Ismeretlen terhelésű szakaszok adaptív szabályozása

Tar József[†], Lőrincz Katalin[‡] Budapesti Műszaki Főiskola [†]Neumann János Informatikai Kar [‡]Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar H-1034 Budapest, Bécsi út 96/B. tar.jozsef@nik.bmf.hu lorincz.katalin@bgk.bmf.hu Nádai László Budapesti Műszaki Főiskola Közlekedésinformatikai és Telematikai Tudásközpont H-1034 Budapest, Bécsi út 96/B. nadai@bmf.hu Kovács Roland Knorr-Bremse Vasúti Jármű Rendszerek Hungária Kft. Szoftver Fejlesztési Osztály H-1119 Budapest XI., Major utca 69. roland.kovacs@knorr-bremse.com

Tartalmi kivonat – A jelen cikkben virtuálisan csatolt vonatként viselkedő kocsikból álló "szakasz" adaptív szabályozásának különböző lehetőségeit vizsgáljuk. Feltételezzük, hogy az első kocsi vezető szerepet játszik a szaksz mozgásában, míg a többi kocsi előírt szabályozási törvények szerint követi az őt megelőző szakasz-tagot. A cél egyrészt biztosítani a szaksz utolsó tagjának sima és egyenletes, oszcillációktól mentes mozgását, hiszen azt a közúti közlekedés bármely résztvevőjének kényelmesen kell tudnia követni. Első közelítésben az első kocsi nominális mozgáspályája az egyes tagok közt betartandó biztonságos távolságok összegével megnövelt érték az utolsó tag nominális pályájára nézve. Az utolsó tag tényleges pályája ebből a kocsik közti csatolások láncolatán keresztül alakul ki. Az adaptív szabályozás az első kocsi pályáját módosítja oly módon, hogy az utolsó kocsi mozgása sima legyen. Feltesszük, hogy a szabályozó rendelkezik egy durva modellel, amely az egyes kocsikat mint merev testeket közelítő tömegekként modellezi, és "nem tud" az általuk hordott terhelések tömegéről, amelyek viszont dinamikai csatolásban állnak magukkal a kocsikkal, és ezen keresztül állapotuk befolyásolja azok mozgását is. A szimulációs vizsgálatokban e csatolást súrlódással csillapított merev lineáris rugók modellezik. Azt találtuk, hogy több szempontból is a legjobb megoldás a tagok közti gyorsulás-követésre ráépített adaptív szabályozó.

I. BEVEZETÉS

A többé–kevésbé automatizált járművek egyik tipikus alkalmazása ún. "szakaszok" létrehozása, melyekben a vezető feladat a szakasz első tagjára hárul, míg a többi tagnak követnie kell az előtte haladó tagot többé–kevésbé szofisztikált szabályozási módszer szerint. A kocsinak meg kell állnia, ha az előtte lévő megállt, el kell indulnia előre, ha az előre indul, és opcionálisan "hátrálnia" kell, ha az előtte lévő kocsi rá kezd tolatni. E feladat szabályozástechnikai érdekessége, hogy az egyes tagok dinamikai adatai (pl. a hordott teher és annak kölcsönhatása a hordozó kocsival) csak pontatlanul és részelegesen ismertek. A kocsikban lehet pl. folyadék, amely erősen deformálódva hat kölcsön az őt tartalmazó tartállyal. Hasonlóan, a szilárd terhek is valahogyan csatolva vannak az őket hordozó kocsikhoz. Még ha a kocsik dinamikai adatai jól tudhatók is előre, a hordott teher viselkedése általában nem, emiatt megfelelő adaptív szabályozó alkalmazása praktikusan sokkal vonzóbb lehet, mint a terhek és azok kocsival való kölcsönhatásának pontos modellezése, és e modell adatainak identifikálása.

A pontatlan modelleken alapuló szabályozás egyik érdekes aspektusa két lehetséges alternatív megoldás választása: egyetlen "komplex" szabályozó kidolgozása a rendszer egészére, vagy "decentralizált" megoldások keresése, amelyekben minden egyes szakasz-tag rendelkezik a maga lokális szabályozójával, s a rendszer egészének szabályozása az egyik részrendszer pontos szabályozásával, a többi részrendszerre nézve pedig csak a részrendszerek közti kölcsönhatáson keresztül valósul meg. Ilyen érdekes problémát vizsgált pl. plenáris előadásában D'Andrea szélcsatornán belül egymás közelében elhelyezett szárnyak szabályozása kapcsán, ahol a szárnyak közti kölcsönhatás az áramló levegő közvetítésével jött létre [1].

E közlemény inspirált arra, hogy hasonló jelenségeket vizsgáljunk egy a BMF-ben korábban kidolgozott, geometriailag interpretált adaptív szabályozás centralizált és decentralizált használata kapcsán [2]. A tekintett paradigma két, rugóval egymáshoz csatolt kocsiból állt, amelyek mindegyikében két merev pendulum is el volt helyezve, amelyek közül az egyik létezéséről a szabályozó nem tudott, tehát azok a a kocsik közti csatolással együtt e paradigmában betölthették a nem modellezett, csatolt, belső szabadsági fokok szerepét. Mivel mind a centralizált, mind a decentralizált változat elfogadható működést produkált, ennek sikerén felbátorodva a jelen cikkben ugyanezt a kétparaméteres fixpont-transformáción alapuló módszert (részletezve pl. [3]-ban, illetve egyéb mechanikai rendszerekre való alkalmazására példa [4]-ben) kíséreltük meg alkalmazni a szakasz szabályozására. A tekintett feladatban a lényegi nemlinearitás az egyes tagok hajtóerejének korlátozott voltában áll, amelyet a szimulációban szigmoid (azaz monoton növekvő, alulról és felülről korlátos) függvénnyel modellezünk. Az utolsó kocsi sima és jól követhető mozgásán túl fontos szempont a hordott terhek lengésének csökkentése mind a lokális kocsi–teher, mind pedig a teher inerciális vonatkoztatási rendszerhez képesti gyorsulása tekintetében, amely miatt annak fizikai állapota is sérülhet.

A továbbiakban a kocsi-teher rendszer fizikai modelljét adjuk meg, utána az adaptív szabályozást ismertetjük, szimulációs eredményeket közlünk, majd a kövekeztetések levonásával zárul a közlemény.

II. A CSATOLT JÁRMŰVEK MODELLJE

Ha az első kocsit az 1. index jelöli, megkísérelhetjük előírni az alábbi nominális mozgást az n. [n > 1] kocsira:

$$\delta x_n := x_n - x_{n-1} + L_n, \\ \delta \dot{x}_n := \dot{x}_n - \dot{x}_{n-1} \\ F_n^{Drive} = h_n \left(\widetilde{M}_n(\mu_n \ddot{x}_{n-1} - P_n \delta x_n - D_n \delta \dot{x}_n) \right)$$
(1)
$$\ddot{x}_n^{Nom} = (F_n^{Drive} + F_n^{Cont})/M_n$$

ahol $L_n(m)$ egy konstans nominális, biztonságos távolságot jelöl az (n-1). és az n. kocsi közt, P_n (s^{-2}) , és D_n (s^{-1}) a kocsik közti "mesterséges csatolás" proporcionális és derivált (PD) kapcsolatának együtthatói, és $\mu_n = 1$ esetén a megelőző kocsi gyorsulásának követése történik, $\mu_n = 0$ esetén pedig csak "távolság- és relatív sebesség-követés". 1ben h_n jelöli azt a szigmoid függvényt, amely a hajtások telítődését modellezi. Fenomenológiailag (1) megvalósítható: az aktuális $x_n - x_{n-1}$ távolság lokális szenzorokkal mérhető, a \ddot{x}_{n-1} $(m \cdot s^{-2})$ helyi gyorsulás inerciális vonatkozatási rendszerekhez képest szintén mérhető lokális gyorsulásmérő szenzorokkal (az út közel inerciális vonatkoztatási rendszer). E cél elérése érdekében az n. kocsi lokális szabályozója, amely a kocsi tömegére nézve az $\widetilde{M_n}$ (kg) feltételezéssel él, $\widetilde{M_n} \ddot{x}_n^{Nom}$ erőt kísérelhet meg kifejteni. Ez nem az egyedüli erő, amely a kocsit gyorsítja, mert ehhez még hozzá jön a kocsi-szálított tömeg kölcsönhatásából eredő erő is. Ez általában valami elasztikus rugó-erővel és valamilyen súrlódási modell alapú csillapítással reprezentálható:

$$F_n^{Cont} = k_n (x_n^{Load} - x_n) + \nu_n (\dot{x}_n^{Load} - \dot{x}_n)$$
(2)

melyben k_n (N/m) és ν_n (Ns/m) jelöli a megfelelő rugóállandókat és csilapítási együtthatókat.

Az *n*. teher gyorsulása nyilván az arra ható erőtől és annak tömegétől függ: $\ddot{x}_n^{Load} = -\frac{F_n^{Cont}}{M_n^{Load}}$. E terhek léte nem ismert a szabályozási algoritmus oldaláról. Egy visszacsatolt szabályozóban a \ddot{x}_n^{Nom} tagot valamilyen visszacsatolást is tartalmazó tag helyettesítheti, amely "*kívánt*" gyorsulást használ "*nominális*" helyett \ddot{x}_n^{Des} . Érdemes megjegyezni, hogy (1)ben és (2)-ben a különböző kocsik különböző paraméterekkel rendelkezhetnek, amelyeket a szabályozó nem pontosan ismer, de amelyek meghatározzák a \ddot{x}_1 gyorsulást. Egy adaptív szabályozó alkalmazása azért is előnyös lehet, mert a különböző paraméterű kocsikból álló szakasz összeállításakor ezek részleteit nem kell "programozni". Szintén fontos megjegyezni, hogy az utolsó kocsi \ddot{x}_N gyorsulása közvetlenül függ az első kocsiétól (\ddot{x}_1), ha gyorsulás–követés van, egyébként annak csak magasabb rendű deriváltjai állnak kapcsolatban az \ddot{x}_1 gyorsulással. Az alkalmazott szigmoid függvény pozitív deriváltja miatt az első kocsi gyorsulása pozitív módon áll kapcsolatban az utolsóéval, emiatt alkalmazható az alábbiakban ismertetett szabályozási módszer.

III. A JAVASOLT ADAPTÍV SZABÁLYOZÁS

Írjunk elő sima, jól követhető nominális mozgást az utolsó kocsira: $x_N^{Nom}(t)$! Az (1) és (2) egyenletekben adott szabályozási mechanizmusra bízva a részleteket, írjuk elő az 1. kocsi nominális pályáját a következő módon: $x_1^{Nom}(t) = x_4^{Nom}(t) + L_N + L_{N-1} + ... + L_2$. Ez biztosítaná a biztonságos követési távolság követelményének betartását. A valóságban a nominális értékek helyett a modell–hibák miatt az utolsó kocsi megvalósuló mozgása $x_N^{Real}(t)$ lesz. Az adaptív szabályozás feladata a megvalósuló válasz közelítése a kívánt értékhez.

szabályozók kifejlesztésére különféle, Adaptív ma már "klasszikusnak számító" lágy számítási eljárások is használhatók. Ezek mellett szóba jöhet egy egyszerű, geomatriailag interpretált megoldás is, melyet [3]-ben részleteztünk. Helytakarékosság céljából itt csak nagy vonalakban ismertetjük e módszert, melynek alapötlete az elvárt és a megvalósult rendszer-viselkedések közti adaptív leképezés, f(x), folyamatos fenntartása és frissítése, a következőképp: bár e függvényt pontos analitikus formában nem ismerjük, a rendszernek szabályozó által "beadott" ismert x bemenetére adott f(x) "válaszát" mint összeratozó értékpárosokat meg tudja figyelni a szabályozó. A feladat találni egy olyan x_{\star} bemenetet, amely a "kívánt választ" adja, azaz $f(x_{\star}) = x^d$.

Mivel ideális esetben a kapott válasz épp az elvárt viselkedés lenne, az várható hogy a szabályozási feladat matematikailag mint "fixpont probléma" is megfogamazható. E várakozás jegyében remélhető egy olyan q(x) függvény konstruálása, amelyre $g(x_{\star}) = x_{\star}$. A (3)-ban adott függvény nyilvánvalóan megfelel ennek a várakozásnak. Ha e leképezés még kontraktív is a fixpont környzetében, akkor segítségével egyszerű iteráció generálható, amely az egyik fixponthoz konvergál. A (3) által definiált függvény valóban magában rejti a fixpont körüli konvergencia lehetőségét úgy, hogy maga a szabályozási algoritmus nem egyéb, mint ezen iteráció egy szabályozási ciklus allatti egyetlen lépésének végrahajtása. A fixpont körüli kontraktivitásnak a " $|g'| < 1 x_{\star}$ környékén" feltétel felel meg. A transzformáció egyszerű geometriai interpretációját a 1. ábrán [Fig. 1] látható hasonló háromszögek jelentik. Esetünkben a kívánt és megvalósult válaszok a gyorsulások.

$$g(x|x^{d}, D_{-}, \Delta_{+}) :=$$

$$= \frac{(f(x) - \Delta_{+})(x - D_{-})}{x^{d} - \Delta_{+}} + D_{-},$$
ha $f(x_{\star}) = x^{d}$ akkor $g(x_{\star}) = x_{\star},$

$$g' = f'(x)\frac{x - D_{-}}{x^{d} - \Delta_{+}} + \frac{f(x) - \Delta_{+}}{x^{d} - \Delta_{+}},$$

$$g'(x_{\star}|x^{d}, D_{-}, \Delta_{+}) = 1 + f'(x_{\star})\frac{x_{\star} - D_{-}}{x^{d} - \Delta_{+}}$$
(3)



Fig. 1. 1. Ábra: Fixponttranszformáció növekvő [f'(x) > 0] függvényre a D_- és Δ_+ paraméterekre (3)-ban; ha $x_\star > D_-$, $x^d < \Delta_+$, $f'(x_\star) > 0$, és $|f'(x_\star)|$ elégé kicsi, a $g(x|x^d, D_-, \Delta_+)$ függvény által generált iteráció konvergál x_\star -hoz

IV. SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYEK

Négy tipikus lehetséges szabályozási megoldás eredményeit vizsgáltuk és hasonlítottuk össze egymással: "nem adaptív távolság– és sebességkövetés", "adaptív távolság– és sebességkövetés", "nem adaptív gyorsuláskövetés", s végül "adaptív gyorsuláskövetés". A kocsik közti biztonságos követési távolságot a példákban 6 m-re állítottuk be. PDtípusú kinematikailag megfogalmazott szabályozást alkalmaztunk az $\ddot{x}_4^d = \ddot{x}_4^{Nom}(t) + P_{contrl}(x_4^{Nom}(t) - x_4(t)) + D_{contrl}(\dot{x}_4^{Nom}(t) - \dot{x}_4(t))$ egyenlet szerint $P_{contrl} = 0.3$ $(1/s^2)$ és $D_{contrl} \approx 5.477 \ (1/s)$ paraméter-beállítással, amely oszcilláció-mentes követést garantál, amennyiben megvalósul. A kocsik "tényleges tömege" $M_n = 1200 \ (kg)$ volt, a terhek tömege $M_n^{Load} = 200 \ (kg)$. A kocsik és a terheik közti csatolás rugóállandója és csillapítási állandója $k_n = 300$ (N/m) és $\nu_n \approx 346 \ (Ns/m)$ voltak. A durva kezdeti modell szerint a kocsik modell-tömege $M_n = 600 \ (kg)$ volt, a kocsik közti követési törvény arányos együtthatóka $P_n = 0.4$ (s^{-2}) , csillapítási együtthatója $D_n \approx 6.325 \ (s^{-1})$ volt. Fontos megemlíteni, hogy a kocsi-teher relatív távolság kis értéken való tartása nagyon merev rugót és nagy csillapítást is igényelt. Az adaptív szabályozó paraméterei $D_{-} = -20$ és $\Delta_{+} = 80$ [mindkettő (m/s^2) -ben] voltak. A nominális trajektóriák és a hajtások telítődését a 2. ábra mutatja. A használt trajektória mind élesen változó, mind pedig lapos részeket is tartalmazott annak érdekében, hogy a szabályozók működését e két "sarkított" esetben is, illetve a köztük való átmenet folyamán is vizsgálhassuk. Tipikus eredmények láthatók a 3. ábrán.

Világos, hogy a legszebb eredményt az "*adaptív gyor-suláskövetés*" adta, bár azzal összemérhető az "*adaptív távolság– és sebességkövetés*" eredménye is. A másik két megoldás erősen gerjeszetni látszik a nem modellezett belső szabadsági fokokat.

Hasonló következtetés vonható le a 4. ábrából is, amely a kocsik és terheik közt ébredő kontakt erőket, illetve a vezető



Fig. 2. Ábra: A követendő pálya az idő függvényében (bal oldal), és a hajtások telítődését modellező kívánt erő – kifejtett erő szigmoid függvény gráfja (jobb oldal)

kocsi mozgásának fázistrajektóriáját mutatja. Ebből az ábrából világos a belső, csatolt szabadsági fokok jelentős gerjesztése.

A hordott terhek lengésének jellemzésére bevetettük a terhek gyorsulása abszolút értékének időegységre vetített átlagát a vizsgált időtartamra vonatkozóan. Másik jellemző a kocsiteher relatív elmozdulás fázisgörbéje. Mint az az 5. ábrán látható, e szempontból is a kombinált megoldás a legjobb. Ahogy a szabályozási módszer finomodik, e relatív mozgás sebessége egyre kisebb lesz, a komplex és zsúfolt fázisgörbék "kitisztulnak". A többi kocsi terhe relatív elmozdulásának fázisgörbéjével is ez történik.

Érdekes kérdés megvizsgálni, mi történik, ha a szakasz paraméterei közé durva, a szabályozó által nem ismert aszimmetriát építünk be. Ennek érdekében a 2. kocsi terhének tömegét 200 kg-ról 600 kg-ra növeltük (az összes többi paraméter értéke változatlan maradt), s a továbbiakban már csak a "nem adaptív" és az "adaptív" gyorsuláskövetéses stratégia esetében vizsgáltuk, hogy ennek hatása miképp terjed szét a nemlineáris csatolásokon. Néhány érdekes eredmény látható a 6. ábrán. A nem adaptív megoldásnál az aszimmetria kiterjedő hatásai sokkal durvábbak a nem adaptív esetben, mint az adaptívban. Ugyanez látszik az itt hely hiánya miatt fel nem tüntetett többi teher relatív mozgásában is.

V. KÖVETKEZTETÉSEK

A jelen közleményben egy járműszakasz ("*platoon*") lehetséges szabályozásának néhány példáját vizsgáltuk egy konkrét paradigma esetében. Feltételeztük, hogy a járművek paraméterei pontosan nem ismertek, azok a szabályozó számára ismeretlen terheket hordoznak, továbbá feltettük azt is, hogy az egyes kocsik hajtásai a kifejthető maximális nyomaték tekintetében telítődéses nemlinearitást mutatnak. E nemlinearitást egy szigmoid függvénnyel modelleztük a számítások folyamán.

A vizsgált szabályozások a következők voltak: a) "nem adaptív távolság– és sbességkövetés", b) "nem adaptív gyorsuláskövetés", c) "adaptív távolság–és sebességkövetés", és d) "adaptív gyorsuláskövetés".

A tekintett problémák irányítástechnikai érdekessége abban áll, hogy a) egy erősen nemlineárisan csatolt, sokparaméteres és sokváltozós rendszer egyik szabadsági fokát (az utolsó kocsi mozgását) egy másik szabadsági fok (az első kocsi mozgása) direkt szabályozásán, valamint a kocsik közti követési törvények telítődés miatt nemlineáris



Fig. 3. 3. Ábra: Az utolsó (4.) kocsi pályakövetés hibája az idő függvényében és e mozgás fázistrajektóriája: nem adaptív távolság– és sebességkövetés (1. sor), nem adaptív gyorsuláskövetés (2. sor), adaptív távolság– és sebességkövetés (3. sor), és adaptív gyorsuláskövetés (4. sor)

láncolatán keresztül igyekeztünk szabályozni, b) hogy a rendszer szabályozó által ismert részeiről csak közelítő modellértékek álltak rendelkezésre, s hogy c) a szabályozott kocsik mindegyike rendelkezett egy, a szabályozó által nem ismert, a kocsikkal dinamikai csatolásban álló részrendszerrel, a kocsi terhével.

Az adaptív szabályozást egy új, geometriailag is interpretált, egyszerű, hasonló háromszögekből származtatható leképezés mint fixpont transzformáció képezte. Kimutattuk, hogy e leképezés egy Banach térben kontraktívvá tehető a fixpont környzetében, ezért belőle magát az adaptív szabályozás jelentő iteráció generálható, fenomenológiailag is megvalósítható módon, amely a fixponthoz konvergál, ami a feladat szabályozástechnikai értelemben vett megoldását jelenti.

Számos szimulációs vizsgálatot folytattunk le többé– kevésbé realisztikusnak tekinthető paraméter–beállítások mellett. Azt tapasztaltuk, hogy a "*nem adaptív távolság– és sbességkövetés*" módszere nagyon primitív és durva eredményre, rázkódásokra vezet, amely a vizsgált modellbe beépített nagyon erős csillapítások ellenére is jelentős mértékben gerjeszti (gerjesztheti) a kocsi–teher kapcsolódását



Fig. 4. 4. Ábra: A kocsik és terheik közti kontakt erők az idő függvényében (bal oldal), és a vezető kocsi fázistrajektóriája (jobb oldal): nem adaptív távolság– és sbességkövetés (1. sor), nem adaptív gyorsuláskövetés (2. sor), adaptív távolság–és sebességkövetés (3. sor), és adaptív gyorsuláskövetés (4. sor)

jelentő szabadsági fokokat, a terhek jelentős abszolút gyorsulására vezet, s a kocsiknak is (azok fázisterében megfigyelhető) jelentősen egyenetlen mozgására vezet. Hasonló jelenség sokszor érzékelhető "régimódi" vasúti szerelvényekben, amelyekben egyetlen mozdony húz egy hosszú szerelvényt. (A modern motorvonatok mozgásában, amelyekben valamennyi kocsinak van önálló hajtása, ilyen effektus alig érzékelhető).

Azt tapasztaltuk, hogy a fenti módszer jenetősen javítható akár a szimpla, "nem adaptív gyorsuláskövetés", akár az intelligensebb "adaptív távolság–és sebességkövetés" módszerével.

A legjobb megoldásnak minden szempontból az "*adaptív* gyorsuláskövetés" bizonyult.

Külön viszgáltuk, hogy egy jelentős mértékű aszimmetria (jelen esetben az egyik, a csatolt lánc közepén lévő kocsi szabályozó által nem ismert terhének drasztikus megnövelése) miképp terjeszti ki hatását a nagyon erősen csatolt nemlineáris rendszerben. Azt találtuk, hogy e hatás a nem adaptív megközelítésben jelentősen ront a szabályozott rendszer mozgásának minőségén (több jellemző ill. szempont szerint is), azonban az adaptív szabályozás sikeresen megküzd



Fig. 5. 5. Ábra: A terhek gyorsulása abszolút értékének időátlaga (bal oldal), valamint a vezető kocsi terhe relatív mozgásának fázisgörbéje (jobb oldal): nem adaptív távolság– és sbességkövetés (1. sor), nem adaptív gyorsuláskövetés (2. sor), adaptív távolság–és sebességkövetés (3. sor), és adaptív gyorsuláskövetés (4. sor)

vele, és elfogadható mozgásjellemzőket produkál.

A további kutatásokat illetően célszerűnek látszik megvizsgálni, milyen eredményekre lehetne jutni, ha az itt használt adaptív módszer több bemenetű – több kimenetű rendszerre kifejleszett változatát is megkísérelnénk alkalmazni.

Köszönetnyilvánítás

Szerzők hálásan köszönik a Nemzeti Kutatási és Technológiai Hivatal (NKTH) és a Kutatás-fejlesztési Pályázati és Kutatáshasznosítási Iroda (KPI) támogatását a RET-10/2006 program keretén belül, amely támogatás forrása a Kutatási és Technológiai Innovációs Alap. Szintén köszönettel tartoznak az Országos Tudományos Kutatási Alap (OTKA) K063405 sz. programon belül nyújtott támogatásáért.

REFERENCES

 R. D'Andrea, "Control of Autonomous and Semi-Autonomous Sytems", in the Proc. of the 4th International Workshop on Robot Motion and Control, June 17–20 2004, Puszczykowo, Poland, pp. 11–15, ISBN: 83-7143-272-0.



Fig. 6. 6. Ábra: A nem adaptív (bal oldal) és adaptív (jobb oldal) gyorsuláskövetés viselkedése erős rejtett aszimmetria esetén: az utolsó kocsi mozgásának fázistere (1.sor), a vezető kocsi mozgásának fázistere (2.sor), a kontakt erők időfüggése (3. sor), az 1. és a 4. teher relatív mozgásának fázistere (4. és 5. sor)

- [2] J.K. Tar, I.J. Rudas, J.F. Bitó, J.A. Tenreiro Machado: "Centralized and Decentralized Applications of a Novel Adaptive Control", in the Proc. of the 9th International Conference on Intelligent Engineering Systems 2005, September 16-19, 2005, Cruising on Mediterranean Sea, IEEE Catalog Number: 05EX1202C, ISBN: 0-7803-9474-7, file: Tar.pdf (CD issue).
- [3] József K. Tar, Imre J. Rudas: "Geometric Approach to Nonlinear Adaptive Control"– Tutorial, in the Proc. of the 4th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2007), May 17-18, 2007, Timişoara, Romania, pp. 9–23, ISBN 1-4244-1234-X, IEEE Catalog Number: 07EX1788.
- [4] József K. Tar, Imre J. Rudas and Krzysztof R. Kozłowski: "Fixed Point Transformations-Based Approach in Adaptive Control of Smooth Systems", Lecture Notes in Control and Information Sciences 360 (Eds.: M. Thoma and M. Morari), Robot Motion and Control 2007 (Ed.: Krzysztof R. Kozłowski), pp. 157–166, Springer Verlag London Ltd. 2007, ISBN-13:978-1-84628-973-6.