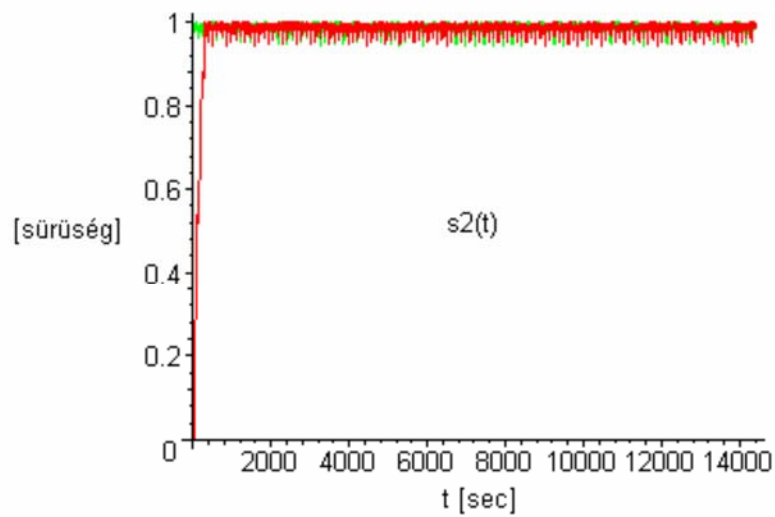
$$s_h := \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \frac{\sum_{i=1}^n v_{1,i} s_{1,i}}{\sum_{i=1}^m v_{2,i}}$$

A szimulált modell által nyert járműsűrűségeknél ez figyelhető meg a 7. - 12. ábrákon.

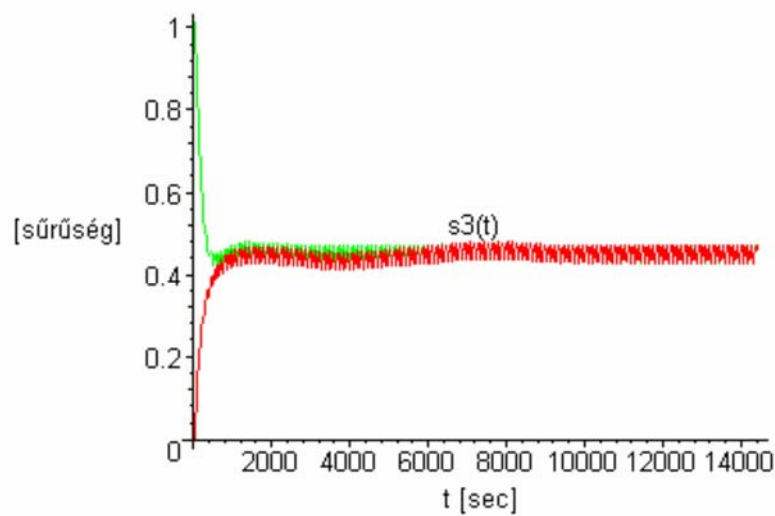




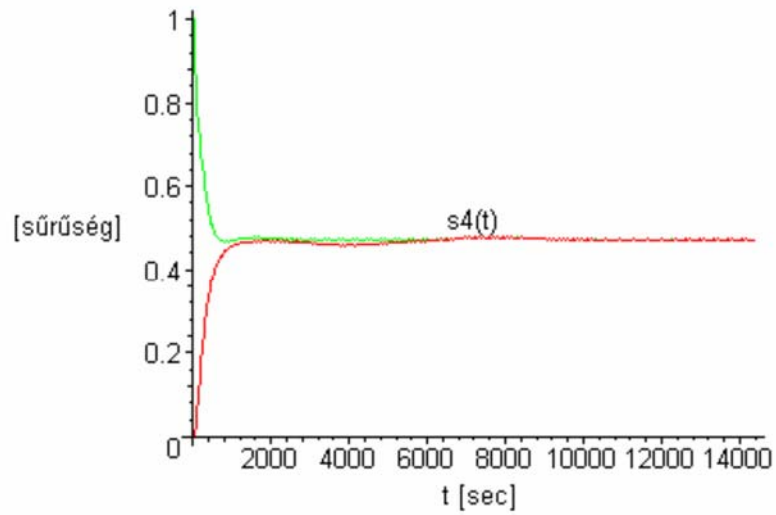
7. ábra. Járműsűrűségek az 1-es szakaszon.



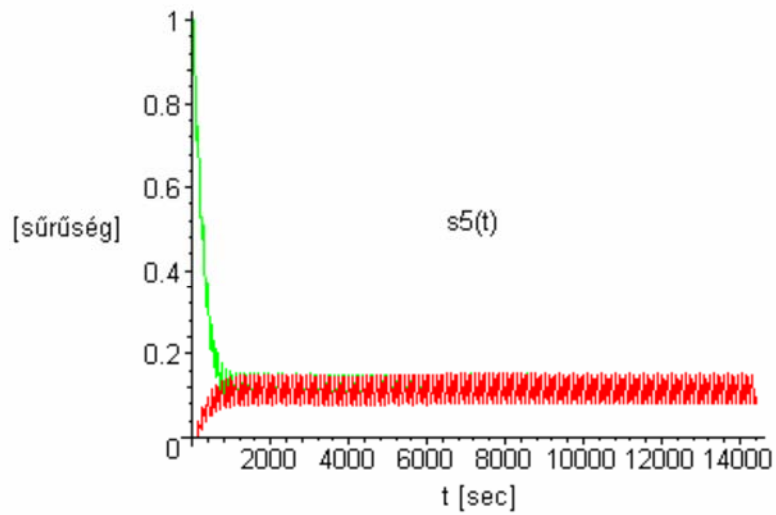
8. ábra. Járműsűrűségek a 2-es szakaszon.



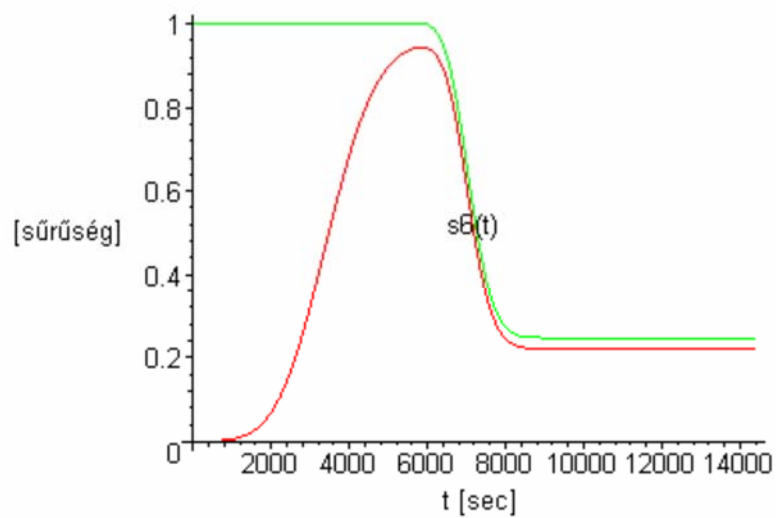
9. ábra. Járműsűrűségek a 3-as szakaszon.



10. ábra. Járműsűrűségek a 4-es szakaszon.



11. ábra. Járműsűrűségek az 5-ös szakaszon.



12. ábra. Járműsűrűségek a 6-os szakaszon (parkolón).

## 6. Összefoglalás

Az  $n$  db. belső útszakaszból álló közlekedési hálózati modellünket a közúti/városi közlekedési rendszer egy zárt görbével körülhatárolt tartományában helyezkedik el. A hálózati matematikai modell megalkotásához alapvető fontossággal bírt a hálózatot definiáló kapcsolati mátrix, amely egy hipermátrix. A tárgyalt modell alkalmazható a nagyméretű közúti közlekedési hálózatok szimulációs vizsgálatára ill., tervezésére. A továbbiakban a közlekedési rendszerek szabályozására terjesztjük ki vizsgálatainkat - a most tárgyalt modell alkalmazásával. Ez esetben, a belső hálózaton kialakuló járműsűrűségek a rendszer állapotjellemzői, rendre  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$ , ...,  $x_n(t)$  és adottak a külső hálózaton kialakuló járműsűrűségek  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$ , ...,  $s_m(t)$ , amelyeket mérések alapján ismerünk. A nemlineáris szabályozási probléma megoldása a későbbiekben történik.

## Irodalom

- [1] Péter T. - Bokor J.: Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányításának kutatása. A jövő járműve, Bp, 06, 1-2 pp19-23.
- [2] Markos Papageorgiou: Concise Encyclopedia of Traffic and Transportation Systems. Pergamon Press, 1991.
- [3] Kachroo P. - Özbay K.: "Feedback Control Theory for Dynamic Traffic Assignment", Springer, 1999.
- [4] Péter T. Intelligens közlekedési rendszerek és járműkontroll. Előírások a közlekedés biztonságának növelésére. Bp. 2005. pp.1-465. Magyar Mérnökakadémia Symposium.
- [5] Drew, D. R.: Traffic Flow Theory and Control, New York, McGraw-Hill Book Company, 1968
- [6] Maklári J.: Közforgalmú csomópontok teljesítőképességének vizsgálata. Városi közlekedés 2001/4
- [7] Bécsi T. - Péter T.: An Adaptive Approach to Modeling Traffic Flow and Incident Detection on Highways, Proceedings of the 3rd International Conference on Global Research and Education in intelligent Systems, Interacademia 2004, Budapest,