Autópályák forgalmának modellezése és irányítása állapottérben

Luspay Tamás, Varga István, Bokor József

tluspay@sztaki.hu

Rendszer és Irányításelméleti Laboratórium

Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézet

Magyar Tudományos Akadémia

Állapottér elmélet

Diszkrét idejű dinamikus rendszerek leírása differencia egyenletrendszerrel:

- LTI: $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ww(k)$,
  $y(k) = Cx(k) + Du(k) + Vv(k)$
- LTV: $x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + W(k)w(k)$,
  $y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k) + V(k)v(k)$
- LPV: $x(k+1) = A(p(k))x(k) + B(p(k))u(k) + W(p(k))w(k)$,
  $y(k) = C(p(k))x(k) + D(p(k))u(k) + V(p(k))v(k)$
- NL: $x(k+1) = f(x(k), u(k), w(k))$, $y(k) = h(x(k), u(k), v(k))$

$u(k)$: bemenőjel

$x(k)$: a rendszer állapotai

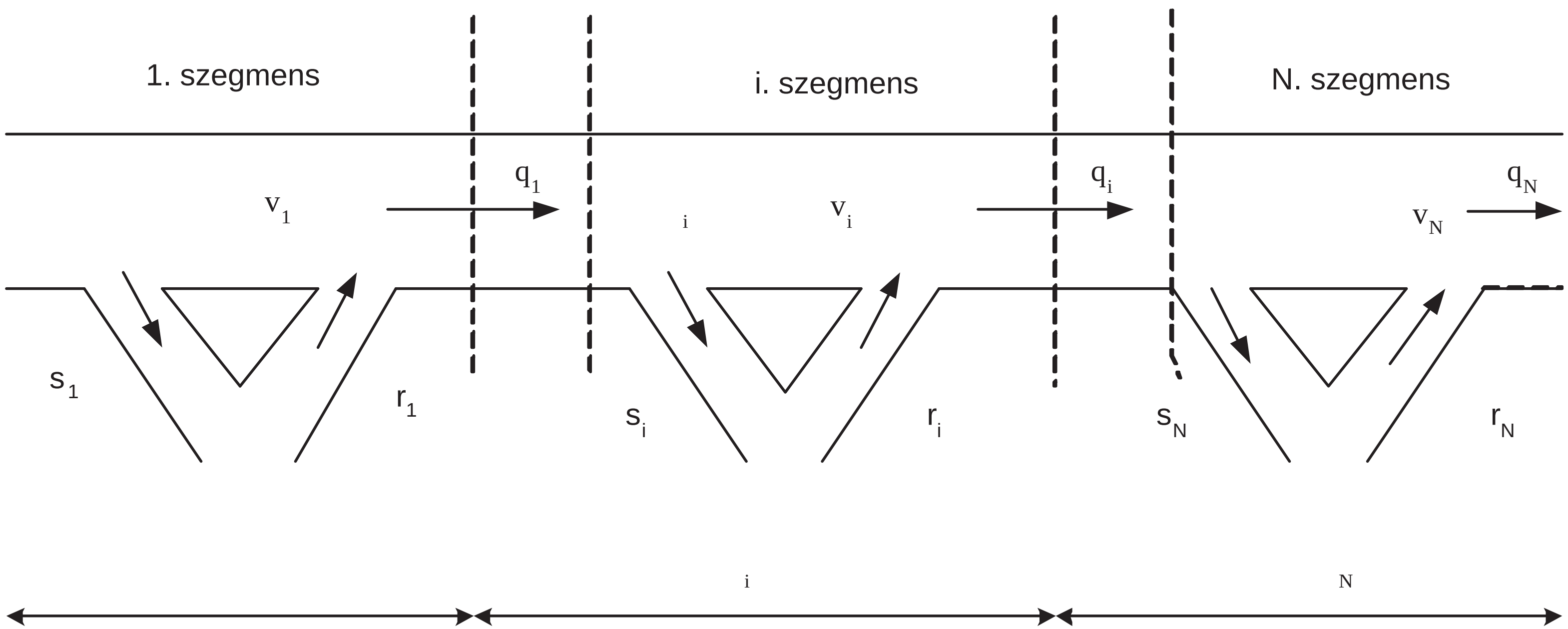
$y(k)$: kimenőjel

$w(k)$: állapotzaj

$v(k)$: szenzorzaj

$p(k)$: paraméter

Makroszkopikus forgalom modellezés I.



- térben diszkretizált forgalmi változók: $\rho_i(k), v_i(k), q_i(k), r_i(k)$
- $\Delta_i \approx 500m$
- hosszabb szakaszok szegmensekből építhetőek fel

Makroszkopikus forgalom modellezés II.

$$
\begin{aligned}
\rho_i(k+1) &= \rho_i(k) + \frac{T}{\Delta_i n}\left[q_{i-1}(k) - q_i(k) + r_i(k) - s_i(k)\right] \\
s_i(k) &= \beta_i(k)\cdot q_{i-1}(k) \\
v_i(k+1) &= v_i(k) + \frac{T}{\tau}\left[V(\rho_i(k)) - v_i(k)\right] + \frac{T}{\Delta_i} v_i(k)\left[v_{i-1}(k) - v_i(k)\right] \\
&- \frac{\nu}{\tau}\frac{T}{\Delta_i}\frac{\rho_{i+1} - \rho_i(k)}{\rho_i(k)+\kappa} - \frac{\delta T}{\tau\Delta_i}\frac{r_i(k)v_i(k)}{\rho_i(k)+\kappa} + \xi_i^v\,(k) \\
V(\rho) &= v_f exp\left[-\frac{1}{a}\left(\frac{\rho}{\rho_{cr}}\right)^a\right] \\
q_i(k) &= \rho_i(k)\cdot v_i(k)\cdot n + \xi_i^q\,(k) \\
l_i\,(k+1) &= l_i\,(k) + q_i^m\,(k) - r_i\,(k) + \xi_i^l(k)
\end{aligned}
$$

Makroszkopikus forgalom modell

- nemlineáris, diszkrétidejű, sztochasztikus állapottér modell
- a rendszer állapotai: ρ_i, v_i
- a rendszer bemenetei: r_i
- a rendszer kimenetei: ρ_N, v_N
- zajjal terhelt mérések: $v^m(k) = v(k) + \eta^v(k)$
- ismeretlen paraméterek: $\beta_i, \nu, v_f, \rho_{cr}, a, \tau$

Paraméter-identifikáció

Adott mérési sorozat $\hat{y}(k)$ felhasználásával a modell paramétereinek meghatározása. Matematikai megfogalmazás:

$$\min_p J(p) = \sum_{k=1}^{K} \left[y(k) - \hat{y}(k)\right]^T Q \left[y(k) - \hat{y}(k)\right]$$

M3-as autópálya méréseit felhasználva modell paraméterek offline behangolása.

Állapotbecslés

Az $x(k)$ állapotok nem mérhetőek, de a rendszer bemenet és kimenet ismeretében $\hat{x}(k)$ optimális becslés adható:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\left[x(k)-\hat{x}(k)\right] &= 0 \\ \mathcal{E}\left[\left(x(k)-\hat{x}(k)\right)\left(x(k)-\hat{x}(k)\right)^T\right] &\longrightarrow \text{infimum} \end{aligned}$$

- Kitejesztett Kalman-szűrő algoritmus
- Autópálya alkalmazás: Automatikus Esemény Detektálás, sikeres szimulációs eredmények valós adatok felhasználásával
- Ismeretlen paraméterek online becslése

Forgalomirányítási feladatok

Lokális szabályozás: adott szegmens maximális átbocsátóképességének biztosítása felhajtás-szabályozással, ekvivalens feladat a fundamentális diagram alapján: ρ_{cr} jelkövetés.

$$J(x,u) = \sum_{i=0}^{n} (x(i) - x_s)^T Q (x(i) - x_s) + (u(i) - u_s)^T R (u(i) - u_s)$$

Megoldások: linearizált modell LQ (Párizs), nemlineáris irányítás (bonyolult, nem használt).
Globális szabályozás: teljes hálózatban töltött idő minimalizálása felhajtók és VMS táblák koordinált szabályozásával.

$$T_s = T \sum_{k=0}^{K} \left[N(0) + T \sum_{\kappa=0}^{k-1} d(\kappa) - T \sum_{\kappa=0}^{k-1} s(\kappa) \right]$$

Ekvivalens feladat: idővel súlyozott kihajtó forgalom maximálása.

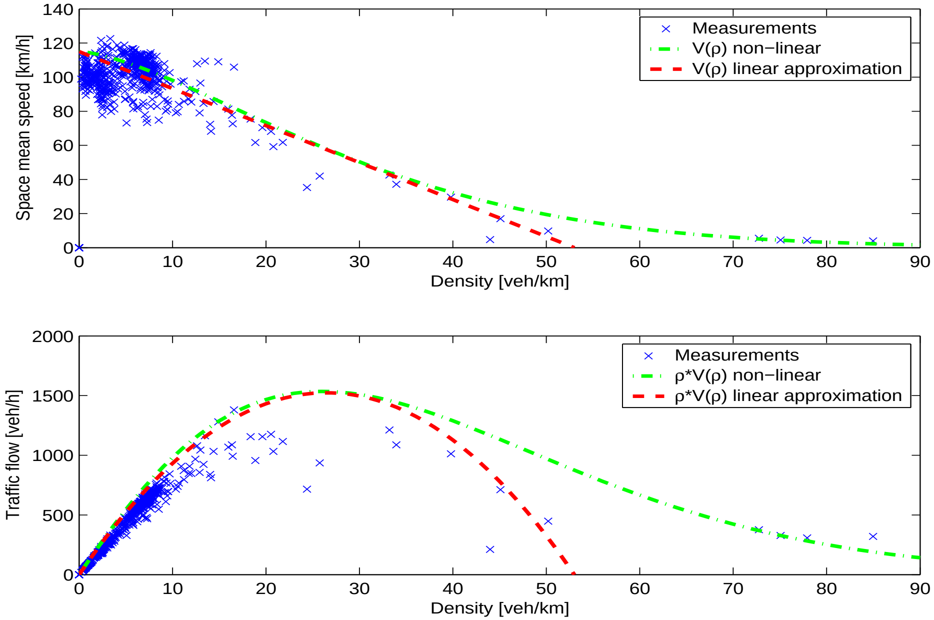
$$S = T^2 \sum_{k=0}^{K-1} (K-k)\, s(k)$$

qLPV forgalmi modell

Cél: nemlineáris modell LPV rendszerosztályba történő átírása, ezáltal az LTV/LPV rendszerekre kidolgozott eredmények alkalmazhatóak a nemlineáris dinamikájú forgalom irányítására.

- Lineáris approximáció:

$$V(\rho) = v_f \left[1 - \frac{\rho}{\rho_{jam}}\right] \quad , \frac{1}{\rho_i(k) + \kappa} \Rightarrow \frac{1}{\rho_{cr} + \kappa}$$



qLPV forgalmi modell és tulajdonságai I.

Lokális irányításból kiindulva:

- $p_i = v_i$

Affin paraméter függő qLPV modell $\left(p \in \mathbb{R}^3\right)$:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(p(k))x(k) + B(p(k))u(k) + W(p(k))w(k) \\ A(p(k)) &= A_0 + p_1(k)A_1 + p_2(k)A_2 + p_3(k)A_3 \\ B(p(k)) &= B_0 + p_1(k)B_1 + p_2(k)B_2 + p_3(k)B_3 \end{aligned}$$

Modell analízis: kvadratikus stabilizálhatóság, létezik-e $K(p(k))$, hogy:

$$u(k) = -K(p(k))x(k)$$

állapotvisszacsatolással a rendszert irányítani tudjuk, minden paraméter érték esetére.

qLPV forgalmi modell és tulajdonságai II.

A disszipatív és konvexitási feltételek a következő Lineáris Mátrix Egyenlőtlenségekre (LMI) vezetnek:

$$\begin{bmatrix} G^T + G - Q & G^T A\left(p\left(k\right)\right)^T + Y\left(p\left(k\right)\right)^T B\left(p\left(k\right)\right)^T \\ A\left(p\left(k\right)\right) G + B\left(p\left(k\right)\right) Y\left(p\left(k\right)\right) & Q \end{bmatrix} \succ 0$$

minden $p \in \Delta_0$

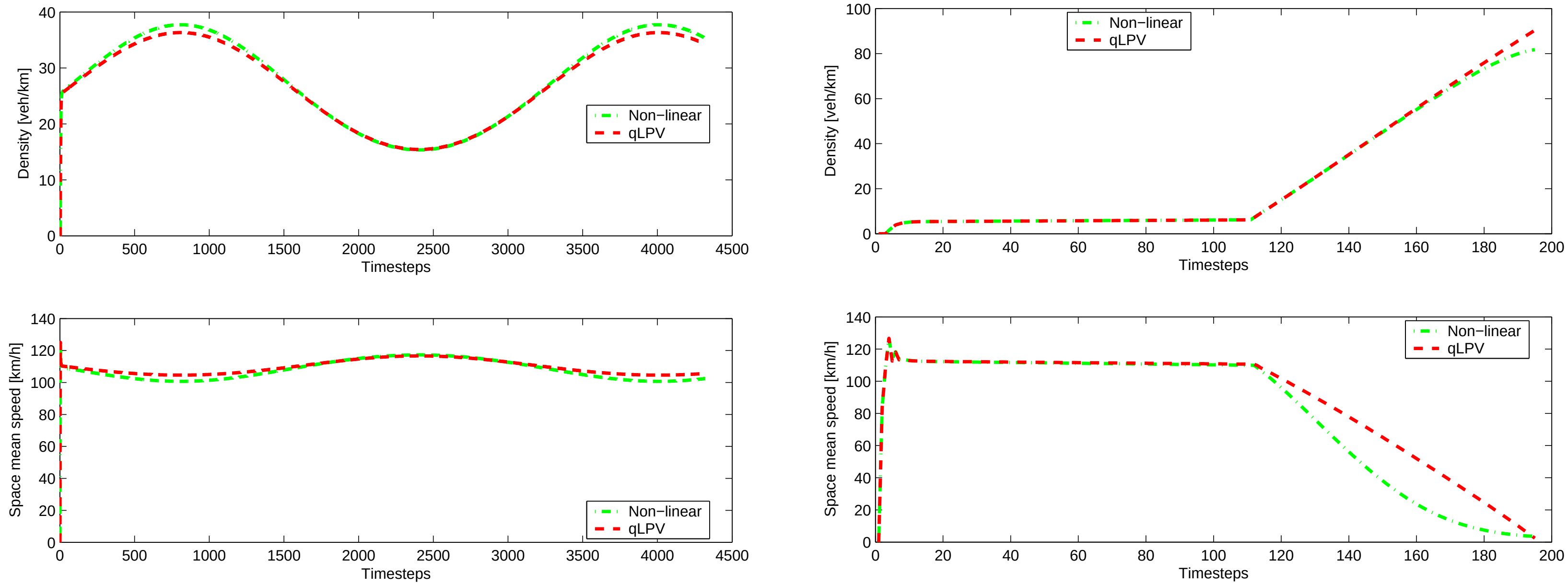
$$P = P' \succ 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & Y_2^T B_2^T \\ B_2 Y_2 & 0 \end{bmatrix} \succ 0$$

qLPV forgalmi modell és tulajdonságai III.

- az affin paraméterfüggő struktúra elegendővé teszi véges számú LMI ellenőrzését, ha a feltételek a sarokpontokon teljesülnek akkor a konvexitás miatt a paramétertartomány minden pontján teljesülnek
- valós mérési adatokból meghatározható a paraméter (sebesség) maximális és minimális értéke
- Az utolsó indefinit feltétel miatt azonban a konvexitást a paraméterszorzatok által meghatározott sarokpontokon végzett ellenőrzéssel biztosítjuk
- a felírt qLPV modell kvadratikusan stabilizálható és detektálható, vagyis: tervezhetünk állapotmegfigyelőt és felhajtásszabályozót, ami minden sebességérték mellett optimálisan becsli illetve szabályozza a rendszer állapotait

Példa I.: Összehasonlítás



Normál forgalom és baleset esetén is megfelelő szimulációs eredmények (elhanyagolt dinamika).

Példa II.: LQ felhajtó irányítás

A referenciajel követés érdekében centrált forgalmi változók bevezetése után, lineáris célfüggvény minimalizálás a Riccati egyenlőtlenség korlátozó feltételei mellett.

$$\begin{bmatrix} -P + Q\left(p\left(k\right)\right) + A\left(p\left(k\right)\right)^T PA\left(p\left(k\right)\right) & A\left(p\left(k\right)\right)^T PB\left(p\left(k\right)\right) \\ \left(A\left(p\left(k\right)\right)^T PB\left(p\left(k\right)\right)\right)^T & B\left(p\left(k\right)\right)^T PB\left(p\left(k\right)\right) + R\left(p\left(k\right)\right) \end{bmatrix} \prec 0$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T PA_i & A_i^T PB_i \\ \left(A_i^T PB_i\right)^T & B_i^T PB_i \end{bmatrix} \succeq 0$$

$$\inf_P trace\left[\left(Q+P\right)V\right]$$

Összefoglalás és további kutatás

- autópálya modellezés nemlineáris állapotegyenletekkel
- modern rendszer és irányításelmélettel a hagyományos forgalomirányítási feladatok mellett új problémák is megoldhatóak (AID)
- LPV alapú forgalmi modellel a nem-lineáris rendszerek irányítása átláthatóbb
- elhanyagolt dinamika vizsgálata
- Robusztus irányítások tervezése: indukált $\mathcal{L}_2$ irányítás
- Prediktív irányítások tervezése: MPC
- gyakorlati alkalmazás: Tettamanti Tamás