

# **Autópályák forgalmának modellezése és irányítása állapot térben**

**Luspay Tamás, Varga István, Bokor József**  
Magyar Tudományos Akadémia  
Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézet  
Rendszer- és Irányításelméleti Laboratórium  
Budapest, 1111 Kende utca 13-17.

## **Összefoglalás**

A cikk a közúti automatizálás kérdéseinek korszerű rendszer- és irányításelméleti megközelítését mutatja be. A közúti folyamatok modellezése a közlekedési folyamatok speciális tulajdonságait figyelembe véve, klasszikus forgalomtechnikai összefüggésekkel történik. Az ily módon felírt matematikai egyenletek változóit rendszerelméleti szempontból állapotokra, illetve be- és kimenetekre oszthatjuk fel, ezzel egy általános dinamikus rendszerleíráshoz jutunk, a közúti forgalmi rendszerek állapot tér modelljéhez. A cikk első része ezeket a modelleket mutatja be saját szimulációs eredményekkel; az autópálya forgalom leírását állapot térben. Amennyiben rendelkezésünkre állnak a megfelelő modellek, úgy alkalmazhatjuk rá a modern és posztmodern irányításelmélet eszközeit, tervezhetünk irányításokat és ún. megfigyelőket. Ezek az eszközök képesek sokkal összetettebb feladatok optimális megvalósítására, melyeket hagyományos eszközökkel nem, vagy csak korlátozott módon tudunk végrehajtani. Az cikk második része a közúti változók becslésének eljárását mutatja be, ismertetve az abban elért eredményeket. Ezek az eljárások lehetővé teszik a rendelkezésre álló adatok megsokszorozását, melyeket később felhasználhatunk az irányítás során. Ezt tárgyalja a cikk harmadik része, melyben a közúti folyamatok állapot térben történő irányításának kérdései és néhány esetben válaszai is bemutatásra kerülnek.

## **1. Bevezetés**

Napjaink növekvő forgalmi teljesítményei növekvő igényeket támasztanak a közúti közlekedési rendszerekkel szemben is. A szűk áteresztőképességek illetve balesetek, okozta torlódások mindennapossá váltak, melyek így késésekkel, környezeti, egészségi valamint gazdasági károkkal járnak együtt. A probléma megoldására alapvetően két megoldás nyílik: a közlekedési infrastruktúrák növelése (új utak építése), illetve korszerű irányító rendszerek kifejlesztése és alkalmazása. Az első megoldásnak anyagi és természetbeli korlátai vannak, továbbá csak átmenetileg orvosolná a problémát. A második megoldáshoz azonban alapvető szemléletváltás szükséges. Magyarországon a jelenleg is alkalmazott közúti forgalomfüggő irányítás követési időközön alapuló stratégiája számos esetben nem bizonyul megfelelőnek, hiszen a rendszer csak előre definiált helyzetek kezelésére képes, váratlan eseményekre nem. Ezek a tényezők vezettek egy korszerű, új megközelítéshez mellyel ezek a problémák egy része megoldható. Az 1960-as évektől folyamatosan fejlődő irányításelméleti irányzat, az ún. állapot tér elmélet megközelítése és eredményei kézenfekvő megoldásnak tűntek a közúti forgalomirányítási problémák megoldására. Ez a felismerés alapvetően a 1980-as évek végén fogalmazódott meg, ekkor írták le állapot térben a közúti folyamatokat és irányítási problémákat. A kutatók közül kiemelkedett Papageorgiou professzor, aki napjainkig tartó kutatói munkájában számos elméleti és gyakorlati eredményt ért el. Azóta több szerző is foglalkozik a közúti forgalomirányítás ezen megközelítésével, azonban ugrásszerű fejlődés illetve gyakorlati alkalmazás a mai napig is ritka. Jelen cikk célja, hogy bemutassa az MTA-SZTAKI Rendszer- és Irányításelméleti Laboratóriumban, valamint a BME Közlekedésautomatikai Tanszékén folyó közlekedésirányítási kutatásban elért eredményeket. A kiindulási pont sok esetben a Papageorgiou által lefektetett modellek, azonban laborunkban olyan új technikákat és módszereket fejlesztettünk ki, melyek sok esetben helyesebbek illetve pontosabbak, mint az eddig kidolgozott eljárások.

## 2. Autópálya forgalom modellezése állapottérben

A szabályozás elmélet klasszikus, Bode, Nyquist, Nichols nevéhez kötődő, dominánsan frekvencia tartománybeli analízis és szintézis (tervezési) módszerei az 1960-as évektől kezdődően kiegészültek új, főleg időtartománybeli rendszer- és irányításméleti módszerekkel. Ezeket a modern irányzatokat a rendszer állapot és állapottér bevezetése jellemezte, így a hozzájuk illeszkedő tervezési módszereket állapottér módszereknek nevezzük. Egy rendszer állapotának egy  $t_0$  időpontban azt az információt (olyan jelek ismeretét) nevezzük, amelyből az  $u(t)$  bemenőjel ismeretében a rendszer válasza minden  $t \geq t_0$  időpontra meghatározható. A rendszer válasza itt a jövőbeli  $t \geq t_0$  időpontra vonatkozó állapotokat és kimenőjeleket jelenti. A rendszer állapotait leíró jeleket, illetve ezek függvényeit a rendszer állapotváltozóinak nevezzük, melyek egy állapottérből veszik fel értékeiket. Általánosan egy lineáris dinamikus rendszer állapottér reprezentációját a következő alakban írhatjuk fel folytonos illetve diszkrét időben:

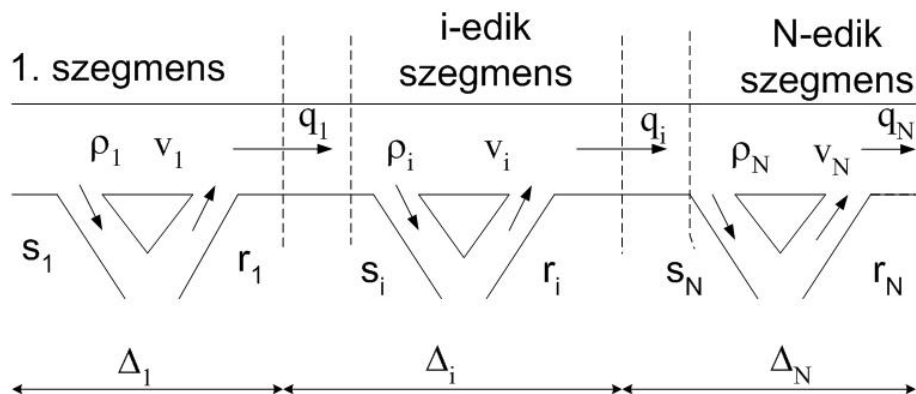
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Lw & x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + Lw(k) \\ y &= Cx + Du + Gv & y(k) &= Cx(k) + Du(k) + Gv(k) \end{aligned}$$

ahol:  $x \in \mathbf{R}^n$  az állapotvektor,  $u \in \mathbf{R}^p$  a bemenőjelek vektora és  $y \in \mathbf{R}^p$  a kimenőjelek vektora. Az első egyenlet az ún. állapotdinamikai egyenlet melyben megjelenik a  $w \in \mathbf{R}^q$  nulla várható értékű normál eloszlású állapotzaj, a második pedig a megfigyelési (szenzor) egyenlet  $v \in \mathbf{R}^p$  mérési zajjal terhelve. Az  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$  mátrix fejezi ki az állapotok közti kapcsolatot,  $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $L \in \mathbf{R}^{n \times q}$  pedig a bemenet illetve zaj hatását. A lineáris rendszerekhez hasonlóan nemlineáris rendszerek állapottér reprezentációja folytonos és diszkrét időben a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, w) & x(k+1) &= f(x(k), u(k), w(k)) \\ y &= h(x, u, v) & y(k) &= h(x(k), u(k), v(k)) \end{aligned}$$

ahol  $f$  és  $h$  nemlineáris vektorváltozós függvényeket jelölnek. Egy rendszer állapottér modelljének meghatározása az állapotváltozók megválasztása után a rendszert leíró mechanikai, elektromos vagy éppen forgalomtechnikai összefüggések szerint történik. [1] A következőkben bemutatjuk, hogy hogyan lehetséges közúti folyamatok állapottér modelljeinek a megalkotása. A közúti folyamatok időben diszkrét folyamatok, vagyis előre meghatározott időközönként (ciklusidő) kapunk információt a forgalomról, illetve nyílik lehetőség beavatkozni.

Az autópályák forgalmi modellezése, szemben a városi kereszteződésekkel, jellemzően makroszkopikus, vagyis aggregált jellemzőkkel dolgozik, makroszkopikus forgalomtechnikai változókkal.



1. ábra: Autópálya térbeli felosztása és forgalmi változói

Ezek a következők:  $q$  forgalm nagyság [j/h],  $\rho$  forgalomsűrűség [j/km],  $v$  térbeli átlagsebesség [km/h]. Az autópálya főirányához a járművek felhajtókon ( $r$ ) keresztül is csatlakozhatnak és lehajtókon ( $s$ ) is kiválhatnak. Mivel az autópályán kialakuló forgalom rendkívül összetett és bonyolult, így matematikai megfogalmazása csak kis, mintegy 500 méteres szakaszonként lehetséges, egy ilyen szakaszt hívunk szegmensnek, az egyenleteket tehát térben diszkrétizálva fogalmazzuk meg.

Mindemellett a makroszkopikus lehatárolásból fakadóan egyenleteink időben is diszkréték. A tény, hogy az  $i$ -edik szegmensbe belépő járműveknek ki is kell lépniük a következő, áramlástanból is ismert megmaradási egyenletnek a formájában fogalmazhatjuk meg [9]:

$$\rho_i(k+1) = \rho_i(k) + \frac{T}{n\Delta_i} [q_{i-1}(k) - q_i(k) + r_i(k) - s_i(k)]$$

ahol  $T$  a mintavételi idő,  $n$  a szegmens forgalmi sávjainak száma,  $\Delta_i$  pedig az  $i$ -edik szegmens hossza. Ezen az egyszerű jármű-megmaradási jelenségen túlmenően azonban van a forgalomnak egy speciális, más folyamatokra nem jellemző tulajdonsága amit figyelembe kell venni, miszerint a sűrűség növekedésével az áramlási sebesség speciális módon lecsökken. Ezt az alapösszefüggést fejezzük ki az ún. fundamentális diagrammal, mely a következő módon írható:

$$V(\rho) = v_{free} \exp \left[ -\frac{1}{a} \left( \frac{\rho}{\rho_{cr}} \right)^a \right]$$

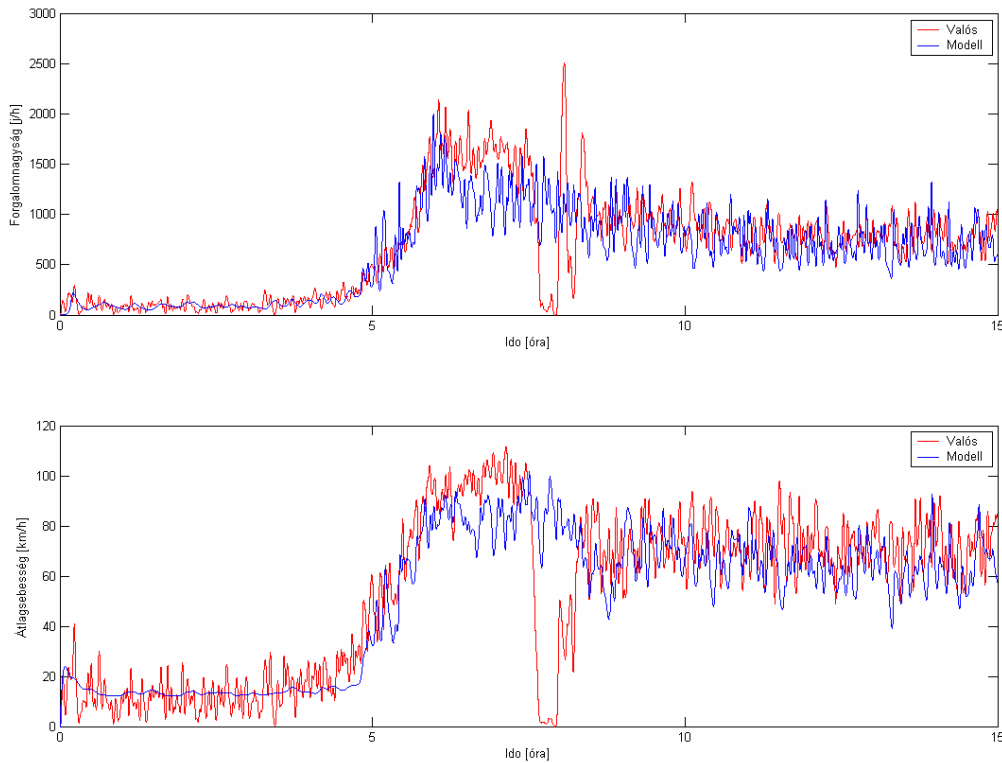
ahol:  $v_{free}$  a szabad áramlás sebessége,  $a$  modellparaméter, és  $\rho_{cr}$  pedig a kritikus forgalomsűrűség. Jól látható, hogy a függvénynek  $\rho = \rho_{cr}$ -nál inflexiós pontja van. Homogén áramlás esetén a sebesség és a forgalom nagyság közötti összefüggés:

$$q_i(k) = v_i(k) \cdot \rho_i(k) \cdot n$$

ami azt jelenti, hogy a maximális kapacitást  $\rho = \rho_{cr}$ -nál éri el a szakasz. Az egyes szegmens átlagsebességének kialakulását számos további tényező befolyásolja: az előző szegmens sebessége (áramlási tag), a következő szegmens forgalomsűrűsége (várakozási tag), felhajtó járművek száma. Ezen hatások összességére egy nemlineáris egyenletre vezet:

$$v_i(k+1) = v_i(k) + \frac{T}{\tau} [V(\rho_i(k)) - v_i(k)] + \frac{T}{\Delta_i} v_i(k) [v_{i-1}(k) - v_i(k)] - \frac{vT}{\tau\Delta_i} \frac{\rho_{i+1}(k) - \rho_i(k)}{\rho_i(k) + \kappa} - \frac{\delta T}{\Delta_i} \frac{r_i(k)v_i(k)}{\rho_i(k) + \kappa}$$

Az egyenletben megjelenő  $\kappa, \tau, \nu, \delta$  illetve a már ismertetett  $\rho_{cr}, v_{free}, a$  paraméterek ismeretlenek. Meghatározásukra „offline” optimalizációs eljárást dolgoztunk ki, melyet az M3-as autópályáról gyűjtött valós adatokkal teszteltünk, a vizsgált 4,5 kilométeres szakasz elején, közepén és végén voltak detektorok elhelyezve. Az eljárás során felépítettük a szakasz modelljét 500 méteres szegmensekből, majd egy kezdeti paraméter értékkel szimulációt végeztünk. A szimuláció során a modellnek a szakasz elején és végén mért adatokat olvastuk be és vizsgáltuk a középső ponton mért, illetve a modell által számított értékek különbségét. Ez a különbség az ismeretlen paraméterek értékétől függően változhat, cél tehát azon paraméter érték, melynél a funkcionálnak minimuma van. Az algoritmus a paraméterértékeket módosítva minden lépésben futtatja a szimulációt, képi a különbséget és elemzi, hogy lehetséges-e további javulás. Az ily módon beállított modell és a valós adatok összehasonlítását mutatja az 1. ábra.



**2. ábra: Modell szimuláció valós adatokkal való összehasonlítása**

Amint az jól látható, a behangolt modell képes megfelelően reprodukálni a szakasz forgalmi dinamikáját. Ezzel egy kompakt nemlineáris állapotter modellhez jutottunk, melyben az egyes szegmenseket jellemző  $(\rho_i, q_i, v_i)$  változókat tekinthetjük az állapotváltozóknak, kimenetnek pedig a mérési pontok adatait. [6] Kérdéses még az  $u$  beavatkozó jelek megválasztása, melyre a negyedik pontban adjuk meg a választ.

### 3. Állapotbecslés

Egy dinamikus rendszert megfigyelhetőnek nevezünk, amennyiben a rendszer állapotter modelljének és a jövőbeli be- illetve kimenetek ismeretében az állapotok meghatározhatóak. Amennyiben egy rendszer megfigyelhető, azonban állapotait nem tudjuk mérni, úgy tervezhetünk rá ún. állapot-megfigyelőt: ha nem ismerjük az  $x(t)$  állapotokat akkor olyan  $\hat{x}(t)$  állapotokat képzünk mely aszimptotikusan megközelíti az eredeti állapotokat. Sztochasztikus rendszerek állapota becslhető ún. Kalman-szűrővel, mely az állapotbecslés mellett a rendszerben felmerülő zajok szűrését is lehetővé teszi, az állapothiba kovarianciájának minimalizálásával. A Kalman-szűrő valószínűségelméleti megfogalmazásban az első két statisztikai momentumot használja fel a hiba csökkentésekor:

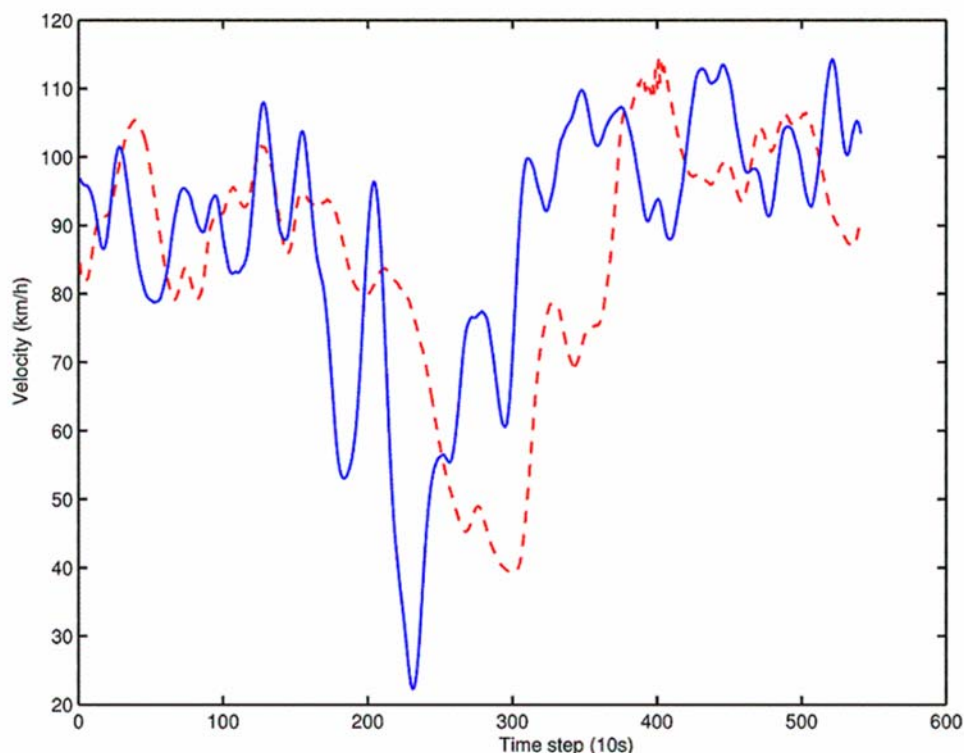
$$E[x(k)] = \hat{x}(k)$$

$$E[(x(k) - \hat{x}(k))(x(k) - \hat{x}(k))^T] = P(k)$$

A közúti forgalomirányítás területén különösen fontos és hasznos állapotbecslés lehetséges módszereit ismertetjük a következő fejezetben. [1],[7],[3]

Az autópályán elhelyezett detektorok, illetve egyéb szenzorok csak telepítésük helyén, lokálisan szolgáltatnak információt a forgalom aktuális lefolyásáról. Az érzékelőket általában 4-5 kilométeres távolságban helyezik el, ezáltal a forgalomról két detektor között közvetlenül nincs információnk. Mint láthattuk a makroszkopikus autópálya modell megfelelően képes szimulálni a valós forgalmi

viszonyokat, ezáltal alapjául szolgálhat egy, a nem mért állapotokat becsülő, autópálya információkat megsokszorozó algoritmus kifejlesztésére. A munka során nem-lineáris állapotbecslő eljárást, ún. Kiterjesztett Kalman-szűrőt alkalmaztunk [4]. A Kalman-szűrőhöz hasonló elven működő algoritmus annyiban különbözik, hogy a nemlineáris egyenletek aktuális állapotbecslés körüli linearizált modelljével dolgozik [10]. A kiterjesztett Kalman-szűrővel végzett állapotbecslési módszert valós adatokkal teszteltük. A már ismertetett mérési elrendezés során az állapotbecslő folyamatosan feldolgozza a szakasz elején és végén mért zajos adatokat, majd a modellegyenletek segítségével a megfelelő algoritmus elvégezte az egyes szegmensek állapotváltozóinak becslését. A középső ellenőrző ponton mért és becsült értékek összehasonlítását mutatja a 2. ábra.



**3. ábra: Sebesség becslés és valós mérés összehasonlítás autópályán**

Az autópálya állapotbecslő egy lehetséges alkalmazási célja az ún. Automatikus Esemény Detektáló rendszerek kialakítása. Kutatásunk során kidolgoztunk egy eljárást mely a becsült sebességek gradiensét vizsgálja. Amennyiben éles változást talál a becsült értékek között, úgy a megfelelő kritériumok alapján balesetet riaszt. Ezzel az eljárással gyorsan és 500 méteres pontossággal meghatározhatók az autópályán bekövetkezett balesetek, ezzel emberi életek menthetőek meg. Az AED algoritmust sikeresen teszteltük valós adatokkal [4].

#### 4. Optimális irányítások állapotterben

Egy rendszer állapotter modelljét irányíthatónak nevezük amennyiben megfelelő  $u$  bemenőjellel véges  $T=t_2-t_1$  idő alatt a rendszer  $x(t_1)$  állapotból tetszőleges  $x(t_2) \neq x(t_1)$  állapotba vihető. Az optimális irányítások elve, hogy az adott feladathoz definiálunk egy funkcionált, ún. költségfüggvényt. A legegyszerűbb a kvadratikus alakú költségfüggvény:

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^T [x_i^T(t)Qx_i(t) + u_i^T(t)Ru_i(t)] dt \quad J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [x_i^T(k)Qx_i(k) + u_i^T(k)Ru_i(k)]$$

Mint látható ez a típusú költségfüggvény két tagból áll: a  $Q$ -val súlyozott rendszer energiából és az  $R$ -rel súlyozott input energiából. A feladat megoldása a legegyszerűbb esetben a variációszámításból ismert módszerekkel lehetséges: keressük az  $u(t)$  bemenő jelet mely minimalizálja az adott költségfüggvényt az állapotdinamikai egyenletek mellett, ez az ún. LQ szabályozás. A bemenő jelet –

lineáris esetben – az állapotok megfelelő lineáris kombinációjaként állíthatjuk elő, ez az ún. állapot-visszacsatolás elve. [1] Másik gyakori eljárás az ún. prediktív irányítások elmélete [5], melyet a következő lépésekben fogalmazhatunk meg:

1. Predikció: a rendszermodell segítségével  $N$  lépéses predikciót végzünk, az állapotok, zavaró jelek és bemenőjelek ismeretében az állapotok jövőbeli lefutását kiszámoljuk.
2. Értékelés: kiszámoljuk az előre definiált költségfüggvény értékét az előző lépésben prediktált állapotok és a bemenőjelek mellett.
3. Optimalizáció: a szabályozó feladata, hogy meghatározza a horizontra vonatkozó optimális beavatkozójel-sorozatot mely a költségfüggvényt minimalizálja.
4. Beavatkozás: az ily módon meghatározott sorozat első elemét alkalmazzuk a rendszerre.

Az irányítási elveknél fontos szempont a rendszerek fizikai tartalmából eredő, állapotokra illetve a beavatkozó jelre vonatkozó korlátozások megfogalmazása és betartása az irányítások során. A következőkben röviden ismertetjük miként lehet ezeket az irányítási elveket autópályák esetén alkalmazni.

A legközvetlenebb beavatkozási lehetőség az autópálya felhajtó ágainak szabályozása jelzőlámpával. Az elérendő irányítási cél az autópályán a főirány kapacitásának maximálása és biztonságosabb közlekedés kialakítása. Amint azt említettük a maximális áteresztőképességet a kritikus forgalomsűrűség mellett érhetjük el, tehát a feladatot úgy fogalmazhatjuk meg, hogy amennyiben a kritikus érték alatt van az aktuális forgalomsűrűség, úgy még növelhetjük a felhajtó járművek számát, majd annak elérése után csökkentenünk kell azt. Természetesen a felhajtók szabályozásának túlságosan alacsony illetve túlságosan magas forgalomnagyság esetén nincs értelme. Fontos továbbá megemlíteni, hogy a felhajtók esetében alsó és felső korlát is van, hiszen nem engedhetjük meg a felhajtó teljes elzárását, illetve a sávok kapacitását sem tudjuk túllépni. Az előbbi megközelítést a legegyszerűbb esetben ún. integráló szabályozóval valósíthatjuk meg, mely minden ciklusban a következő egyenlet szerint határozza meg a felhajtó járművek számát:

$$r(k+1) = r(k) - K(\rho(k) - \rho_{cr})$$

ami jól láthatóan egy állapot-visszacsatolással megvalósított irányítás. A felhajtó járműszámra ily módon felírt összefüggés jól mutatja a megfogalmazott kritérium teljesülését. Nagyobb szakaszok esetén a felhajtók összehangolt irányítására LQ [2], [6] vagy MPC [11] alapú irányítás alkalmazható. Ebben az esetben az irányítási cél a rendszerben eltöltött teljes idő minimalizálása. Az erre felírt költségfüggvény az egyes szakaszok felhajtóit és a főirány sűrűségeit tartalmazza, megfelelően súlyozva.

A másik szabályozási megoldás a dinamikusan változó sebességek kijelzése VMS táblákkal. A módszer alapelve a következő: több  $(v_{free}, \rho_{cr}, a)$  paraméterhármas esetén kisebb  $v_{free}$ -hez a kapacitásra vonatkozó összefüggés alapján kisebb áteresztőképesség tartozik. Amennyiben egy szakasz a torlódás közelében, vagy már torlódott állapotban van, úgy előtte kisebb sebességeket kijelvezve kisebb behaladó forgalmat érhetünk el. Ezzel párhuzamosan a torlódott részen nagyobb sebességek kijelzésével növelhetjük a kihaladó forgalmat. A két hatás eredményeként a járműszám az adott szakaszon csökken. Az irodalomban találhatóak empirikus [11] összefüggések arra, hogy miképpen hat a kijelzett sebesség a kialakuló tényleges sebességre. Ezt felhasználva  $v_{free}$ -nek megfelelő különböző modellek között kapcsolgatva irányítjuk az autópálya szakaszt. Természetesen, hasonlóan a városi irányítási stratégiákhoz, autópályán is az összehangolt irányítással érhetjük el a legjobb célokat.

## 5. Összefoglalás

Amint azt láthattuk a közúti rendszerek állapotterében való modellezése egy olyan szemléletmód, mely forgalomtechnikai szempontból teljesen korrekt azonban lehetővé teszi, hogy a tudományág által elért eredményeket alkalmazzuk közúti forgalomirányításra. A megfigyelő tervezési módszerek alkalmasak a mérési adatok megsokszorozására, majd ezek az adatok felhasználhatóak az irányítás során. Az így kialakított forgalomirányítási kör képes olyan feladatok megoldására, ami hagyományos

megközelítéssel lehetetlen. Kutatási céljaink, irányainak a jövőben ezen módszerek további fejlesztése mellett az eredmények valós gyakorlatban történő megvalósítása.

## **IRODALOM**

- [1] Bokor J., Kurutz K., Kohut M., Gáspár P. (1998): Segédletek az „Irányítástechnika 2” című tárgyhoz. BME KAUT jegyzet
- [2] Diakaki C, Papageorgiou M, Aboudolas K. (2002): A multivariable regulator approach to traffic-responsive network-wide signal control. Control Engineering Practice, Elsevier Ltd., Vol. 10, pp 183-195, 2002
- [3] Kulcsár B., Varga I., Bokor J. (2005): Constrained Split Rate Estimation by Moving Horizon, 16th IFAC World Congress Prague, Czech Republic, July 3-8, 2005, IFAC2005 DVD „\Fullpapers\03276.pdf”
- [4] Luspay T. (2006): Automatikus Eseménydetektálás Kalman-szűrővel, BME KAUT Diplomamunka
- [5] Maciejowski J.M.(2002): Predictive Control with Constraints, Prentice Hall, 2002.
- [6] Papageorgiou M., Blosseville J.M., Hadj-Salem H. (1990): Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of Boulevard Peripherique in Paris, Transpn. Res. A. Vol 24A, 345-370.
- [7] Rao V.C. (2000), Moving Horizon strategies for the constrained Monitoring and Control of Nonlinear Discrete-Time Systems, PhD Thesis U. Of Wisconsin-Madison, 2000
- [8] Varga I. (2006): Közúti folyamatok paramétereinek modell alapú becslése és forgalomfüggő irányítás, BMGE Közlekedésmérnöki Kar, Doktori (PhD) értekezés
- [9] Wang Y., Papageorgiou M., Messmer A. (2005): An Adaptive Freeway Traffic State Estimator and Its Real-Data Testing – Part I-II. ITSC’05 Wien, 2005. September 13-16.
- [10] Welch G., Bishop G. (2004): An Introduction to the Kalman Filter, <http://www.cs.unc.edu>
- [11] Hegyi András (2004): Model Predictive Control for Integrating Traffic Control Measurements